Ondas e Óptica

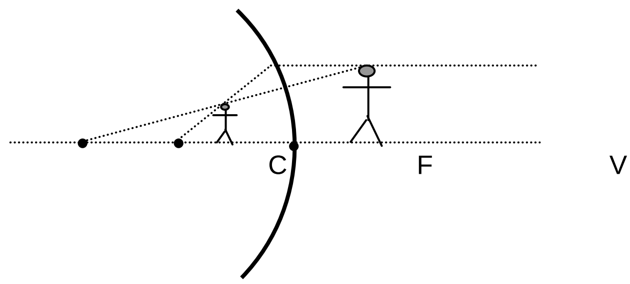
Espelhos esféricos

V = Vértice do espelho
C = Centro de curvatura do espelho
F = Foco do espelho
s = Distância do objeto ao vértice de espelho
s’ = Distância da imagem ao vértice do espelho
f = Foco do espelho
r = Raio de curvatura da superfície esférica
y = Altura do objeto
y’ = Altura da imagem
m = Ampliação

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

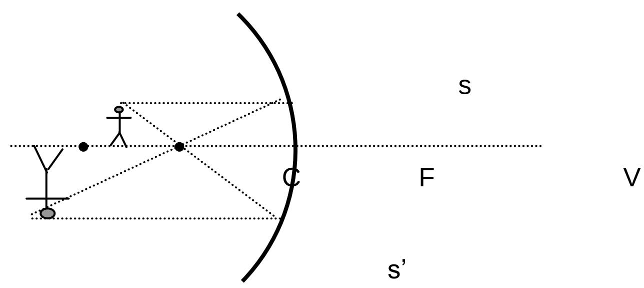
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Espelho côncavo.



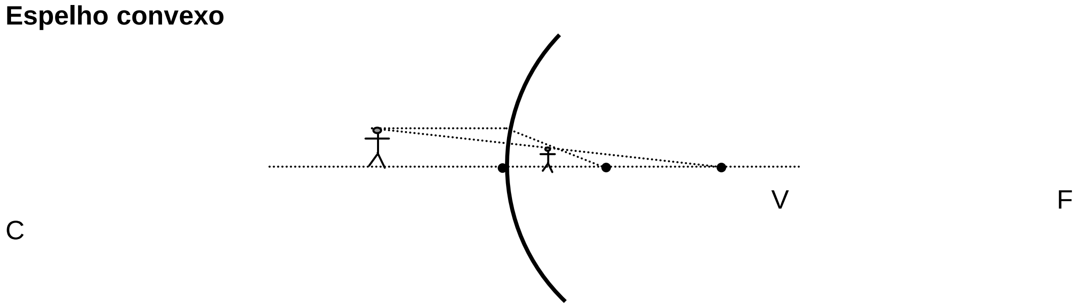
No espelho côncavo, se o objeto está colocado entre o foco e o vértice (s < f) do espelho a imagem é virtual e direita.

Espelho côncavo.



No espelho côncavo, se o objeto está colocado a uma distância maior que a distância focal (s > f) a imagem é real e invertida.

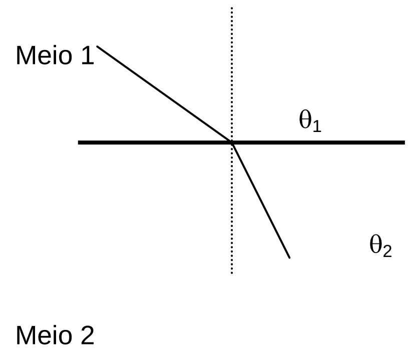
Espelho convexo



No espelho convexo a imagem é virtual e direita.

Lei de Snell

O índice de refração n de um meio é definido como:



$$n = \frac{c}{v} = \frac{\text{velocidade da luz no vácuo}}{\text{velocidade da luz no meio}}$$

A lei de Snell tem a forma:

$$n_1 \, \text{sen}\theta_1 = n_2 \, \text{sen}\theta_2$$

ou

$$\frac{\text{sen}\,\theta_1}{v_1} = \frac{\text{sen}\,\theta_2}{v_2}$$

1. Uma pessoa, inicialmente parada na frente de um espelho plano, aproxima-se 2m deste. Em conseqüência, a distância entre a pessoa e sua imagem formada pelo espelho

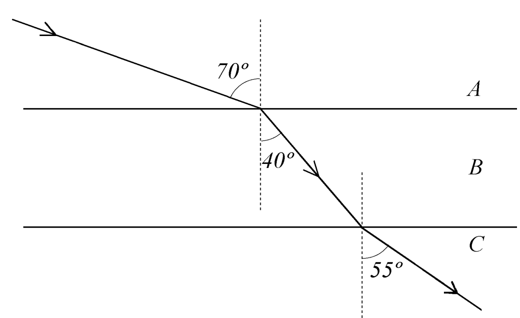
a) aumentará de 2m
b) diminuirá de 2m
c) aumentará de 4m
d) diminuirá de 4m
e) permanecerá inalterada.

Solução:

A distância da pessoa até o espelho plano é a mesma distância da imagem a este espelho. Se a pessoa se aproximou de 2m do espelho a imagem também se aproximará de 2 m . Consequentemente, a distância entre a pessoa e a sua imagem diminuirá de 4 m.

Resposta: item d

2. A figura ao lado mostra a trajetória de um raio luminoso monocromático que atravessa três meios, A, B e C, sendo o meio B uma lâmina de faces paralelas.
Sendo v_A , v_B e v_C as velocidades de propagação desta luz nos meios A, B e C, respectivamente, é correto afirmar que



a)$v_A > v_B > v_C$
b)$v_A > v_C > v_B$
c)$v_B > v_A > v_C$
d)$v_B > v_C > v_A$
e)$v_C > v_B > v_A$

Solução:

Usando a Lei de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,\theta_A}{v_A} = \frac{\text{sen}\,\theta_B}{v_B} = \frac{\text{sen}\,\theta_C}{v_C}$$

Ordenando de outra forma:

$$\frac{v_A}{v_C} = \frac{\text{sen}\,\theta_A}{\text{sen}\,\theta_C} \quad \text{e} \quad \frac{v_C}{v_B} = \frac{\text{sen}\,\theta_C}{\text{sen}\,\theta_B}$$

Como o seno é uma função crescente:

se $\theta_A > \theta_C$ temos que $\text{sen}\theta_A > \text{sen}\theta_C$, ou seja $v_A > v_C$
se $\theta_C > \theta_B$ temos que $\text{sen}\theta_C > \text{sen}\theta_B$, ou seja $v_C > v_B$

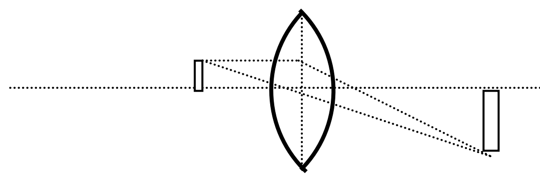
Concluímos então que $v_A > v_C > v_B$

Resposta: item b

3. Um cilindro de 30 cm de altura, colocado perpendicularmente ao eixo de uma lente, tem uma imagem invertida cuja altura é 90 cm. Sabendo que a distância entre o cilindro e sua imagem é 40 cm, determine
   a) a distância do cilindro à lente.
   b) a distância focal da lente.

Solução:

$$\text{Dados}\begin{cases} y = 30\ \text{cm} \\ y' = -90\ \text{cm} \\ s + s' = 40\ \text{cm} \end{cases}$$



a) A ampliação m é dada por:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

ou seja:

$$m = \frac{-90}{30} = -\frac{40 - s}{s}$$

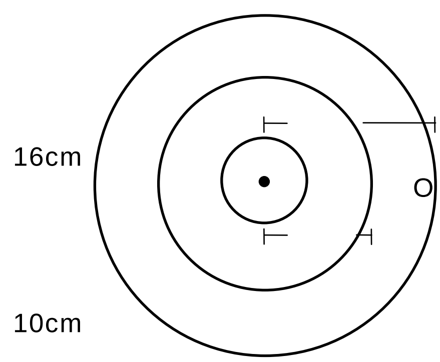
A partir da equação anterior encontramos que:

$$s = 10\ \text{cm} \qquad \text{e} \qquad s' = 30\ \text{cm}$$

b) Para lentes delgadas, temos que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30} \quad \therefore \quad f = 7{,}5\ \text{cm}$$

4. De uma torneira mal fechada, caem 3 gotas por segundo sobre o ponto <u>O</u> da figura ao lado, que representa a superfície da água em um tanque. A figura também indica, num instante dado, as frentes de onda geradas pelas 3 primeiras gotas. Nessas condições, a velocidade de propagação das ondas na superfície da água é



a) 12 cm/s s
b) 18 cm/s
c) 30 cm/s
d) 48 cm/s
e) 78 cm/s

Solução:

A freqüência com que as gotas caem é $f = 3\ \text{seg}^{-1} = 3\ \text{Hz}$, e o período $T = 1/f$. O comprimento de onda λ, que é a distância entre duas frentes de onda, tem a forma:

$$\lambda = v\,T$$

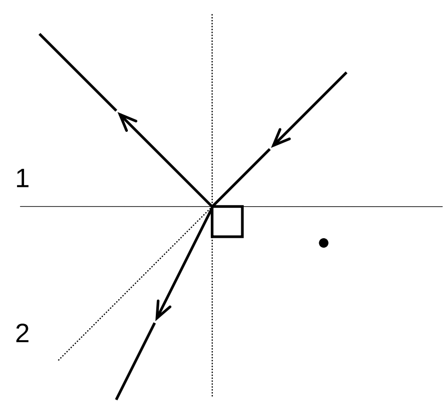
onde v é a velocidade de propagação desta onda. Neste problema:

$$\lambda = 16\ \text{cm} - 10\ \text{cm} = 6\ \text{cm}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad v = 18\ \text{cm/s}$$

Resposta: item b

5. A figura ao lado indica a propagação de um raio luminoso monocromático ao incidir na superfície de separação entre os meios 1 e 2. Afirma-se que:



I - o índice de refração do meio 1 é menor do que o do meio 2;

II - no caso de luz incidindo do meio 1 para o meio 2, dependendo do ângulo de incidência, é possível ocorrer uma situação de reflexão total;

III - a velocidade de propagação da luz no meio 1 é maior do que no meio 2.

Das afirmações, estão corretas:

a) Apenas I e II
b) Apenas I e III
c) Apenas II e III
d) Todas
e)Nenhuma

Solução:

Através da Lei de Snell encontramos que:

$$\frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Como $\theta_1 > \theta_2 \Rightarrow v_1 > v_2$ e $n_1 < n_2$. Se chama reflexão total quando o ângulo de refração $\theta_2 = 90^0$. Isso acontecerá se $\theta_1 = (\theta_1)_{\text{crítico}}$ onde:

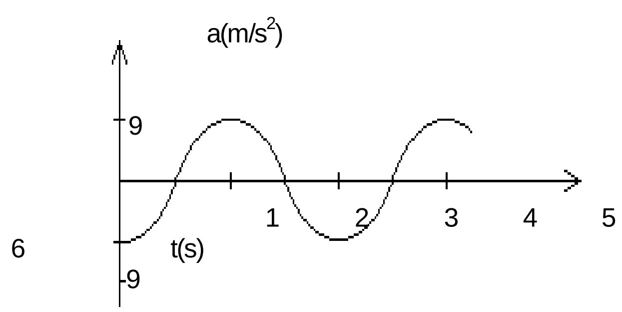
$$\text{sen}(\theta_1)_{\text{crítico}} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_1}{v_2} < 1 \qquad \therefore \qquad v_1 < v_2$$

Mas neste problema $v_1 > v_2$, logo é impossível, neste caso, acontecer a reflexão total. Constatamos que as afirmações:

I é correta
II é falsa
III é correta

Resposta: item b

6. Um corpo executa um movimento harmônico simples ao longo do eixo X, oscilando em torno da posição de equilíbrio x = 0. Ao lado, está o gráfico de sua aceleração em função do tempo.



Considerando $\pi = 3$, determine:

a) a freqüência do movimento.
b) a amplitude do movimento.
c) o módulo da velocidade do corpo em t = 1s.

Solução:

a) Através do gráfico concluímos que o período $T = 4s$, a aceleração máxima $a_M = 9\ m/s^2$ e a freqüência $f = (1/T) = 0,25$ Hz

b) A aceleração terá a forma:

$$a(t) = -\ a_M \cos(w\ t) = -9 \cos(\pi t/2)\ m/s^2$$

onde $w = 2\pi f$ é a freqüência angular. Considerando que este corpo está preso a uma mola de constante elástica k , e que esta mola exerce a única força horizontal no corpo:

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad -\ k\ x(t) = m\ a(t)$$

$$x(t) = -\left(\frac{m}{k}\right) a(t)$$

Mas $\frac{2\pi}{T} = w = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \therefore \quad \frac{k}{m} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{k} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2$ logo:

$$x(t) = -\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left[-9\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right] \quad \Rightarrow \quad x(t) = 9\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

A amplitude será dada por: $x_M = 9\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = 4$

c)

$$x(t) = 4\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

A velocidade é dada por:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad v(t) = -\left(\frac{\pi}{2}\right) 4\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad \therefore \quad v(t) = -6\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$v(t=1) = -6\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad \therefore \quad v(t=1) = -6\ m/s$$

7. Um objeto é colocado em frente a um espelho esférico de raio de curvatura r.

a) Quando este objeto se encontra a 20 cm do vértice do espelho, sua imagem é virtual e maior que ele. Este espelho é côncavo ou convexo ? Justifique sua resposta.

b) Quando este objeto se encontra a 75 cm do vértice do espelho, sua imagem tem a metade de seu tamanho. Determine r.

Solução:

a) Dado: quando $s = 20$ cm sua imagem é virtual e maior que ele.

a1) Para o espelho côncavo, a imagem é virtual se $s < f$. Temos então que:

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \Rightarrow \quad s' = \frac{sf}{s - f}$$

A ampliação é dada por:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad m = -\frac{f}{s - f}$$

Como $s < f \Rightarrow s' < 0$ e $m > 1$ logo a imagem é virtual e maior que o objeto.

a2) Para o espelho convexo, a imagem é virtual (f< 0 $\Rightarrow$ f = -| f |)

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \Rightarrow \quad s' = -\frac{s|f|}{s+|f|}$$

A ampliação é dada por:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{|f|}{s+|f|}$$

Temos que s' < 0 e m < 1 logo a imagem é virtual e menor que o objeto

Conclusão: o espelho deste problema é côncavo e a imagem deste objeto é virtual.

b) Dados: s = 75 cm

A imagem é a metade do objeto

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Vamos supor que s > f , e neste caso, para o espelho côncavo, temos uma imagem real e invertida.

$$m = \frac{-1}{2} \quad \Rightarrow \quad m = -0,5 \quad \Rightarrow \quad s' = 0,5\,s = 37,5 \text{ cm}$$

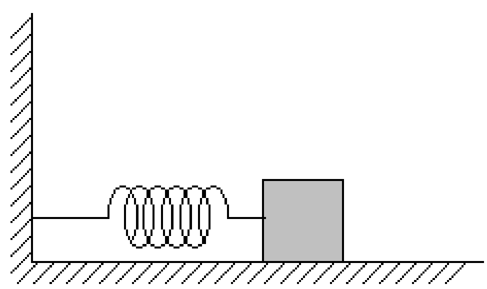
$$\frac{2}{r} = \frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \Rightarrow \quad r = 50 \text{ cm}$$

8. Um corpo em repouso, apoiado sobre uma mesa horizontal lisa, está preso à extremidade de uma mola de constante elástica igual a 0,9 N/m , conforme figura abaixo. O corpo é então deslocado de 2 m de sua posição de equilíbrio e solto, começando a oscilar. Sabendo-se que o tempo gasto pelo corpo para atingir, pela primeira vez, a posição de equilíbrio é de 1s e que π = 3, determine:

a) o período de oscilação

b) a massa do corpo.

c) a velocidade do corpo ao passar pela posição de equilíbrio.



Solução:

Dados: $\begin{cases} k = 0,9 \text{ N/m} \\ x_M = 2 \text{ m} \\ T/4 = 1 \text{ s} \end{cases}$

a) T/4 = 1s , logo T = 4s

b)

$$\frac{2\pi}{T} = w \quad \Rightarrow \quad w = 1,5 \text{ rad/s}$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{k}{w^2} \quad \therefore \quad m = 0,4 \text{ kg}$$

c)

$$x(t) = x_M \cos(wt) \quad \therefore \quad x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

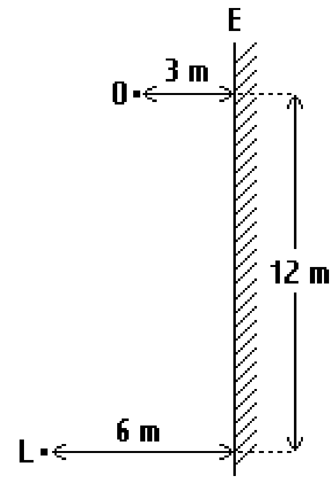
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\frac{\pi}{2} 2\,\text{sen}\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad \therefore \quad v(t) = -3\,\text{sen}\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$v(t=1) = -3\text{sen}(\pi/2) \quad \therefore \quad v(t=1) = -3 \text{ m/s}$$

9. Na figura estão representados um objeto O e uma lâmpada L, ambos considerados puntiformes, colocados à distância de 3m e 6m, respectivamente, de um espelho E.

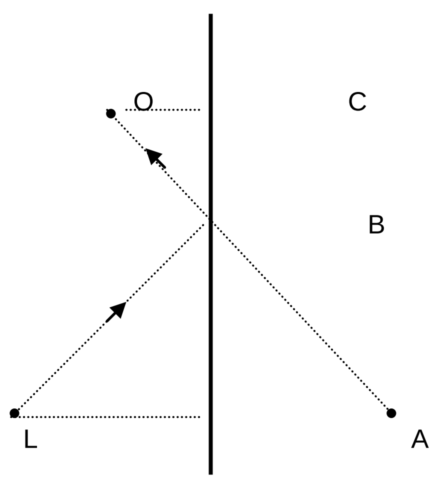
a) Reproduza a figura, desenhando o raio luminoso emitido por L , refletido por E , que atinge O .

b) Calcule a distância percorrida por este raio entre L e O.



Solução:

a) Na figura ao lado, o raio de luz parte da lâmpada L é refletido pelo espelho no ponto B e atinge O . I é a imagem da lâmpada.



b) Dados: $\begin{cases} LA = 6 \text{ m} \\ OC = 3 \text{ m} \\ AC = 12 \text{ m} \end{cases}$

Suposição: $\begin{cases} BC = x \\ AB = 12 - x \end{cases}$

Os triângulos retângulos LAB e OCB I são semelhantes, logo:

$$\frac{LA}{AB} = \frac{OC}{BC} \quad \Rightarrow \quad \frac{6}{12-x} = \frac{3}{x}$$

$$6x = 36 - 3x \quad \Rightarrow \quad x = 4 \text{ m}$$

Logo BC = 4 m e AB = 8 m.

$$LB = \sqrt{(LA)^2 + (AB)^2} \quad \Rightarrow \quad LB = 10 \text{ m}$$

$$BO = \sqrt{(OC)^2 + (BC)^2} \quad \Rightarrow \quad BO = 5 \text{ m}$$

A distância R percorrida pelo raio de luz será R = LB + BO = 15 m

10. Uma pessoa encontra-se parada a uma distância de 80 cm de um espelho plano. A distância da pessoa à sua imagem formada pelo espelho vale:

a) 80 cm b) 100 cm c) 120 cm d) 140 cm e) 160 cm

Solução:

A distância de um objeto a um espelho plano é igual a distância da sua imagem a este espelho, logo:

$$d = 2L = 2 \, . \, 80 \quad \Rightarrow \quad d = 160 \text{ cm}$$

Resposta: item e

11. Uma onda eletromagnética monocromática passa de um meio de índice de refração n_1 para outro meio de índice de refração n_2, com $n_2 > n_1$. Sendo v_1, λ_1, f_1 e v_2, λ_2, f_2 a velocidade de propagação, comprimento de onda e freqüência da onda nos meios 1 e 2, respectivamente, pode-se afirmar que:

a) $v_1 > v_2$; $\lambda_1 > \lambda_2$; $f_1 = f_2$ c) $v_1 < v_2$; $\lambda_1 < \lambda_2$; $f_1 = f_2$ e) $v_1 > v_2$; $\lambda_1 = \lambda_2$; $f_1 > f_2$
b) $v_1 < v_2$; $\lambda_1 < \lambda_2$; $f_1 < f_2$ d) $v_1 < v_2$; $\lambda_1 = \lambda_2$; $f_1 < f_2$

Solução:

Nós temos que o índice de refração n pode ser definido como: $n = c / v$. Mas se:

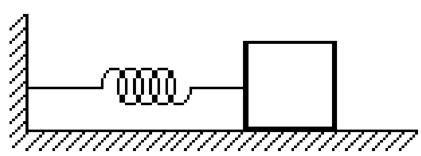
$$n_2 > n_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{v_2} > \frac{c}{v_1} \quad \Rightarrow \quad v_1 > v_2$$

A freqüência da onda refratada é a mesma da onda incidente, logo $f_1 = f_2$. O comprimento de onda λ pode é definido como $\lambda = v\,T = v / f$, ou seja $f = v / \lambda$.

Como $f_1 = f_2 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{v_1}{\lambda_1} = \dfrac{v_2}{\lambda_2} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$. Mas $v_1 > v_2$ logo $\lambda_1 > \lambda_2$.

Resposta: item a

12. Um bloco de massa m = 40g, preso à extremidade de uma mola de constante k=100N/m, cuja outra extremidade está fixa na parede, desloca-se, sem atrito, sobre uma superfície horizontal, de modo que sua energia total é constante e igual a 0,5J (veja figura).
Determine, em m/s, o módulo da velocidade do bloco no instante em que a mola está alongada de 6cm.



Solução:

$$\text{Dados:} \begin{cases} m = 40 \text{ g} = 0{,}04 \text{ kg} \\ k = 100 \text{ N/m} \\ U = 0{,}5 \text{ Joules} \end{cases}$$

$$x(t) = x_M \cos wt$$

$$w = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 50 \text{rad/s}$$

Na situação de alongamento máximo x_M da mola, toda a energia mecânica E_M do sistema está sob a forma de energia potencial elástica.

$$E_M = \frac{1}{2} k x_M^2 \quad \Rightarrow \quad x_M = \sqrt{\frac{2U}{k}} = 0{,}1 \text{m}$$

logo

$$x(t) = 0{,}1 \cos(50t)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -50 \cdot 0{,}1\ \text{sen}(50t) \quad \Rightarrow \quad v(t) = -5\ \text{sen}(50t)$$

Devemos encontrar em que instante t_0 a mola está alongada de x_0 = 6 cm = 0,06 m.

$$x_0 = x(t_0) = 0{,}1\cos(50t_0)$$

$$\cos(50t_0) = \frac{x_0}{0{,}1} = 0{,}6$$

A partir da equação anterior, encontramos que:

$$50t_0 = \text{arc}\cos(0{,}6) = 0{,}92\ \text{rad} \quad \Rightarrow \quad t_0 = 0{,}018\ \text{s}$$

$$v(t_0) = -5\ \text{sen}(50t_0) \quad \Rightarrow \quad v(t_0) = -5 \cdot 0{,}79$$

$$v(t_0) = -3{,}95\ \text{m/s}$$

13. Um objeto é colocado a 25cm de uma lente divergente de distância focal de 100cm. Determine a natureza da imagem e sua distância à lente.

Solução:

Como a lente é divergente, a distância focal é negativa:

$$\text{Dados;} \begin{cases} s = 25\ \text{cm} \\ f = -100\ \text{cm} \end{cases}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \Rightarrow \quad s' = -20\ \text{cm}$$

Resposta: como s' é negativo, é uma imagem virtual, que dista 20 cm do vértice da lente.

14. Determine a ampliação linear fornecida por uma lente convergente delgada, de distância focal f = 20 cm, para um objeto colocado a 10 cm da lente.

Solução:

Como a lente é convergente, a distância focal é positiva:

$$\text{Dados;} \begin{cases} s = 20\ \text{cm} \\ f = 10\ \text{cm} \end{cases}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \Rightarrow \quad s' = 20\ \text{cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad m = -2$$

Resposta: a imagem tem o dobro do tamanho do objeto.

15. Um corpo de massa m = 50 g, preso a uma mola de constante elástica k = 60 N/m, encontra-se apoiado sobre uma mesa horizontal sem atrito. Desloca-se o corpo de modo que a mola fica alongada de 10 cm e, em seguida, solta-se o corpo, que passa a se movimentar sobre a mesa comprimindo e alongando a mola. Determine o módulo da velocidade do corpo quando a mola está comprimida de 5 cm.

Solução:

Dados: $\begin{cases} m = 50\text{ g} = 0{,}05\text{ kg} \\ k = 60\text{ N/m} \\ x_M = 10\text{ cm} = 0{,}1\text{ m} \end{cases}$

$$x(t) = x_M \cos(wt)$$

$$w = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 24{,}5\,\text{rad/s}$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -w\, x_M\, \text{sen}(wt) = -\, v_M\, \text{sen}(wt)$$

onde $v_M = wx_M = 2{,}45$ m/s. Num certo instante t_0 a mola estará comprimida de $x_0 = 5\text{cm} = 0{,}05$ m

$$x(t_0) = x_0 = x_M \cos(wt_0) \quad \Rightarrow \quad \cos(wt_0) = \frac{x_0}{x_M} = 0{,}5$$

$$wt_0 = 1{,}04\text{ rad}$$

$$v(t_0) = -\, v_M\, \text{sen}(wt_0) = -\, 2{,}45 \,.\, 0{,}862$$

$$v(t_0) = -\, 2{,}11\text{ m/s}$$