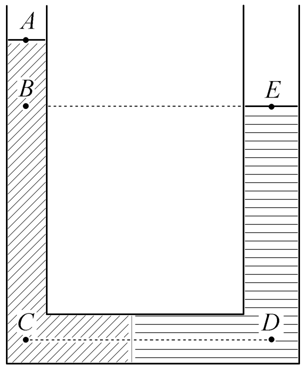
Hidrostática

UFPB/98

1. Um tubo de laboratório, em forma de U, com dois ramos abertos para a atmosfera, contém dois líquidos diferentes, não miscíveis, em equilíbrio. Os pontos A, B e C estão num líquido e os pontos D e E, no outro. Estando os pontos A e E em contato com a atmosfera, e, sendo p_A , p_B , p_C , p_D e p_E as pressões nos pontos A, B, C, D e E, respectivamente, é correto afirmar que



a) $p_E = p_A < p_B < p_C = p_D$
b) $p_A = p_B = p_E < p_D < p_C$
c) $p_A < p_B = p_E < p_D = p_C$
d) $p_A < p_B = p_E < p_D < p_C$
e) $p_E = p_A < p_B < p_D < p_C$

Solução:

Seja p_0 a pressão atmosférica. Como os tubos estão abertos:

$$p_A = p_0$$
$$p_E = p_0$$

Seja d_E a densidade do líquido da esquerda e d_D a densidade do líquido da direita. A uma certa profundidade, as pressões são dadas por:

$$p_B = p_0 + d_E \, g \, h_{AB}$$
$$p_C = p_0 + d_E \, g \, h_{AC}$$

Como os pontos C e D estão em um mesmo nível, as pressões p_C e p_D são iguais, apesar das densidades d_E e d_D serem diferentes:

$$p_C = p_D$$

$$p_D = p_0 + d_D \, g \, h_{ED}$$

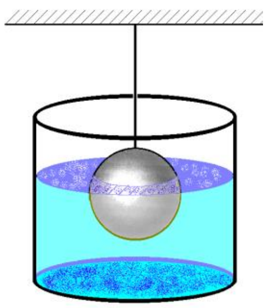
Conclusão:

$$p_A = p_E < p_B < p_D = p_C$$

Resposta: item a

UFPB/98

2. Uma esfera de cobre, maciça, cujo volume é $6\text{x}10^{-2}m^3$ está em repouso, suspensa por um fio, com dois terços de seu volume submersos em água, de acordo com a figura ao lado. Sabendo que as densidades do cobre e da água são $9\text{x}10^3 kg/m^3$ e $1\text{x}10^3 kg/m^3$, respectivamente, e considerando a aceleração da gravidade $g=10m/s^2$, determine o módulo

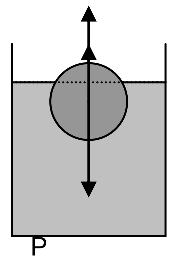


a) do empuxo sobre a esfera.

b) da força que o fio exerce sobre a esfera.

Solução:

Dados: $\begin{cases} V = 6x10^{-2}\ m^3 \\ d_{Cu} = 9x10^3\ kg/m^3 \\ d_A = 10^3\ kg/m^3 \end{cases}$



Sendo V o volume da esfera, o volume submerso V_S é dado por:

$$V_S = \frac{2}{3} V$$

O princípio de Arquimedes define o empuxo E da seguinte maneira: "um corpo completa ou parcialmente submerso em um fluido receberá a ação de uma força para cima igual ao peso do fluido que desloca".

a) $$E = (d_A V_S) g$$

$$E = \left[d_A \left(\frac{2}{3} V \right) \right] g = \left[10^3 \left(\frac{2}{3} .6x10^{-2} \right) \right] 10$$

$$E = 400 \text{ Newtons}$$

b) Como a esfera está em equilíbrio:

$$\vec{T} + \vec{E} + \vec{P} = 0$$

ou seja:

$$T + E - P = 0$$

$$T = P - E = (d_A V) g - (d_A V_S) g$$

$$T = 5400 - 400$$

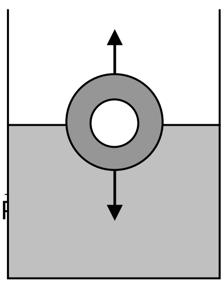
$$T = 5000 \text{ Newtons}$$

UFPB/97

3. Uma casca esférica de raio interno R e externo 2R flutua com a metade de seu volume submerso num líquido de densidade 10,5 g/cm^3. Determine, em g/cm^3, a densidade do material do qual é feita a casca.

Solução:

Dado: $d_L = 10,5$ g/cm^3



Seja V_E o volume ocupado pela casca esférica, V_I o volume de sua parte vazia, e V_S o volume submerso.

$$V_I = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V_E = \frac{4}{3} \pi (2R)^3$$

$$V_S = \frac{V_E}{2}$$

O peso da esfera é dado por:

$$P = (V_E - V_I)\, d_E\, g = \left[\frac{4}{3}\pi\left(7R^3\right)\right] d_E g$$

$$E = (d_L\, V_S)\, g = \text{empuxo}$$

$$E = \left(d_L \frac{V_E}{2}\right) g = \left[\frac{4}{3}\pi\left(8R^3\right)\right]\frac{d_L g}{2}$$

Como a casca esférica está em equilíbrio, a resultante de forças que atua nela é nula:

$$\vec{P} + \vec{E} = 0$$

Ou seja:

$$E = P$$

$$\left[\frac{4}{3}\pi\left(7R^3\right)\right] d_E g = \left[\frac{4}{3}\pi\left(8R^3\right)\right]\frac{d_L g}{2}$$

$$d_E = \frac{4}{7} d_L$$

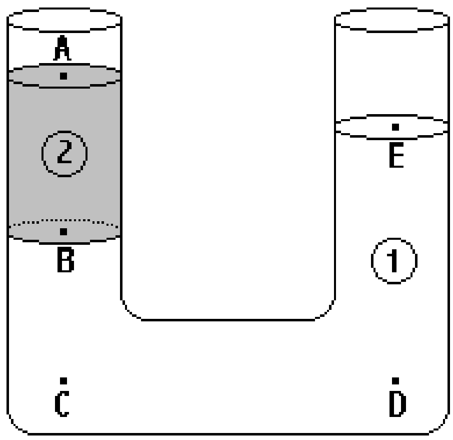
$$d_E = 6 \text{ g/cm}^3$$

UFPB/96

4. No tubo aberto representado na figura, os líquidos 1 e 2 encontram-se em equilíbrio. Sabe-se que a densidade do líquido 1, d_1 , e a densidade do líquido 2, d_2 , satisfazem a relação $d_2/d_1 = 0{,}8$ e que as distâncias entre os pontos A e B e entre B e C são iguais a 20 cm.

   a) Identifique entre os cinco pontos assinalados, A, B, C, D e E , se houver, os pares de pontos submetidos à mesma pressão.

   b) Determine a distância entre os pontos D e E.



Solução:

Dados:
$$\begin{cases} \dfrac{d_2}{d_1} = 0{,}8 \\ h_{AB} = h_{BC} = 20 \text{ cm} = 0{,}2 \text{ m} \end{cases}$$

a) Seja p_0 = pressão atmosférica. Como os dois ramos do tubo estão abertos:

$$p_A = p_0$$
$$p_E = p_0$$

Se a pressão em um ponto de um líquido de densidade d é dada por p_1 , a pressão p_2 em um ponto situado a uma profundidade h abaixo deste ponto é dada por:

$$p_2 = p_1 + d\,g\,h$$

onde g é a aceleração da gravidade. Temos então, neste problema, que:

$$p_B = p_0 + d_2\,g\,h_{AB}$$

$$p_C = p_B + d_1\,g\,h_{BC} = p_0 + d_1\,g\,h_{AB} + d_2\,g\,h_{BC}$$

$$p_C = p_D = \text{vasos comunicantes}$$

$$p_D = p_0 + d_1\,g\,h_{ED}$$

Resumindo:

$$p_A = p_E$$
$$p_C = p_D$$

b) Como $p_D = p_C$, temos que:

$$p_0 + d_1\,g\,h_{ED} = p_0 + d_1\,g\,h_{AB} + d_2\,g\,h_{BC}$$

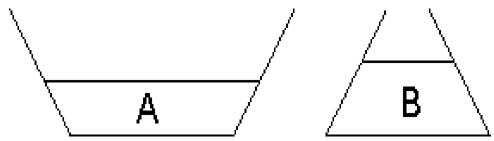
$$d_1\,(h_{ED} - h_{AB}) = d_2\,h_{BC}$$

$$h_{ED} = h_{AB} + \frac{d_2}{d_1} h_{BC}$$

$$h_{ED} = 0{,}36\text{ m} = 36\text{ cm}$$

UFPB/95

5. Dois recipientes abertos A e B, de formatos diferentes mas com bases iguais, contêm a mesma quantidade de um dado líquido, de acordo com a figura ao lado.
Sendo p_A e p_B as pressões no fundo dos recipientes A e B, F_A e F_B e os módulos das forças exercidas pelos líquidos sobre as bases em A e B, respectivamente, tem-se:



a) $p_A = p_B$, $F_A = F_B$
b) $p_A < p_B$, $F_A < F_B$
c) $p_A = p_B$, $F_A < F_B$
d) $p_A < p_B$, $F_A = F_B$
e) $p_A > p_B$, $F_A = F_B$

Solução:

Se a pressão em um ponto de um líquido de densidade d é dada por p_1 , a pressão p_2 em um ponto situado a uma profundidade h abaixo deste ponto é dada por:

$$p_2 = p_1 + d\,g\,h$$

Considerando p_0 a pressão atmosférica, temos que:

$$p_A = p_0 + d\,g\,h_A$$
$$p_B = p_0 + d\,g\,h_B$$

Como a altura do líquido h_B do vaso B é maior que a altura h_A do vaso A :

$$p_A < p_B$$

Por definição, nós temos que:

$$\text{pressão} = \frac{\text{Força}}{\text{Área}} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{F}{A}$$

Como as áreas das bases dos vasos são iguais (valem S , por exemplo) , encontramos:

$$F_A = p_A S \quad \text{e} \quad F_B = p_B S$$

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{p_A}{p_B}$$

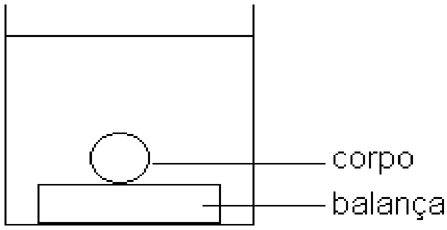
Mas deduzimos que $p_A < p_B$, logo:

$$F_A < F_B$$

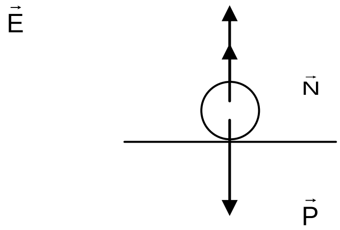
Resposta: item b

UFPB/95

6. Um corpo esférico está totalmente imerso num líquido de densidade $1{,}0 g/cm^3$ e apoiado numa balança de mola colocada sobre o fundo do recipiente. Sendo $1{,}2 g/cm^3$ a densidade do corpo e $0{,}1 m^3$ seu volume, qual a leitura da balança? Considere $g = 10 m/s^2$.



Solução:



$1 g/cm^3 = 10^3 kg/m^3$

$$\text{Dados:} \begin{cases} d_L = 1{,}0 g/cm^3 = 10^3 kg/m^3 \\ d_C = 1{,}2 g/cm^3 = 1{,}2 \times 10^3 kg/m^3 \\ V_C = 0{,}1 m^3 \end{cases}$$

O valor indicado na balança é quanto vale a normal N. Como o corpo está em equilíbrio, a resultante das forças que atua nele é zero:

$$\vec{E} + \vec{N} + \vec{P} = 0$$

$$E + N - P = 0 \quad \Rightarrow \quad N = P - E$$

A massa é igual ao produto da densidade com o volume, logo o peso de um corpo vale:

$$P = (d_C V_C) g = 1{,}2 \times 10^3 \text{ Newtons}$$

O empuxo é igual ao peso do líquido deslocado:

$$E = (d_L V_C) g = 10^3 \text{ Newtons}$$

Como $N = P - E$, temos:

$$N = 200 \text{ Newtons}$$

Resposta: N é a leitura da balança

UFPB/94

7. Um corpo de densidade $0{,}80 g/cm^3$ flutua em um líquido cuja densidade é $1{,}0 g/cm^3$. Determine a fração do volume do corpo que fica submersa no líquido.

Solução:

Dados: $\begin{cases} d_C = 0{,}8 \text{ g/cm}^3 \\ d_L = 1 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$

Vamos considerar: $\begin{cases} V_S = \text{volume do corpo submerso} \\ V = \text{volume do corpo} \\ \alpha = \text{fração do corpo que está submerso} \\ V_S = \alpha\, V \end{cases}$

Como o corpo está em equilíbrio, flutuando no líquido, as únicas forças que atuam nele são o peso P e o empuxo E :

$$P = E$$
$$(d_C\, V)\, g = (d_L\, V_S)\, g$$
$$(d_C\, V)\, g = (d_L\, \alpha\, V)\, g$$

logo:

$$\alpha = \frac{d_C}{d_L} = \frac{0{,}8}{1} = 0{,}8$$

Portanto 80% do corpo fica submerso.