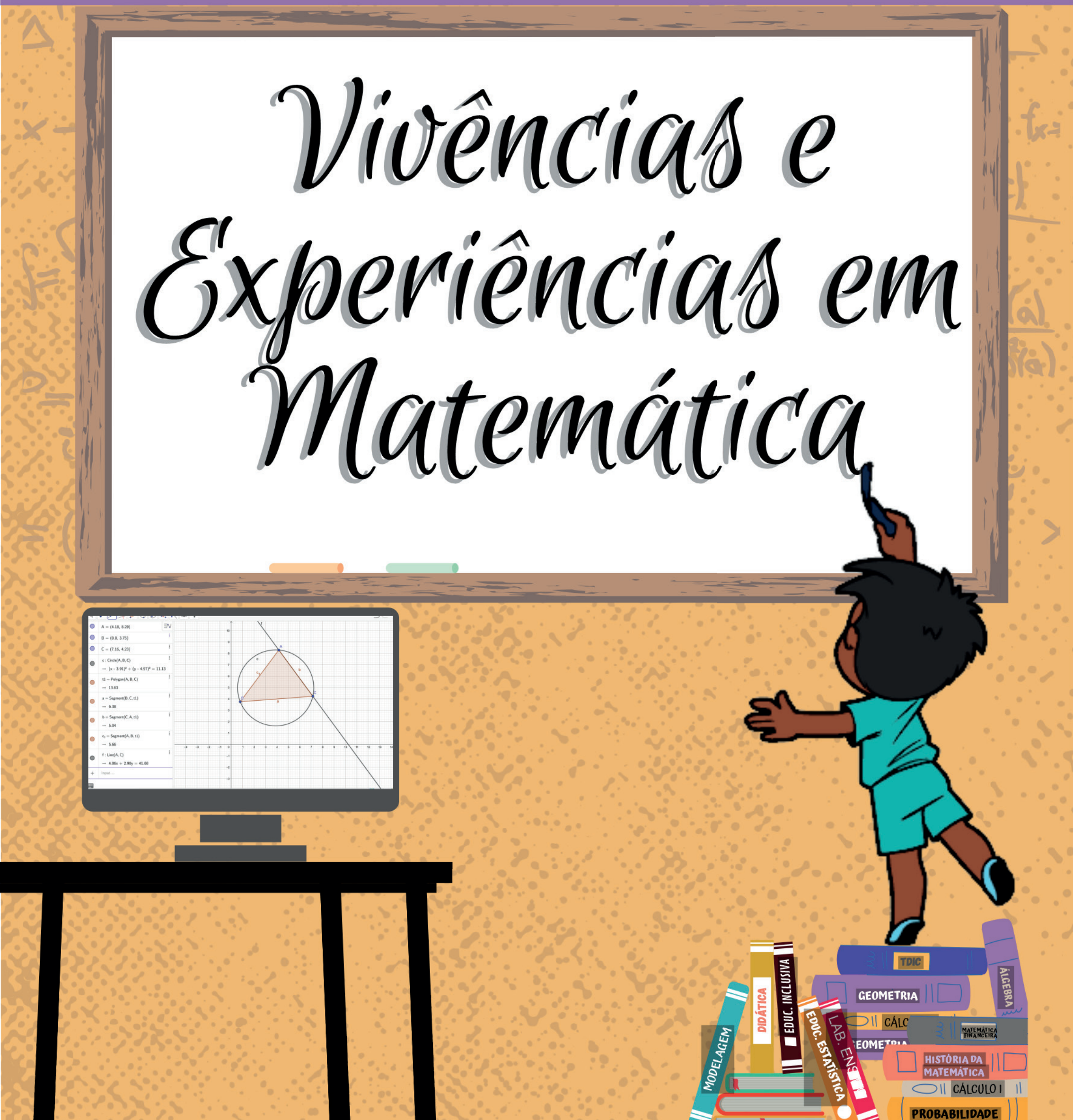
Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Elias Santiago de Assis
(Orgs.)

Vivências e Experiências em Matemática



Editora UFRB

Vivências e experiências em matemática

Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Elias Santiago de Assis
(Orgs.)

Vivências e experiências em matemática

Editora UFRB
Cruz das Almas - Bahia /2021

Projeto gráfico e editoração eletrônica:
Antonio Vagno Santana Cardoso
Capa
Jacqueline Nascimento de Souza.
Revisão e normatização técnica:
Valnei Cardoso de Jesus

V857 Vivências e experiências em matemática / Organizadores: Zulma Elizabete de Freitas Madruga e Elias Santiago de Assis._ Cruz das Almas, Bahia: EDUFRB, 2021.
320p.; il.
Esta Obra é parte da Coleção Sucesso Acadêmico na Graduação da UFRB - VOLUME I.

ISBN: 978-65-87743-26-4.

1.Matemática – Estudo e ensino. 2.Matemática – Prática de ensino. 3. Professores – Formação – Análise. I.Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. II.Madruga, Zulma Elizabete de Freitas. III.Assis, Elias Santiago de. IV.Título.

CDD: 510.7

Ficha elaborada pela Biblioteca Central de Cruz das Almas - UFRB.
Responsável pela Elaboração - Antonio Marcos Sarmento das Chagas (Bibliotecário - CRB5 / 1615).
(os *dados para catalogação foram enviados pelos usuários via formulário eletrônico*).

Livro publicado em 28 de maio de 2021

Editora UFRB
Rua Rui Barbosa, 710 – Centro
44380-000 Cruz das Almas – Bahia/ Brasil
Tel.: (75) 3621-7672
editora@reitoria.ufrb.edu.br
www.ufrb.edu.br/editora
www.facebook.com/editoraufrb

Prefácio

Creuza Souza Silva[1]

Sinto-me honrada por ter sido escolhida pelos/as autores/as para prefaciar esta obra e torná-la pública. A honra e o orgulho de ver mais um livro sendo publicado por professores/as do Centro de Formação de Professores (CFP) da UFRB, favorecendo a disseminação de conhecimentos na formação de professores/as.

Neste caso, o prazer, a honra, o orgulho, é maior ainda pela relevância das temáticas tratadas, com experiências, reflexões e embasamentos teóricos sobre o ensino de Matemática, mostrando "o compromisso social com a educação pública" e o "desejo de tornar a matemática mais acessível e contagiante".

O livro tem 15 capítulos recheados de saberes e reflexões provindas de pesquisas e práticas de ensino no/do Curso de Licenciatura em Matemática do CFP, de professores/as, estudantes e professores/as licenciados/as, egressos/as do curso. Durante a leitura, tive vários momentos de reflexão e nostalgia, já que ensinei Matemática durante 15 anos no Ensino Fundamental da Educação Básica Pública.

O/A leitor/a irá perceber o quanto será prazeroso a leitura deste livro, pois mostra a capacidade pedagógica de um/a professor/a de Matemática "brincar" de forma fácil e responsável, com a utilização de vários recursos didáticos tais como as tecnologias de informação e comunicação, as histórias em quadrinhos entre outros, no processo de ensino e de aprendizagem, tanto na Educação Superior como na Educação Básica.

---

1 Diretora do Centro de Formação de Professores da UFRB, Gestão 2019 – 2023. Professora Adjunta do Centro de Formação de Professores da UFRB no curso de Licenciatura em Química.

São discutidos temas para todos os gostos: histórias, artes, jogos, saúde, estatística entre outros, com os mais variados conteúdos da matemática, envolvendo formação inicial e continuada de professores e professoras de Matemática. Este livro mostra que é possível utilizar propostas diferenciadas de ensinar de Matemática, oferecendo teorias, experiências e argumentos didáticos pedagógicos substanciais.

Convido o/a leitor/a a se “deliciar” com experiências descritas de forma compreensiva e gratificante, aproximando o/a professor/a licenciado/a, licenciando/a, do mundo intrigante, prazeroso e mágico que é, Ensinar Matemática.

APRESENTAÇÃO

Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Elias Santiago de Assis

A organização desta obra representa, por um lado, o compromisso social com a educação pública, e por outro, a ousadia de um grupo de alunos, ex-alunos e professores do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB).

O Centro de Formação de Professores (CFP) localiza-se no município de Amargosa, no extremo oeste da Região Econômica do Recôncavo Sul da Bahia, em uma zona de fronteira entre o Litoral e o Semiárido, a uma distância de 235 km de Salvador. O município de Amargosa está localizado no Vale do Jiquiriçá, que compreende 23 municípios. Devido à sua localização, Amargosa é sede do Núcleo Regional de Educação (NRE) 09, que reúne e organiza a educação de outros 20 municípios pertencentes ao Vale do Jiquiriçá, no âmbito da Secretaria de Educação do governo estadual.

A missão do CFP é formar professores-pesquisadores qualificados e comprometidos com o desenvolvimento educacional e melhoria da educação pública na região, bem como com a emancipação política, econômica e social do território do Recôncavo e Vale do Jiquiriçá.

O Curso de Licenciatura em Matemática do CFP, desde sua criação, vem enfrentando o desafio de assumir a responsabilidade social em articular ensino, pesquisa e extensão em suas atividades acadêmicas, com vistas à formação global de seus alunos e contribuir com a transformação social e regional. Apresenta em seu escopo a formação docente para atuação nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica, sobretudo no Ensino Fundamental (anos finais) e Ensino Médio, em uma perspectiva que visa minimizar a dicotomia entre teoria e prática.

Há um movimento gradativo de consolidação de grupos de pesquisas, atividades de extensão e programas de formação continuada de professores da Educação Básica da região, a exemplo disso, pode-se citar o Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia – GPEMAR, cujo objetivo é estudar e investigar questões relativas ao ensino e aprendizagem de Matemática, assim como os fundamentos e os processos de constituição dos conhecimentos/saberes docentes na formação inicial e continuada de professores de Matemática. Apoia-se na investigação, discussão, reflexão e aplicação de metodologias de pesquisa no campo da Educação Matemática que promovam uma cultura educacional de valorização à diversidade de estudantes nos diversos contextos educacionais e regionais.

Dessa forma, pesquisadores do GPEMAR e demais docentes de Matemática do CFP decidiram em conjunto divulgar suas práticas de sucesso no curso de Licenciatura em Matemática da UFRB, por meio desta coletânea.

Sumário

Introdução

Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Elias Santiago de Assis

A proposta desta obra é propiciar ao leitor uma experiência que destaque a essencial indissociabilidade entre a teoria e a prática, pautada principalmente no diálogo e nas relações intersubjetivas, que revelam aspectos da profissionalização e profissionalidade dos licenciandos em Matemática do CFP.

Com pouco mais de uma década de criação do curso de Licenciatura em Matemática da UFRB, chegou o momento de reunir em um mesmo trabalho algumas ações desenvolvidas por seus docentes, discentes e egressos. Não se trata apenas de um livro de memórias, pois muitas dessas atividades continuam sendo desenvolvidas, com os devidos ajustes, com o intuito de requalificar o ensino de matemática nessa porção do Estado da Bahia em que se encontra a UFRB.

As investigações e relatos de professores do CFP, estudantes e egressos, por meio da problemática que cada um selecionou para seus aprofundamentos de estudos, focalizam situações do cotidiano, que mostram ações preocupadas com o ensino e aprendizagem, tanto de estudantes da Educação Básica, quanto dos licenciados em Matemática, na construção inicial de suas identidades docentes.

Tem-se aqui um livro escrito a várias mãos que se mantêm unidas pelo desejo de tornar a matemática mais acessível e contagiante. A autoria de cada capítulo conta com a presença de algum docente, não raras vezes acompanhado de discentes ou egressos do curso. Escrevê-los, certamente, levou esses atores a refletirem sobre suas práticas, identificando os elementos passíveis de melhorias, mas, sobretudo, percebendo o quanto foi possível avançar até aqui. A cada texto são apresentados tijolos teórico-metodológicos que se unem para erguer paredes de ferramentas didáticas. Nesses tijolos encontram-se jogos, materiais manipuláveis, *softwares* educacionais, vídeos, histórias em quadrinhos, modelagem matemática, história da matemática, entre outros. Se a aprendizagem matemática é o ponto de chegada, pode-se dizer que os caminhos são diversos.

Essa coletânea, oriunda de diversos tempos e espaços, ilustra a reconfiguração de saberes docentes e em formação, em que se materializa a percepção de pesquisa e ensino decorrente de processos de reflexão na, para e sobre ações ocorridas no interior do curso.

O livro – dividido em duas partes – apresenta quinze capítulos cujos autores possuem alguma relação com o Curso de Licenciatura em Matemática do CFP, seja na condição de docente, egresso ou licenciando. Tais capítulos versam sobre pesquisas, atividades ou práticas pedagógicas desenvolvidas no âmbito de componentes curriculares ou projetos.

A primeira parte contempla as experiências realizadas por professores que bebem na fonte da chamada "matemática pura". Esses autores desenvolveram estudos de mestrado ou doutorado voltados para a geometria diferencial, sistemas dinâmicos ou topologia algébrica. Contudo, os relatos descritos neste trabalho inserem-se no âmbito de um curso de graduação em que, nem sempre, as grandes áreas da matemática citadas são vastamente exploradas. As experiências apresentadas nesta parte do livro são referenciadas como *Práticas em Matemática*.

A segunda parte foi redigida por docentes[1] oriundos da chamada "Educação Matemática". Desta vez o objeto de estudo não é somente o conteúdo matemático em si, mas a sua importância na formação dos discentes e as alternativas de melhorias no processo de seu ensino e aprendizagem. Estes autores advêm de uma for-

1 Acompanhados de licenciandos ou egressos do curso.

mação acadêmica, no âmbito de pós-graduações *stricto sensu*, em que se discute didática, currículo, formação de professores e etc. As experiências apontadas nesta parte do livro são denominadas, neste trabalho, como *Práticas em Educação Matemática*. Nelas também estão inseridas algumas reflexões sobre educação estatística e matemática inclusiva.

A Parte I – Práticas em Matemática – apresenta algumas reflexões sobre a utilização de histórias em quadrinhos, vídeos e *softwares* educacionais no processo de ensino e aprendizagem de matemática. As experiências retratadas foram desenvolvidas no âmbito do ensino superior, em componentes curriculares ofertados por professores do curso.

O Capítulo *As histórias em quadrinhos nas aulas de matemática* apresenta quatro *cartoons* produzidos por estudantes do curso de licenciatura em matemática da UFRB em que são contemplados alguns conteúdos da primeira parte de um curso inicial de geometria plana, a saber: axiomas de medição de segmentos, existência e unicidade do ponto médio de um segmento, congruência de triângulos, desigualdade triangular. Também mostra como as histórias em quadrinhos, conhecidas como a Nona Arte, podem ser utilizadas nas aulas de matemática.

O Capítulo *Uma experiência de ensino de matemática por meio de artes* estabelece associações entre matemática e arte no contexto da educação do campo. São feitas articulações entre conteúdos matemáticos e a agroecologia, incorporando, sempre que possível, atividades culturais que permeiam o dia a dia da comunidade campesina.

O Capítulo *Vídeos de matemática na pandemia uma experiência*, diz respeito à produção de vídeos para disseminar conteúdos matemáticos e aproximar docentes e discentes em período de isolamento social provocado pela pandemia da Covid-19. Os vídeos produzidos contemplavam o “Problema de Monty Hall”, a “Conjectura de Goldbach" e uma "Introdução aos sistemas dinâmicos". O primeiro deles trata-se de um problema de probabilidade; o segundo apresenta um resultado, ainda não demonstrado, segundo o qual todo número maior que dois pode ser representado com a soma de dois números primos; já o terceiro introduz conceitos como ponto fixo, ponto pré-periódico, órbita de sistema, dentre outros.

O Capítulo *Investigação em matemática: um caso de aplicação de limites no Cálculo com o software winplot* discorre sobre a utilização de atividades exploratórias e investigativas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, a partir do uso do *software winpolt*. Por meio das atividades, buscou-se obter uma interpretação geométrica para o limite da soma de Riemann em funções reais de uma variável real.

A despeito desses quatro capítulos citarem, explicitamente, alguns conteúdos matemáticos, o objetivo desta obra não é apresentá-los ao leitor. Objetiva-se aqui descrever de que forma esses assuntos foram explorados, tendo em vista a aprendizagem dos estudantes. Para maiores aprofundamentos acerca dos conteúdos matemáticos propriamente ditos, recomenda-se a consulta da lista de referências bibliográficas disposta ao final de cada capítulo.

A Parte II – Práticas em Educação Matemática – apresenta reflexões de professores e estudantes sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, por meio de pesquisas e relatos de experiências em diversas temáticas, tanto no âmbito da Educação Básica, quanto da formação do professor de Matemática.

O Capítulo *O que acontece atrás da porta da sala 13?* – traz reflexões sobre as experiências vivenciadas pelos licenciandos em Matemática do CFP no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), a qual busca possibilidades de experimentação da Matemática teórica por meio da prática, com o intuito de possibilitar ao futuro professor explorar suas potencialidades, refletir sobre suas práticas, desenvolver a criatividade, o espírito investigador e a criticidade.

O Capítulo *História da Matemática e Formação de Professores* apresenta relato de experiência vivenciada na disciplina História da Matemática e Ensino, com o intuito de refletir acerca da importância da discussão sobre aspectos históricos do desenvolvimento da Matemática e da sua utilização no ensino na formação de professores.

O Capítulo *Matemática da UFRB reagindo à pandemia* apresenta ações do projeto de extensão Tecnologia no Ensino e Inovações Aplicadas – TEIA, com o intuito de incentivar professores e estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRB a criarem maneiras, utilizando a internet e redes sociais, de interações virtuais as quais usariam a Matemática como tema, durante o período de pandemia[2].

O Capítulo *Matemática e saúde: o que isso tem a ver?* traz um relato de experiência desenvolvida em uma escola estadual do município de Amargosa – BA, por meio da Residência Pedagógica. Trata-se de uma oficina a qual tinha o objetivo de mostrar para os estudantes, de forma prática, como a Matemática pode contribuir para a qualidade de vida das pessoas.

O Capítulo *Inserção das TDIC no planejamento de docentes de Amargosa* relata a implementação e as ressignificações vivenciadas pelos membros de um Grupo de Extensão do CFP, durante a implementação de dois projetos de extensão sobre o uso das Tecnologias Digitais da Comunicação e Informação, no município de Amargosa-BA.

O Capítulo *Gráficos Estatísticos interpretados em provas do ENEM* – partindo das reflexões sobre as dificuldades dos alunos na interpretação dos gráficos estatísticos e a pouca quantidade de es-

2 A pandemia do novo coronavírus foi declarada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) em março de 2020, o que incluiu ações de combate à covid-19, incluindo isolamento social, acarretando dessa forma a suspensão das aulas presenciais nas Universidades brasileiras por tempo indeterminado.

tudos quanto a esta temática no ENEM, o capítulo apresenta uma pesquisa cujo objetivo foi analisar como os alunos interpretaram os gráficos estatísticos no ENEM.

O Capítulo *Reflexões em aulas de Matemática* apresenta pesquisa que objetivou apresentar e analisar como os alunos desenvolveram, na sala de aula, o conhecimento reflexivo em um ambiente de Modelagem Matemática (MM), na perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC).

O Capítulo *Operações com inteiros: um trabalho do PIBID na EJA* relata uma experiência no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, a qual foi vivenciada por meio de um conjunto de intervenções de ensino realizadas em uma turma de Eixo V da Educação de Jovens e Adultos – EJA – sobre as quatro operações básicas com números inteiros em uma das escolas públicas parceiras.

O Capítulo *Equivalência, soma e subtração de frações: uma experiência* apresenta resultados de uma intervenção, no âmbito do Programa Residência Pedagógica, realizada com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, em uma escola pública Municipal de Amargosa-BA. Tendo como objetivo construir com os estudantes os conceitos de equivalência, soma e subtração de frações, por meio da manipulação da tira das frações e dos copos graduados.

O Capítulo *O uso do Tangram no ensino de geometria para surdos* trata-se dos resultados de uma pesquisa na qual focaliza a perspectiva inclusiva em práticas pedagógicas para o ensino de Matemática, em particular de alunos surdos, tendo como foco investigar as contribuições do material manipulável Tangram na compreensão do conteúdo de área de figuras planas por uma aluna surda de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental.

O Capítulo *Ensino de geometria: um mapeamento dos relatos nos EBEM* traz resultados de uma pesquisa a qual objetivou analisar de que maneira são apresentados os relatos de experiência que abordam o ensino de geometria, nos anais do XI ao XVII Encontro Baiano de Educação Matemática (EBEM), entre os anos de 2005 até 2017. A pesquisa busca compreender como os trabalhos realizados nessa área abordam a geometria, tomando como referência o estado da Bahia.

Com essa configuração, esta obra comunica pesquisa e experiências que convidam você, caro leitor, a tornar-se presente nesse palco, nesse movimento de aproximação do vivenciado por meio das experiências relatadas nos capítulos de atores e autores, na busca por compreender o mundo pela experimentação de ser e estar professor em diferentes tempos e espaços.

Parte I – Práticas em matemática

As histórias em quadrinhos nas aulas de geometria

Elias Santiago de Assis

O contato com a Geometria Euclidiana Plana numa perspectiva axiomática é fundamental para a formação do futuro professor de matemática. Além de possibilitar o desenvolvimento do raciocínio dedutivo, esse tipo de abordagem insere o licenciando no campo de atividades investigativas de um matemático, afinal não basta desconfiar da veracidade de determinado resultado, é preciso prová-lo.

Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998a) preconizem o trabalho com demonstrações matemáticas (em associação com atividades experimentais e indutivas), a maior parte dos discentes concluem o ensino médio sem contato com as justificações formais dos resultados que lhes são apresentados. Assim, quando adentram a universidade, sobretudo no curso de licenciatura em matemática, eles têm contato com uma nova visão de ensino, de aprendizagem e sobretudo, de matemática. No curso ofertado pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB, este contato ocorre já no primeiro semestre por meio do componente curricular *Geometria Plana*.

Em que pese o rigor que acompanha os estudos inerentes ao componente curricular mencionado, é possível adotar em sala de aula alguns recursos didáticos que agreguem mais leveza à exposição de teoremas e de suas demonstrações. Neste sentido, Toh (2009, p. 231) nos questiona: “Como muitos estudantes costumam se divertir com a leitura de histórias em quadrinhos, por que não as utilizar no ensino de Matemática?”

Neste capítulo é relatada uma experiência que envolve a produção de tirinhas, pequenas Histórias em Quadrinhos (HQ), ao longo do componente curricular *Geometria Plana*. Os resultados obtidos revelam a visão dos alunos sobre os estudos desenvolvidos em sala de aula e possibilitam ao docente perceber de que forma os conteúdos trabalhados foram assimilados.

Ensino de Geometria

Nos cursos de licenciatura em matemática do Brasil, os estudos em geometria resultam da herança deixada pelo matemático Euclides que por volta dos anos 300 a. c. reuniu na obra *Os Elementos* todo o conhecimento de matemática básica da época. A despeito da descoberta de outros modelos geométricos igualmente consistentes, no século XIX, a geometria euclidiana ainda é a mais difundida nos cursos de formação de professores de matemática (ASSIS, 2017a).

Euclides sabia que para construir uma teoria era necessário assumir a veracidade de alguns fatos (postulados ou axiomas[1]) a partir dos quais outros resultados (proposições ou teoremas) deveriam ser obtidos por meio do raciocínio dedutivo. Todo resultado apresentado deveria ser proveniente dos axiomas que lhes precediam em associação com as proposições já demonstradas.

O ensino de geometria à moda euclidiana, isto é, por meio das demonstrações dos resultados à luz de uma estrutura axiomática fixada sempre foi desafiador (STONE, 1971; HERSHKOWITZ *et al*., 2002; OTTEN et al., 2014). No Brasil, essa forma de ensinar geometria caiu em desuso, na Educação Básica, na segunda metade do século passado em ocasião do Movimento da Matemática Moderna (MMM) "que, embora utilizando a axiomática em outros tópicos, propugnava a eliminação da Geometria de Euclides no ensino bási-

1 Atualmente esses dois termos, postulado e axioma, são adotados como sinônimos.

co" (BARBOSA, 2006, p. iv). O MMM consistiu numa reformulação curricular que privilegiava a aritmética e a álgebra em detrimento da geometria. Embora não esteja mais em vigor, os seus efeitos são sentidos até hoje.

Se, por um lado, já existem tentativas de resgate do ensino de geometria na Educação Básica, por outro, a abordagem axiomática continua negligenciada. Conforme pontua Assis (2017b), é possível introduzir paulatinamente demonstrações de natureza mais elementar em sala de aula, em vez de exclui-las por completo. Além de fomentar uma cultura matemática que trata da verificação das proposições e teoremas, o trabalho com demonstrações matemáticas ajuda a desenvolver a capacidade de abstração, argumentação, generalização e o raciocínio dedutivo dos estudantes (KALEFF, 1994; DUVAL, 1998; HANSEN, 1998; BANKOV, 2013). Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também advogam pela inserção de demonstrações nas aulas de matemática para potencializar, nos estudantes, a "capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica" (BRASIL, 1998a, p. 26). Da mesma forma, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe que aos discentes sejam dadas condições de elaborar "demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo" (BRASIL, 2018, p. 265).

A geometria é um palco privilegiado para o contato dos estudantes com as justificações matemáticas. Se a comprovação de um resultado decorre do raciocínio lógico-dedutivo e assenta-se numa estrutura axiomática tem-se uma demonstração matemática. Porém, se a validação do resultado segue regras lógicas aceitas e validadas em determinado grupo, mas possivelmente não validadas por outro, tem-se uma prova matemática (BALACHEFF, 2008). Tanto as provas quanto as demonstrações são importantes para a formação do estudante. Quando nenhuma delas é apresentada em sala de aula, os alunos aceitam os teoremas e proposição simplesmente por terem sido enunciados pelo professor ou por aparecerem nos livros. Trata-se, nas palavras de Harel e Sowder (1998), de uma validação por *convicção externa*.

A elaboração de demonstrações matemáticas não é uma tarefa fácil. Exige conhecimento teórico e muita persistência. Não há um roteiro pré-definido, um algoritmo. Algumas dificuldades são comumente apresentadas pelos estudantes. Segundo Selden e Selder (2013), muitos deles têm resistência em provar resultados que lhes parecem óbvios. Além disso, para aqueles que enxergam a matemática como um componente curricular destinado à realização de cálculos, os estudos teóricos em geometria lhes parecem injustificáveis (JONES, 2002). Há também os estudantes que conseguem construir adequadamente o raciocínio, mas enfrentam dificuldades em externá-lo (ASSIS, 2017b). Conforme destacam Assis e Martinho (2017), primeiro surge o raciocínio e só depois vem a linguagem. A transição da linguagem coloquial para uma linguagem matemática é um desafio para os discentes.

No processo de ensino e aprendizagem de geometria não é necessário estabelecer uma ruptura entre as abordagens indutivas e dedutivas, entre a experimentação e a abstração. A transição do concreto para o abstrato, defendida por Clements (2003), deve ser levada em consideração. Neste sentido, além do livro didático, podem ser adotados em sala de aula, vídeos, materiais manipuláveis, *softwares* educacionais e livros paradidáticos (LORENZATO, 1995). Um tipo particular de paradidático que pode prestar um serviço ao processo de ensino e aprendizagem de geometria, e da matemática de modo geral, são as HQ como veremos a seguir.

HQ na Educação

As primeiras HQ destinadas à apresentação de temas escolares foram publicadas nos Estados Unidos da América (EUA) por volta dos anos 1940. Estas histórias destinavam-se à propagação de fatos históricos e da cultura do povo estadunidense (VERGUEIRO, 2006). Três décadas depois, os franceses começaram a reconhecer o potencial educativo da literatura quadrinística. Nos anos 1970 é publicada a HQ intitulada *L´Histoire de France em bandes dessinées* (A história da França em banda desenhada[2]) e na década seguinte ocorre a tradução para o português de Portugal da obra *Les Aventures d'Anselme Lantulu* (As aventuras de Anselmo Curioso) do francês Jean Pierre Petit. Nessa HQ, Petit (1982) introduz as geometrias não euclidianas e destaca que, a despeito do seu inestimável valor, a geometria de Euclides não é capaz de descrever e solucionar todos os problemas do universo. Como dizia o matemático, também francês, Henri Poincaré, "*não existe uma única geometria verdadeira. Existe apenas uma geometria conveniente*". Essa é uma das mensagens implícita na obra de Petit (1982).

No Brasil, na década de 1990, são publicadas HQ que retratam clássicos da literatura, a exemplo de *O guarani* de José de Alencar, *O triste fim de Policarpo Quaresma* de Lima Barreto e *O Alienista* de Machado de Assis (SANTOS NETO; SILVA, 2011). Quanto à matemática havia registros pontuais, geralmente na forma de tirinhas traduzidas para o português e publicadas em jornais. Dentre os exemplos encontram-se algumas histórias de *Hagar, o horrível* de Chris Browne e *Na prancha bamba* de Chip Dunham (ASSIS, 2017b). Somente no século XXI assiste-se ao aparecimento mais efetivo de tirinhas e HQ genuinamente brasileiras em que alguns conteúdos de matemática são retratados. Não obstante o apreço de crianças e adolescente pela leitura de

2 Em Portugal as histórias em quadrinhos são conhecidas como banda desenhada.

HQ, os documentos oficiais do Ministério da Educação só passaram a reconhecer o potencial educativo dessas mídias no final do século passado. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) de 1996 abriu as portas das salas de aula para outros recursos didáticos diferentes do livro, do quadro e do giz, ao recomendar o "pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas" (BRASIL, 1996, p. 1). Um ano depois, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) fazem alusão direta às HQ. Elas passam a ser recomendadas no ensino de Português e de Artes (BRASIL, 1997a, 1997b, 1998b). Contudo, no que tange aos PCN de Matemática (BRASIL, 1998a), não há referência alguma às HQ[3]. Considerações análogas se estendem à BNCC (BRASIL, 2018).

O Programa Nacional da Biblioteca Escolar[4] (PNBE), instituído no ano de 1996, só passou a incluir as HQ entre as obras selecionadas a partir de 2007. Contudo, estas HQ não contemplam conteúdos de matemática. Trata-se, em geral, de adaptações de clássicos da literatura brasileira ou portuguesa, histórias do folclore nacional, ficções, etc. (YAGAMUTI, 2014; SETUBAL; REBOUÇAS, 2015). O tipo de literatura quadrinísitca selecionada pelo PNBE pode nos levar a crer na inexistência de HQ em que os conteúdos matemáticos são contemplados. Mas isso não é verdade. Além da obra de Petit (1982) há outros exemplos a considerar.

No ano de 2002, o cartunista brasileiro Maurício de Sousa, lançou a HQ intitulada *A Turma da Mônica em 'Saiba mais sobre a história da matemática'*. Nesta obra são retratadas as contribuições de diversas civilizações para o desenvolvimento da matemática e alguns matemáticos como Pitágoras e Euclides são citados. Também no século XXI foram publicados, em formato de HQ, os livros *Logicomix*

3 A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) para o Ensino Médio, instituída no ano de 2018, também não faz referência ao uso de HQ nas aulas de matemática (BRASIL, 2018).

4 O Programa Nacional da Biblioteca Escolar consiste na compra de diversos gêneros textuais, seguidos de sua distribuição em escolas com o intuito de fomentar a prática da leitura entre os estudantes.

de Apostolos Doxiadis e Christos Paradimitriou e o *Guia Mangá de Cálculo Diferencial e Integral* de Hiroyuki Kojima e Shin Togami. O primeiro trata da história da lógica a partir de recortes biográficos do matemático inglês Bertrand Russel e no segundo são introduzidos conceitos como limites, derivadas e integrais, acompanhados de aplicações (ASSIS, 2017b). No que diz respeito às tirinhas, é possível encontrar referências à matemática, por exemplo, em *O menino maluquinho* do cartunista brasileiro Ziraldo.

Uma das primeiras vantagens da utilização de HQ com propósitos educacionais refere-se à motivação para a aprendizagem, tendo em vista o entretenimento promovido por este tipo de literatura. A conexão entre texto e imagem torna a leitura mais prazerosa. Esses dois códigos de linguagem, verbal e icônica, se apoiam para que a mensagem seja devidamente transmitida. Segundo Rezende e Silvério (2012), a linguagem icônica costuma atrair os leitores ao mesmo tempo em que complementa a linguagem verbal. Ademais, nas HQ as "informações são absorvidas na própria linguagem dos estudantes, muitas vezes dispensando demoradas e tediosas explicações por parte dos professores" (VERGUEIRO, 2006, p. 26). Elas ajudam a ampliar o vocabulário dos estudantes e promovem o estímulo à leitura, como destacam Vergueiro (2006) e Lovetro (2011).

De acordo com Upson e Hall (2013), a leitura de HQ a juda a desenvolver nos estudantes a capacidade de interpretação de texto na medida em que os leitores são obrigados a preencher as lacunas presentes entre os quadrinhos. Além disso, como pontua Vergueiro (2006), elas podem ser adotadas no tratamento de qualquer tema. É possível utilizá-las para introduzir um assunto ou para complementar a abordagem presente em outra mídia, destaca esse autor.

Segundo Upson e Hall (2013), em sala de aula podem ser adotadas tanto as HQ comerciais (como *Logicomix*, *Guia Mangá de Cálculo Diferecial e Integral*, *As aventuras de Anselmo Curioso*, etc), como as HQ autorais, isto é, aquelas produzidas por professores ou alunos. Kessler (2009) defende a criação de HQ pelo docente em parceria com uma equipe de colaboradores que lhe auxiliará na criação dos personagens, do roteiro, na edição gráfica etc. Francis Pelton e Pelton (2009) e Pereira (2010) sugerem que as histórias sejam produzidas pelos próprios alunos, o que pode ocorrer antes ou depois da apresentação dos assuntos em sala de aula. Se as HQ forem produzidas antes da explanação do professor, elas possibilitarão ao docente identificar os conhecimentos prévios dos alunos. Por outro lado, se forem produzidas após o tratamento dos assuntos em sala, o professor poderá verificar de que forma esses conteúdos foram assimilados pelos discentes e até mesmo perceber possíveis equívocos na aprendizagem. A atividade retratada neste capítulo contempla o segundo tipo de abordagem, ou seja, a produção de HQ pelos próprios alunos.

Produções dos alunos

A experiência descrita a partir de agora se insere no contexto de formação de futuros professores de matemática. No curso de licenciatura, esses atores desenvolvem estudos na área de geometria euclidiana plana sob um olhar axiomático-dedutivo. Assim passam a conviver diariamente com um conjunto de axiomas e com os seus desdobramentos, geralmente expressos na forma de teoremas e corolários. No curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) esse tipo de estudo ocorre já no primeiro semestre por meio do componente curricular *Geometria Plana*. A maior parte dos discentes revela, desde o início, certo desconhecimento acerca da necessidade de provar determinados resultados na matemática. Eles são oriundos de uma formação escolar em que as proposições matemáticas se revelam verdadeiras por aparecer nos livros ou por serem citadas pelo professor. Trata-se da convicção externa, assinalada por Harel e Sowder (2012). Romper com esse paradigma é o primeiro obstáculo enfrentado por esses discentes.

A mudança de postura diante da matemática é inevitável. Os estudantes passam a compreender a necessidade de construir uma teoria alicerçada em um conjunto de axiomas suficientes e consistentes. O próximo diz respeito ao desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e na aquisição da linguagem matemática. É uma tarefa processual.

No componente curricular ofertado pela UFRB, geralmente é adotado o livro *Geometria Euclidiana Plana* do autor João Lucas Marques Barbosa. Nesta obra, Barbosa (2006) faz uso de seis grupos axiomas: incidência, ordem, medição, congruência, paralelismo[5], área. A utilização desses axiomas e das proposições apresentadas e provadas ao longo do curso permite a realização de estudos acerca dos ângulos, triângulos, teorema do ângulo externo, teorema de Pitágoras, trigonometria, cálculo de área etc. Este texto trata de uma atividade desenvolvida na primeira metade do componente curricular e, portanto, nem todos os conteúdos listados são contemplados.

Conforme destaca Assis (2017a), a geometria euclidiana faz parte da formação inicial de todo professor de matemática. É preciso, portanto, encontrar formas de tornar a aprendizagem mais efetiva. Aqui veremos de que forma as HQ foram inseridas em sala de aula com o intuito de contribuir com as discussões e fomentar a aprendizagem. Inicialmente o docente teceu comentários sobre os contributos educacionais das HQ, citou experiências relatadas na literatura e defendeu a confecção desse tipo de mídia para fins educativos. Com isso foi firmado um acordo: após a apresentação dos conteúdos da primeira unidade, seguida das devidas discussões e resoluções de

5 Na verdade, o texto pretende fazer referência ao axioma das paralelas segundo o qual por um ponto fora de uma reta é possível traçar uma única paralela à reta dada.

exercícios, os discentes deveriam confeccionar, em grupos, uma tirinha que retratasse algum dos assuntos discutidos em sala de aula. Este tipo de proposta é defendido por Francis Pelton e Pelton (2009) e Pereira (2010), como já visto neste texto. Foram criadas quatro equipes e cada uma delas poderia escolher o assunto de sua preferência. Por simplicidade, utilizaremos os termos Equipe 1, Equipe 2, Equipe 3 e Equipe 4 para designá-las. A partir de agora serão apresentados os trabalhos produzidos.

O professor do componente curricular, ao propor a atividade, alertou os alunos sobre a existência de *sites* e *softwares* livres em que as tirinhas poderiam ser confeccionadas, caso eles não quisessem fazê-las à mão livre. Apenas uma equipe utilizou recursos computacionais como veremos a seguir.

Figura 1 – Tirinha da Equipe 1.

Fonte: Trabalho produzido por estudantes no componente curricular Geometria Plana.

A tirinha confeccionada pela equipe 1, retratada na Figura 1, foi composta por dois quadrinhos e três personagens. O personagem da direita se chama Daniel e o personagem mais à esquerda se chama João Lucas. Não foi atribuído um nome ao personagem central. A história se passa em uma sala de aula, certamente em uma aula de matemática, e há uma discordância entre Daniel e João Lucas. Eles estão se referindo ao resultado matemático exposto no quadro: a existência (e quiçá a unicidade) do ponto médio de um segmento. Para Daniel, este resultado é um axioma; para João Lucas trata-se de uma proposição.

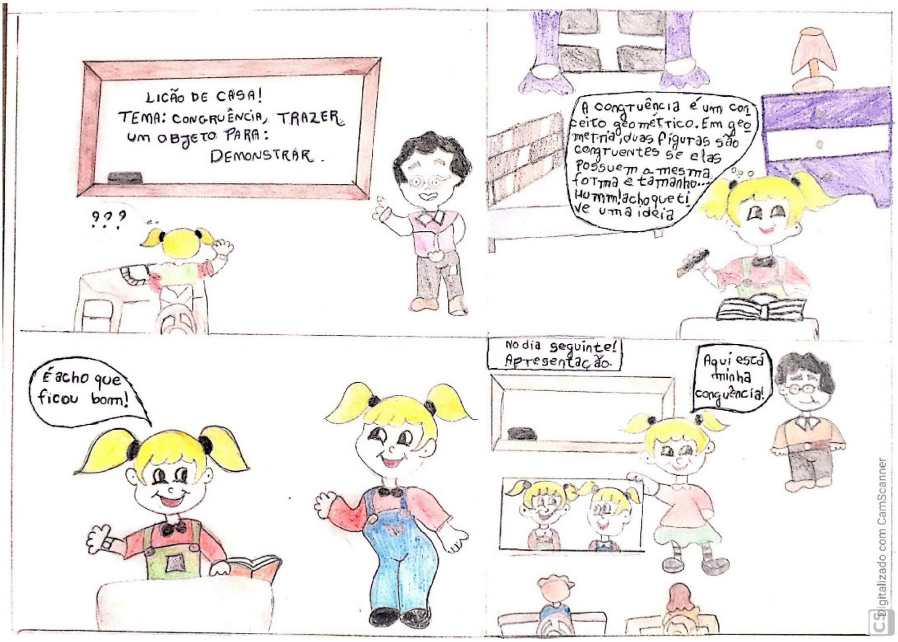
Após a Equipe 1 apresentar o seu trabalho, as discussões foram iniciadas em sala de aula. Todos os alunos compreenderam rapidamente que o personagem João Lucas se tratava do autor do livro didático adotado em sala de aula. Cabia a ele eleger os axiomas e proposições. Sim, a seleção dos axiomas é uma escolha intelectual. Os alunos ainda não tinham percebido isso. Não se trata de uma lei da natureza que apresenta aos matemáticos sempre o mesmo conjunto de axiomas para o desenvolvimento de uma teoria. Na verdade, eles podem adotar axiomas diferentes desde que o resultado final seja o mesmo.

A tirinha 1 também relevou a dificuldade enfrentada pelos alunos em ter que demonstrar resultados matemáticos que lhe parecem triviais. Esse tipo de problema é apontado por Selden e Selder (2013). Para os discentes a existência do ponto médio de um segmento é irrefutável e, portanto, não há razões para demonstrá-la. Foi necessário alertá-los que todo resultado passível de demonstração a partir dos postulados e proposições que lhe precedem não pode ser classificado como axioma.

Quanto ao terceiro personagem, aquele cujo nome não foi revelado, trata-se do professor do componente curricular. Ele aparece propositalmente entre os outros dois. É apresentada a ideia do professor como o mediador da aprendizagem de seus alunos.

A Equipe 2 contemplou o conceito de congruência em sua tirinha, conforme pode ser observado na Figura 2. A história também se passa em uma sala de aula e conta, a princípio, com a participação de dois personagens: uma aluna e o seu professor de matemática.

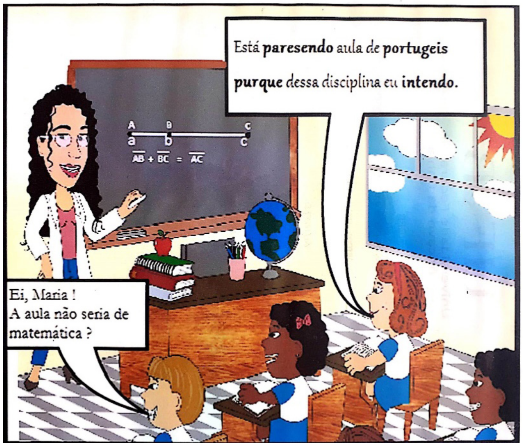
Figura 2 – Tirinha da Equipe 2.



Fonte: Trabalho produzido por estudantes no componente curricular Geometria Plana.

Na aula de matemática retratada na Figura 2, o professor solicita uma tarefa aos estudantes. Cada um deles deverá apresentar, na próxima aula, “um objeto para demonstrar” o conceito de congruência. Na verdade, o verbo demonstrar não foi utilizado adequadamente. Segundo Ballachef (2008), uma demonstração em matemática consiste na validação de determinado resultado por meio do raciocínio lógico dedutivo construído a partir de uma estrutura axiomática. A equipe estava se referindo, simplesmente, à apresentação de exemplos de figuras ou objetos congruentes. Em vez de mencionar a correspondência biunívoca entre ângulos e lados (congruentes) de dois polígonos conforme aparece em Barbosa (2006), a equipe faz uso de uma linguagem mais coloquial, como costuma aparecer em HQ (VERGUEIRO, 2006). Na tirinha, objetos congruentes são caracterizados como aqueles que possuem a mesma forma e tamanho. De fato, a transposição do formalismo da geometria axiomático-dedutivo para a coloquialidade da linguagem oral, presente nos balões de fala da literatura em quadrinhos, deve ser considerada sob pena de descaracterizar a literatura em quadrinhos e não prender a atenção dos leitores (ASSIS, 2017b).

Figura 3 – Tirinha da Equipe 3.

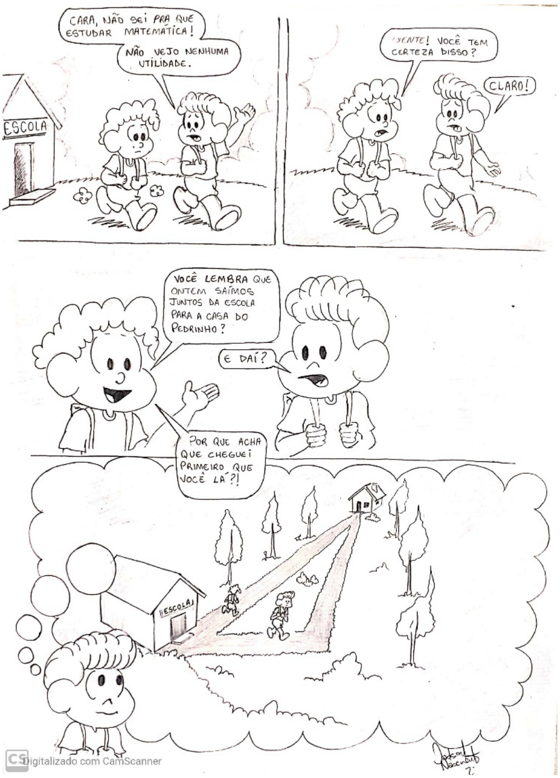


Fonte: Trabalho produzido por estudantes no componente curricular Geometria Plana.

Para exemplificar o conceito de congruência, a estudante que aparece na Figura 2, toma-se como exemplo e apresenta ao professor um retrato em que aparece acompanhada de sua irmã gêmea, certamente univitelinas. A despeito da existência de diferenças entre irmãos gêmeos, o exemplo apresentado revela que o conceito de congruência foi compreendido pelos discentes e a tirinha apresentada foi bem aceita por toda a turma.

Assim como nos casos anteriores, a história produzida pela Equipe 3 também se passa em uma sala de aula, como é possível perceber na Figura 3. A mensagem é apresentada em um único quadrinho que conta com a participação de cinco personagens: uma professora de matemática e quatro de seus alunos. No quadro a professora expõe um dos axiomas medição de segmentos de reta estudados em sala de aula. Se um ponto B encontra-se entre A e C, então o comprimento de AC é igual à soma dos comprimentos de AB e BC (BARBOSA, 2006). Não há dúvidas dos alunos quanto ao axioma. O texto faz referência à linguagem matemática. Os discentes não estavam acostumados a apresentar, de forma textual, as argumentações para as atividades de matemática (ASSIS, 2017b). Eles são oriundos de uma formação escolar em que, muitas vezes os resultados matemáticos lhes são impostos e a resolução das atividades se resume em fazer cálculos. Essa concepção computacional da matemática potencializa as dificuldades dos estudantes nos estudos em geometria, destaca Jones (2002). Até mesmo a álgebra lhes provoca certo estranhamento.

Figura 4 – Tirinha da Equipe 4.



Fonte: Trabalho produzido por estudantes no componente curricular Geometria Plana.

Quanto aos erros na escrita das palavras pronunciadas pela personagem Maria, trata-se de uma tentativa de introduzir um pouco de humor à narrativa. No fundo, as dificuldades não eram restritas apenas à matemática, também havia questões a melhorar no que tange a língua materna.

Não obstante a presença de uma escola na tirinha confeccionada pela equipe 4, desta vez a história se passa fora dela. Dois alunos, ao retornarem para as suas casas, após a aula, debatem sobre a importância da matemática em suas vidas. A tirinha aparece na Figura 4.

O personagem da direita, que designaremos como personagem 1, revela ao da esquerda, personagem 2, que não consegue entender o porquê de se estudar matemática. Feito isso, o personagem 2 pede-lhe para relembrar certo episódio: a ida dos dois a cada de um terceiro personagem, o Pedrinho. Neste momento, o personagem 1 relembra o ocorrido. Ele, percorreu dois lados de um triângulo para chegar a cada do colega. Já o personagem 2 percorreu um único lado do mesmo triângulo e assim chegou mais rápido. Toda a turma aprovou a tirinha da equipe 4 e percebeu rapidamente do que se tratava: o personagem 2 utilizou a desigualdade triangular. Desta forma, a equipe estabeleceu um diálogo entre um conteúdo visto em sala e um problema do mundo real.

Considerações finais

As tirinhas produzidas permitiram ao professor enxergar a matemática sob a óptica de seus alunos. Ajudou-lhe a reconhecer a forma como alguns conteúdos foram assimilados e a identificar o posicionamento dos discentes mediante o estudo de geometria à moda euclidiana. Ao atribuir aos estudantes certo grau de liberdade quanto à construção das histórias, o docente permitiu-lhes apresentar a forma como interagiram com os conteúdos trabalhados em sala de aula.

A produção das tirinhas estimulou os discentes a atribuírem significado e aplicabilidade aos conteúdos estudados. Com efeito, a exemplificação do conceito de congruência presente em umas das tirinhas revela a tentativa dos estudantes de compreender conceitos matemáticos por associação com o seu dia a dia. Da mesma forma, o uso da desigualdade triangular em outra narrativa mostra que a matemática escolar pode ser utilizada para resolver problemas do cotidiano. Esses exemplos mostram que a apresentação dos assuntos por meio da literatura em quadrinhos leva os alunos a buscarem contextos em que a matemática pode ser inserida.

A subjetividade de cada história ajuda a revelar quais aspectos dos assuntos trabalhados chamaram mais a atenção dos discentes. Ademais, revela conflitos que emergem no próprio processo de aprendizagem. Uma das tirinhas, por exemplo, exibe a inquietação dos discentes quanto à escolha dos axiomas. Não se trata especificamente da dificuldade em compreender determinado assunto, mas dos conflitos na aceitação da própria estrutura axiomática apresentada. Esse tipo de discussão nem sempre está presente em sala de aula. As HQ permitem ao professor reconhecer questões que precisam ser debatidas e amplamente esclarecidas. No caso, a minimalidade do conjunto de axiomas adotados é uma delas.

A concepção prévia dos discentes sobre a matemática também pode aparecer no trabalho envolvendo HQ. Em uma das tirinhas, percebe-se o estranhamento quanto à ausência de cálculo laboriosos em sala de aula. A teorização dos conteúdos e, por conseguinte, a utilização de justificações textuais não parece ser compatível com ideia de que muitos estudantes tem da matemática. A produção dos discentes revela a necessidade de se discutir o que é a matemática.

Embora a utilização das HQ em sala de aula possa ocorrer de diversas formas, neste trabalho foi apontado apenas um caminho. Não é possível afirmar que os discentes estarão sempre dispostos a produzirem as próprias narrativas. É preciso motivá-los. A liberdade de expressão, respeitando os princípios éticos e morais, deve ser estimulada. Os discentes têm muito a dizer e as HQ podem representar mais um canal comunicação entre eles e o professor.

Referências

ASSIS, E. S. A Geometria Hiperbólica nos currículos escolares e universitários. **Educação Matematemática Pesquisa**., São Paulo, v. 19, n. 3, p. 393-413, 2017a.

ASSIS, E. S. **Exposição axiomática da geometria euclidiana plana por meio de histórias em quadrinhos**: possibilidades, limitações e desafios. 2017. 549 f. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) – Instituto de Educação, Universidade do Minho, Braga, 2017b.

ASSIS, E. S.; MARTINHO, M. H. O desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes e a leitura de histórias em quadrinhos: uma articulação possível. *In*: Seminário de Investigação em Educação Matemática, 28., 2017, Porto. **Anais** [...]. Porto, 2017, p. 274-291.

BALACHEFF, N. The role the researcher's epistemology in mathematics education: an essay on the case of proof. **ZDM:** The International Journal on Mathematics Education, v. 40, n. 3, p. 501-512, 2008.

BANKOV, K. Teaching geometry of Bulgaria. **European Journal of Science and Mathematics Education**, v. 1, n. 3, p. 158-164, 2013.

BARBOSA, J. L. Geometria euclidiana plana. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: Artes. Ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: Língua Portuguesa. Ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997b.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: Arte. Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998b.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998a.

CLEMENTS, D. H. Teaching and learning geometry. *In*: KILPATRICK, J.; GARY, MARTIN, W. G,; SCHIFTER, D. (Eds.). **A research companion to principles and standards for school matheamtics**. Reston, Virginia, USA: National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 151-178.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. *In*: MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Eds.). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century**. London: Kluwer Academic Publishers, 1998, p. 37-52.

FRANCIS PELTON, L.; PELTON, T. The Learner as Teacher: Using Student Authored Comics to "Teach" Mathematics Concepts. *In*: SIEMENS, G.; FULFORD, C. (Eds.). **Proceedings of EdMedia:** World Conference on Educational Media and Technology 2009. Association for the Advancement of Computing in Education (AACE), 2009, p. 1591-1599.

HANSEN, V. L. Changes and trands in geometry curricula. *In*: MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Eds.). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century**. London: Kluwer Academic Publishers, 1998, p. 235-242.

HAREL, G.; SOWDER, L. Students' proof schemes: results from exploratory studies. **CBMS Issues in Mathematics Education**, 7, p. 234-283, 1998.

HERSHKOWITZ, R. *et al*. Mathematics curriculum development for computerized environments: A designer – researcher – teach – learner activity. *In*: ENGLISH, L. D. (Ed.). **Handbook of International Re-**

search in Mathematics Education. Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum Associates Publichers, 2002, p. 657-694.

JONES, K. Issues in the teaching and learning geometry. *In*: HAGGARTY, L. (Ed.). **Aspects of Teaching Secondary Mathematics**: perspectives on practice. London: Routledge Falmer, 2002, p. 121-139.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino de Geometria em nossas mãos. **A Educação Matemática em Revista**, 2, p. 19-25, 1994.

KESSLER, B. Comic books that teach mathematics. *In*: KAPLAN,C. S.; SARHANGI, R (Eds.). **Proceedings of Bridges 2009**: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture. London: Tarquin Books, 2009, p. 97-104.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista**, 4, p. 4-13, 1995.

LOVETRO, J. A. **Origens das histórias em quadrinhos**. (Série História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem). Rio de Janeiro: TV Escola – Salto para o futuro, 2011.

OTTEN, S. *et al*. The Mathematical Nature of Reasoning-and-Proving Opportunities in Geometry Textbooks. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 16, n. 1, p. 51-79, 2014.

PEREIRA, A. C. C. O uso de quadrinhos no ensino da matemática: um ensaio com alunos do curso de licenciatura em matemática da UECE. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais** [...]. Salvador, 2010, p. 1-9.

PETIT, J. P. **As aventuras de Anselmo curioso**: os mistérios da geometria. Tradução L. Pignatelli. Revisão Técnica A. S. Aubyn. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1982.

REZENDE, L. A.; SILVÉRIO, L. B. R. Leitura e educação – representações da inclusão social na obra de Maurício de Sousa. **Cadernos de Letras da UFF – Dossiê:** Palavra e imagem, 44, p. 255-276, 2012.

SANTOS NETO, E.; SILVA, M. R. P. Histórias em quadrinhos e educação: histórico e perspectivas. *In*: SANTOS NETO, E.; SILVA, M. R. P. (Orgs.). **Histórias em quadrinhos & educação**: formação e prática docente. São Bernardo do Campo: Editora UMESP, 2011, p. 19-32.

SELDEN, A.; SELDEN, J. Proof and problem solving at university level. **The Mathematics Enthusiast**, v. 10, n. 1, p. 302-334, 2013.

SETUBAL, F. M. R.; REBOUÇAS, M. L. M. Quadrinhos e educação: uma relação complexa. **Revista brasileira de história da educação**, v. 15, n. 1, p. 301-334, 2015.

STONE, M. Learning and teaching axiomatic geometry. **Educational Studies in Mathematics**, v. 4, n. 1, p. 91-103, 1971.

TOH, T. L. Use of cartoons and comics to teach algebra in mathematics classrooms. *In*: MARTIN, D.; FITZPATRICK, T.; HUNTING, R.; ITTER, D.; LENARD, C.; MILLS, T.; MILNE, L. (Eds.). **Mathematics of Prime Importance**: MAV Yearbook 2009. Melbourne: The Mathematical Association of Victoria, 2009, p. 230-239.

UPSON, M.; HALL, C. M. Comic book guy in the classroom: the educational power and potential of graphic storytelling in library education. **Kansas Library Association College and University Libraries Section Proceedings**, v. 3, n. 1, p. 28-38, 2013.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. *In*: A. RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (Orgs.). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. São Paulo: Editora Contexto, 2006, p. 77-30.

YAMAGUTI, V. As adaptações literárias em quadrinhos selecionadas pelo PNBE: soluções e problemas na sala de aula. **Olh@res**, v. 2, n. 1, p. 441-459, 2014.

Uma experiência de ensino de matemática por meio de artes

Jérsica Moreira da Cruz
Renato dos Santos Diniz

Este trabalho apresenta-se como um relato de experiência que objetiva mostrar os resultados de uma atividade, integração entre o campo da expressão artística e o ensino da matemática. Foi executada na disciplina de Fundamentos da Matemática para estudantes do curso de Licenciatura em Educação do Campo, da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), localizada em Amargosa, Bahia. Tem como foco relatar a importância da aplicação holística de conteúdos aparentemente opostos como alternativa exitosa no estímulo à formação de educadores do campo.

Arte, sociedade e educação

Durante muito tempo a arte foi tratada como elemento separador de classes. Alguns movimentos, estilos, Escolas de arte foram condicionados aos interesses de indivíduos ou grupos sociais que detinham a vigência do poder em suas épocas. Martins (2008) aponta, inclusive, que as categorias estéticas do belo e do feio são assim definidas graças à sua localização temporal e ao espaço social do momento histórico nas quais estão inseridas.

Ressalta-se ainda a linguagem artística que, de acordo com o pensamento de Vieira (2006), ainda é vista no contexto da educação institucionalizada, prioritariamente, como meio eficaz para alcançar conteúdos disciplinares com objetivos pedagógicos muito amplos, como o desenvolvimento da criatividade. De toda forma, este pensamento vem mudando nas instituições de ensino e na sociedade em geral, compreendendo a arte como um processo contínuo de experiências.

Quando se busca pensar sobre o ensino de arte, precisa-se compreender que este campo surge com viés de reprodução de conteúdo. Os assuntos se mostram dissociados da produção reflexiva de saberes e da própria sociedade, desde a sua apresentação nos anos iniciais de escolarização do indivíduo. A própria normativa educacional vigente em alguns países, como é o caso do Brasil, mostra esta lacuna. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Arte, propostos pelo Ministério da Educação (BRASIL, 1998) relatam que:

> Apesar de todos os esforços para o desenvolvimento de um saber artístico na escola, verifica-se que a Arte, historicamente produzida e em produção pela humanidade, ainda não tem sido suficientemente ensinada e aprendida pela maioria dos jovens brasileiros (BRASIL, 1998, p.23).

Para superar esta problemática é necessário que haja a participação do professor/educador como mediador do campo teórico da arte e de suas práticas artísticas. Barbosa (apud SANTOS, 2017, p. 24) ressalta que “somente a ação inteligente e empática do professor pode tornar a Arte ingrediente essencial para favorecer o crescimento individual e o comportamento de cidadão fruidor de cultura e conhecedor da construção de sua própria nação”. Corrobora, nesse sentido, o documento curricular nacional mais atual, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), proposto pelo Ministério da Educação (BRASIL, 2018):

> [...] é preciso reconhecer a diversidade de saberes, experiências e práticas artísticas como modos legítimos de pensar, de experienciar e de fruir a Arte, o que coloca em evidência o caráter social e político dessas práticas (BRASIL, 2018, p.197).

Assim, é perceptível verificar que a noção sobre o ensino de arte, seja no Brasil ou fora dele, também concorre para fomentar o pensamento da disciplina, de seus mediadores e do próprio campo da arte como campo do conhecimento potencializador da criatividade e produtor de subjetividades.

Inegavelmente, é necessário que o aluno – independente do seu nível de formação acadêmica/escolar – tenha experiências com a linguagem da arte para que, caso chegue a produzir alguma forma de expressão artística, também seja capaz de entender seus procedimentos, conhecer seus preceitos e ter a segurança de expor para os outros um pouco de sua história, analisando e refletindo sobre a importância de histórias de vida e, ao mesmo tempo, agindo como agente ativo na construção de saberes na sociedade.

Matemática e arte

Arte e a Matemática fazem parte dos primeiros referenciais dos seres humanos. Aparentemente opostas, estas áreas surgiram das variadas necessidades de representação do mundo. A primeira surgiu como meio de manifestação do homem em estabelecer formas de comunicação com seus pares e até mesmo com as forças mágicas ou com a própria natureza. A segunda surgiu para resolver problemas de ordem prática do cotidiano, seja para diferenciar quantidades, analisar espaços e até prever o período de colheitas na agricultura, tão útil manutenção da vida em coletividade nas primeiras civilizações. Ao longo da história sempre houve registros de atividades desenvolvidas que suscitaram a necessidade de algum tipo de saber matemático.

Sobram exemplos em que esta integração de campos é citada. Prette e Giorgis (apud SEMMER, 2007) mostram que, além dos objetos necessários à sobrevivência, havia objetos e desenhos sem nenhuma função prática, tais como estatuetas femininas, cenas de caça e registros simbólicos que poderiam ter significados e evidenciavam as aplicações da matemática nas artes, desde os primórdios.

Desse modo, é visto que matemática e a arte trabalham juntas há muito tempo e já foram utilizadas várias vezes e de diversas formas. Da simetria, por exemplo, originou-se muitas obras famosas e estilos artísticos. Isto se torna ainda mais evidente quando se observa a natureza. Para Atalay (apud SEMMER, 2007) ela inspira tanto o artista quanto o cientista, abordando enfoques distintos, nos quais ao artista interessa interpretar o mundo visível, enquanto o cientista se interessa em explicar como e por que age a natureza.

Semmer (2007, p. 5) também exemplifica essa integração através da natureza e cita exemplos. Quando se visualiza a concha de moluscos do gênero Nautillus, o miolo do girassol e as flores pentâmeras são objetos de estudo que, ao serem observados, estabelecem relações entre suas partes. Esta observação das relações de medidas encontradas na natureza permitiu desenvolver, posteriormente, estudos sobre a proporção áurea, que contribuiu para a produção geométrica que mais tarde seria utilizada no movimento renascentista e por inúmeros artistas ao longo dos séculos.

A linguagem matemática também interage no campo da arte em expressões artísticas que não são comumente lembradas no campo da matemática e que foram desenvolvidas na contemporaneidade. O cientismo e o op art[6] (HERNÁNDEZ, 2011), o neoplasticismo (ZALESKI FILHO, 2015), a projeção do corpo na dança (SANTOS; DUARTE; CAVALCANTE, 2013), a estruturação musical (PEREIRA, 2013), as artes cênicas (VASCONCELOS, 2018) são apenas alguns dos exemplos de expressões artísticas que utilizaram do saber matemático para defender conceitos, visões de mundo, produzir técnicas das artes em geral confirmando, mais uma vez, que estes campos conversam e necessitam ser inter-relacionados.

6 Baseado em recursos visuais, sobretudo na ilusão de ótica, o movimento Op art (ou Optical Art) expressa a mutabilidade do mundo e suas ilimitadas possibilidades. Foi um movimento artístico que atingiu seu auge na década de 1960 anos nos Estados Unidos.

Educação do Campo e interdependência

É visto que a matemática e as artes têm um ponto de encontro em comum: a natureza. É, também, a natureza que envolve os saberes da formação daqueles que entram para a Educação do Campo. Assim, não seria estranho buscar compreender as estratégias de outras áreas que desfrutam da observação da natureza para a concepção de processos educativos e para a formação de profissionais atentos à visão coletiva de seu trabalho.

Na Educação do Campo, há vivências que utilizam da racionalidade, tipicamente atribuída à matemática, e da sensibilidade, característica ligada ao campo das artes. Entre estas experiências existe a mística. Esta vivência apresenta uma forma dinâmica, que também possibilita tornar o ensino mais ligado à intuição, à sensibilidade, à percepção, à imaginação, à criatividade e que envolvem aspectos socioemocionais do educando e os mediadores de suas práticas. Sobre a mística, Boff (apud SILVA, 2017, p. 9) relata:

> Não possui um conteúdo teórico, mas está ligada à experiência religiosa, nos ritos de iniciação. A pessoa é levada a experimentar através de celebrações, cânticos, danças, dramatizações e realização de gestos rituais, uma revelação ou uma iluminação conservada por um grupo determinado e fechado. Importa enfatizar o fato de que o mistério está ligado a essa vivência/experiência globalizante.

Preparar a mística é envolver as pessoas a expressar razões através de uma mensagem, criar um mundo imaginário que buscamos alcançar, transmitindo ânimo para construir uma ideia, um sonho. Esta vivência, ligada às práticas da educação do campo, transmite alegria, vibração positiva, interesse, motivação de viver e lutar por uma causa. Esses sentimentos também são percebidos em todos os momentos nos quais as artes e a matemática foram envolvidas, podendo ser a mística um elemento potencializador dessa inter-relação.

Neste contexto, apresentar um relato a partir de uma atividade integradora de múltiplos campos de conhecimento se justifica pela necessidade de desenvolver a visão dos futuros profissionais da Educação do Campo a lidarem com a racionalidade e a sensibilidade dos campos das artes e da matemática e tem como fundo de encontro a própria essência interdependente que há na própria natureza.

Percurso metodológico

A experiência relatada neste trabalho ocorreu no Centro de Formação de Professores (CFP), da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), localizada no município de Amargosa, estado da Bahia. O público alcançado contemplou um total de 38 discentes do curso de Licenciatura em Educação do Campo, com habilitação em Ciências Agrárias. As atividades foram conduzidas a partir das práticas pedagógicas do Mestre Renato dos Santos Diniz, professor responsável pelo componente curricular Fundamentos da Matemática.

O trabalho se deu entre os meses de maio a julho de 2019, a partir da proposta do professor Renato Diniz em correlacionar elementos da linguagem artística ao ensino da Matemática. O desenvolvimento da atividade consistiu em duas etapas: a) imersão bibliográfica acerca das relações entre Artes e Matemática; b) culminância realizada por meio de uma atividade de campo, ao final do período 2019.1 da UFRB.

A primeira etapa consistiu na apresentação e segmentação de temas relacionados à disciplina e propostos pelo professor Renato Diniz, que dividiu a turma em pequenos grupos, sendo três grupos com oito pessoas e outros dois grupos, com sete integrantes. Diante da percepção do docente sobre a apreensão de conhecimento dos discentes, foram apresentadas as seguintes abordagens:

A história dos povos egípcios e suas contribuições para o campo da Matemática;

A história dos povos babilônicos e suas contribuições para o campo da Matemática;

A história dos povos romanos e suas contribuições para o campo da Matemática;

A história dos povos contemporâneos e suas contribuições para o campo da Matemática.

Ressalta-se que a escolha dos componentes de cada equipe foi desenvolvida em consenso entre os próprios estudantes. Contudo, houve a alternativa para que, caso houvesse a necessidade para a execução plena das atividades, os grupos pudessem convidar outros membros da comunidade acadêmica como técnicos, servidores e docentes. Puderam, ainda, integrar membros da comunidade externa à instituição.

O desafio proposto nesta etapa foi correlacionar conceitos presentes no referencial teórico proposto pelo mediador da atividade e identificados pelos estudantes que participaram da experiência às diversas manifestações da linguagem artística e seus desdobramentos, como podemos ver nas Figuras 2, 6 e 8.

Após a apresentação da proposta do professor – e então mediador da experiência – foi desenvolvida a segunda etapa do trabalho. Consistiu em uma atividade de campo, ao final do período 2019.1 que buscou expor, a partir da percepção e sensibilidade sobre os temas da matemática discutidos na primeira fase, com a manifestação dos indivíduos envolvidos na proposta de trabalho.

Figura 1 – Artefatos usados no desenvolvimento das atividades.

Fonte: Autor (2019).

Figura 2 – Integrantes dos grupos (a) e (d): povos egípcios e contemporâneos.

Fonte: Autor (2019).

Resultados e discussão

A experiência que aqui relatamos foi constituída por caminhos e histórias de estudantes que, unidos pela prática pedagógica mediada pelo professor Renato Diniz, se apropriaram de uma vivência que extrapolou o contexto acadêmico, indo até o campo socioemocional de todos os participantes.

Em cada uma das etapas do trabalho conseguimos, efetivamente, aplicar as diretrizes do componente curricular Fundamentos da Matemática, presente no Projeto Político do Curso (PPC) de Licenciatura em Educação do Campo, que busca correlacionar a realidade agroecológica e de cooperação aos conteúdos matemáticos (UFRB, 2013).

Diante desta perspectiva, as atividades demonstraram que a arte e a matemática estão inter-relacionadas e são capazes de produzir conhecimento sensível da natureza e da ciência, diferente da visão rígida que, por muitas vezes, foi apresentada de forma individualista e distante da própria sociedade, tal como mostram os estudos de Pérez et al. (2001).

É imprescindível citar que diante de tal atividade, cada uma de suas etapas contribuiu para alcançar conhecimento científico plural e humanizado, inclusive na divisão dos grupos de trabalho. No primeiro momento, a mobilização de cada um dos participantes se deu na procura por materiais (ver Figura 1), e pessoal na composição do trabalho coletivo em direção aos temas propostos, que foram executados de modo plural através do fortalecimento dos vínculos entre os membros com o tema apresentado.

Além da mobilização em equipe, outro fator importante foi a escolha do espaço adequado para a prática da atividade de campo (segunda etapa) que se deu por iniciativa dos discentes, que buscaram explorar as áreas externas da instituição e tentando, na medida do possível, correlacionar o ambiente escolhido ao contexto proposto na primeira etapa. Além disso, ter um local de amplo acesso aos demais estudantes do campus para que estes não só assistissem as atividades como também eram estimulados a se envolver no trabalho de campo.

Ainda na segunda parte, no que constituiu a mística, os discentes ficaram dispostos em posição circular no pátio da universidade, todos vestidos de acordo com as suas temáticas, entoavam uma palavra de ordem: “Convidamos todas e todos para participar da jornada matemática”, como podemos ver na Figura 3. Em seguida, agora em movimento e acompanhados pelo toque do violão, timbau e zabumba, catavam em coro a música “Pra não dizer que não falei das flores”, do compositor Geraldo Vandré. Todos de mãos dadas percorreram os espaços do campus convidando todos, que estavam ali presentes a participarem, a Figura 4 registra bem esse momento.

Figura 3 – Participantes dispostos em posição circular.

Fonte: Autor (2019).

Figura 4 – Participantes caminhando pelo campus.

Fonte: Autor (2019).

Através da metodologia utilizada foi perceptível aos participantes observar que esta experiência, que une os campos das Artes e da Matemática, é capaz de facilitar a fixação do conteúdo e a interação dos estudantes durante as atividades, como também favoreceu para o processo de interação entre o conhecimento racional e conhecimento sensível, e de integração entre os saberes tão diferentes e, ao mesmo tempo indissociáveis na produção do conhecimento.

Do ponto de vista pedagógico, podemos ver que temos o desafio da estética da matemática, da educação da sensibilidade matemática, que “é transformar habilidade em sensibilidade, para poder ascender o conhecimento matemático através de sua apreciação estética” (CIFUENTES, 2003, p. 74).

Percebemos que o aprofundamento no estudo de teorias e concepções da matemática dentro do contexto do curso de Educação do Campo, e utilizando das expressões artísticas – em especial, no contexto da mística – foi abordado de maneira diferente no qual processo de ensino e a execução da atividade condicionaram uma liberdade na prática. Evidenciamos que esta proposta trouxe resultados pedagógicos práticos por meio das ações planejadas e com uma rotina flexível. Cumpriu-se, assim, o desafio em promover e possibilitar as máximas qualidades humanas nos sujeitos envolvidos através da arte no contexto do ensino de matemática.

Essa experiência serviu para que nós como futuros educadores do campo, possamos ver o quanto é indispensável se trabalhar com a interdisciplinaridade. Aspectos de nosso desenvolvimento humanos foram despertados, sendo eles a curiosidade de instigar a capacidade de projetar, de reinventar, de prever e de abstrair. Favoreceu, ainda, a construção e a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico, tanto na produção da atividade como nos preparativos da encenação da mística. Esta importância interdisciplinar, é reforçada por Piaget (1979, p. 166-171) quando discute que esta pode ser concebida como uma "recomposição ou como uma reorganização dos âmbitos do saber na perspectiva de impulsionar um ou vários assuntos e deles extraírem possibilidades de pesquisa".

A segunda fase da atividade nos permitiu, enquanto futuros educadores do campo, o trabalho de reproduzir as relações de interdependência presentes na natureza e reforçada na encenação da mística. Esta, inclusive, foi percebida por nós como uma experiência que reforçaria os laços das artes com a matemática, colocando-a em cena na apresentação dos resultados. Usamos nosso carisma, talentos e habilidades. Intensificamos os sentimentos de cooperação, exercendo o conhecimento sobre nosso físico e nosso mental para criar táticas e estratégias no contar de histórias.

Todos os participantes viram e agiram, na prática as contribuições matemáticas pela exposição segundo o olhar das artes e materialização através da mística, contribuindo para o real entendimento de que “a mística é o ânimo para enfrentar as dificuldades e sustentar a solidariedade entre aqueles que lutam” (BOGO apud NUNES; CONCEIÇÃO; NUNES, 2017, p. 146), a Figura 5 retrata bem a ideia central deste parágrafo.

Desse modo, nós reforçamos as nossas capacidades em nos reinventarmos e nos instigarmos ao conhecimento da matemática como aspecto de nossa integral formação acadêmica, compreendendo que a sensibilidade, a representação de momentos históricos, e a expressão dos sentidos são fundamentais na apreensão de conteúdos matemáticos, desmistificando tais estudos de vieses que os apresentam como áreas de difícil compreensão.

Figura 5 – Luta das mulheres campesinas, retratando parte da mística.

Fonte: Autor (2019).

Figura 6 – Sistema de numeração dos maias.

Fonte: Autor (2019).

Considerações finais

Esta experiência mostrou que o ensino da matemática, no então contexto da prática acadêmica de discentes do curso de Licenciatura em Educação do Campo, quando inter-relacionada ao campo das artes, reforça vivências que transpõem o contexto acadêmico e reforçam a valorização de métodos e estratégias que utilizam da sensibilidade para a formação integral do indivíduo.

A contextualização dos saberes matemáticos, através das práticas e linguagens artísticas neste trabalho abordadas, nos possibilitou compreender as relações entre tempos e contextos sociais dos povos egípcios, gregos, maias e romanos, por exemplo, e na sua interação com a arte e a cultura.

Estas atividades nos permitiram enxergar e refletir sobre outras “matemáticas”, ou seja, outras formas de se enxergar a matemática, a partir de um ponto vista diferente do que é feito nos livros didáticos ou como nos foi apresentada no ensino básico. Concluindo, em particular, que cada povo no decorrer da história da civilização humana, produziu seu próprio saber, mediante sua necessidade local, como pudemos ver, particularmente, nos seus sistemas de numeração e notações matemáticas (por exemplo, no caso do algarismo).

Do ponto de vista dos participantes, as relações com a matemática proporcionadas com a integração artística possibilitaram que outros olhares que requerem da sensibilidade dos acadêmicos e que encontrem um ponto em comum em áreas plurais de conhecimento, como é o caso da mística, fossem escolhidos pelos grupos para imergir nas temáticas propostas.

Esta experiência foi além do academicismo e transpôs para uma verdadeira experiência estética e pedagógica, que levou estudantes e membros da comunidade externa a imergirem em diferentes momentos da história da humanidade, percebidos na imersão teórica proposta pelo professor Renato Diniz durante todo o processo de planejamento e execução da atividade.

Assim, diante dos resultados obtidos, sugere-se que cada vez mais os conteúdos disciplinares do curso de Licenciatura em Educação do Campo possam proporcionar aos seus estudantes, atividades que estejam atentas para a promoção do maior entrosamento entre turmas ou entre indivíduos, como nos mostra a Figura 7. Atenta-se também, nestas condições, que haja o exercício do caráter holístico do ensino da matemática e da ludicidade na aplicação de conteúdos dos componentes curriculares que geram resultados positivos dos quais não podem ser mensurados apenas pelo caráter quantitativo acadêmico.

Figura 7 – Momento em os discentes caminhavam pelo pátio da universidade.

Fonte: Autores (2019).

Figura 8 – Discentes retratam o desenvolvimento das civilizações em volta de rios, com destaque aos povos egípcios e mesopotâmicos.

Fonte: Autores (2019).

Ressalta-se, por fim, que ações como esta são investimentos intelectuais que a universidade proporciona aos futuros educadores do campo, firmando o compromisso destes futuros profissionais com o olhar humanizado para si e para os povos do campo, promovendo a formação de lideranças multiplicadores de práticas de emancipação deste segmento da população para o alcance do reconhecimento de suas identidades e valorização de suas características socioculturais.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Artes**.** Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação – MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Artes. Brasília: MEC/SEF, 1998

CIFUENTES, José C. Fundamentos Estéticos da Matemática: Da Habilidade à Sensibilidade. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Filosofia da Educação Matemática:** Concepções e Movimento. Brasília: Editora Plano, 2003.

HERNÀNDEZ, M. B. Arte cinética e linguagem matemática: os desafios interdisciplinares de Jesús Soto. **Revista Ouvir e Ver**, vol. 6, n. 12, 2011. Disponível em: http://www.seer.ufu.br/index.php/ouvirouver/article/view/12301. Acesso: 15 maio 2020.

MARTINS, A. G. S. Arte, cultura e ideologia. In: IV Encontro de Estudos Multidisciplinares em Cultura – IV ENECULT, 2008, Salvador. **Anais do IV ENECULT**. Salvador: Faculdade de Comunicação da UFBA, 2008.

NUNES, N. B. O.; CONCEIÇÃO, E. S.; NUNES, M. S. A experiência do estágio supervisionado I: uma construção do fazer docente. In: IV Fórum de Licenciaturas da UFRB, 2017, Amargosa. **Anais do IV Fórum de Licenciaturas da UFRB, V Seminário Institucional**

do PIBID UFRB, IV Seminário Institucional do PIBID Diversidade UFRB e I Encontro Institucional do PARFOR UFRB. Formação e valorização dos/as profissionais da educação: Situação atual e perspectivas futuras. Amargosa: Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, 2017 ISSN: 2446-5070.

PEREIRA, M. C. **Matemática e Música:** de Pitágoras aos dias de hoje, 2013, 95 p. (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade Federal do Estado Rio de Janeiro – UFRJ, Rio de Janeiro, 2013.

PÉREZ, D. G. et al. Para uma imagem não deformada do trabalho científico. **Revista Ciência & Educação**, vol. 7, n. 2, 2001.

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência na criança**. Rio de Janeiro, Zahar, 1979.

SANTOS, F. T. M.; DUARTE, J. H.; CAVALCANTI, R. J. P. U. A matemática codificada através dos movimentos dos movimentos corporais: uma análise criptográfica envolvendo conhecimentos matemáticos. XI Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM. 2013, Curitiba. **Anais do XI ENEM**. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013.

SANTOS, M. E. **Artes na educação dos anos iniciais:** a valorização das artes como estratégia de ensino e aprendizagem no ambiente escolar, 2017, 69 p. (monografia). Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES, Lajeado, 2017.

SEMMER, S. Matemática e arte. In: Professor PDE e os desafios da escola pública paranaense. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Cadernos PDE**, vol. 1, 2007.

SILVA, Y. P. S. A mística e a identidade da juventude camponesa: uma proposta de estudo na Unidade Escolar Roseli Nunes – Lagoa Grande do Maranhão/MA. VIII Jornada Internacional de Políticas Públicas – VII JOINPP, São Luís, 2017. **Anais do VIII JOINPP**. São Luís: Universidade Federal do Maranhão, 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura (Plena) em Educação do Campo**: área do conhecimento Ciências Agrárias, Amargosa, UFRB, 2013.

VASCONCELOS, J. E. O. Matemática e Teatro: saber matemático na produção do espaço cênico. **Science and Knowledge in Focus**, Macapá, v. 1, n. 2, 2018. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132001000200001. Acesso: 15 mar 2020.

VIEIRA, M. S. Um olhar sobre os parâmetros Curriculares Nacionais de Arte: visões, expectativas e diálogos. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 26, n. 12, 2006.

ZALESKI FILHO, D. Reta e curva: a visibilidade em matemática de Mondrian a Niemeyer. XIX Encontro Brasileiro de Estudos de Pós-Graduação em Educação Matemática – XIX EBRAPEM, 2015, Juiz de Fora. **Anais do XIX EBRAPEM**. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.

Vídeos de matemática na pandemia: uma experiência

Felipe Fonseca dos Santos

A matemática é fruto da atividade humana e, longe dos estereótipos atribuídos a ela na cultura popular, seu desenvolvimento e suas aplicações fascinam e possibilitam o desenvolvimento da sociedade, levando em consideração a sua grande importância nas diferentes áreas do conhecimento. Sabe-se que o processo de ensino–aprendizagem da matemática, considerado complexo por muitos, requer o envolvimento, o empenho e a capacidade dos alunos, dos professores e demais envolvidos, em prol do processo educacional de qualidade.

Desse modo, a aprendizagem é o resultado de um processo educativo, cujo planejamento deve ser direcionado ao público de interesse, requerendo do professor a adequação da linguagem, dos espaços e dos recursos a serem utilizados. Nesse contexto, o desafio dos educadores é despertar nos estudantes o interesse, a motivação e habilidades, ao mesmo tempo em que se espera o emprego de novas metodologias e recursos tecnológicos no ensino, possibilitando experiências extracurriculares.

No mundo cada vez mais conectado aos ambientes virtuais, torna-se necessário aos educadores interagir com as novas tecnologias, no processo de ensino e aprendizagem, no intuito de proporcionar aos alunos a oportunidade de investigar e refletir sobre diversas temáticas. Diversas pesquisas têm sido produzidas discutindo a utilização e eficácia das TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação) no processo de ensino-aprendizagem em Matemática. O uso da tecnologia apresenta diversas ferramentas com potenciais para proporcionar ao estudante diferentes experiências e novos ambientes de aprendizagem. Destaca-se a importância do ensino, juntamente com o auxílio das TIC, desde que aplicadas adequadamente.

Diante disso, a utilização de vídeos como ferramenta pedagógica se destaca por colaborar com o processo de aprendizagem e circulação de informações de forma mais atrativa. De acordo com Santoro (1989, p.18), "o vídeo é um meio de comunicação com modo de produção e exibição próprias, com conteúdo e público específicos".

Segundo Moran (1995, p.27):

> [...] o vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não separadas. Daí a sua força. Nos atingem por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário) em outros tempos e espaços. O vídeo combina a comunicação sensorial-cinestésica, com a audiovisual, a intuição com a lógica, a emoção com a razão.

Dessa forma, o uso de vídeo em mídias sociais pode ser pensado como uma importante ferramenta didático-pedagógica, possibilitando a aproximação de estudantes e professores em um ambiente para além da sala de aula. Serafim e Sousa (2011, p. 29) ressaltam que o vídeo "pode ser utilizado em um ambiente interativo de forma a potencializar expressão e comunicação, além de propor uma ação pedagógica que motiva a aprendizagem".

Ferrés (1996) destaca que existem diversas possibilidades para explorar os vídeos como ferramenta didático-pedagógica: eles podem ter função informativa; função motivadora; função expressiva; função avaliadora; função investigativa; função lúdica; função metalinguística e interação de funções.

Mediante o surgimento de um novo coronavírus, SARS-CoV-2, em dezembro de 2019, e em virtude da sua alta disseminação em 2020, as aulas presenciais precisaram ser suspensas. Com isso, as instituições de ensino, no contexto atual de pandemia, têm buscado estratégias que melhor se adaptem às suas realidades. Dessa forma, quando a pandemia foi declarada pela OMS (Organização Mundial de Saúde), os professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), particularmente do curso de licenciatura em matemática, do Centro de Formação de Professores (CFP), adotaram diversas medidas, buscando diminuir possíveis impactos causados pelo isolamento social.

Diante desse cenário, ocorre a produção dos vídeos, por parte do autor, como uma das alternativas de reduzir os impactos causadas pelo distanciamento social necessário, além de buscar aproximar, ainda que virtualmente, o professor dos estudantes. Ideia que não surge devido à pandemia, mas que foi colocada em prática a partir desse período.

O presente capítulo foi construído como um relato de experiência sobre as dificuldades e potencialidades referentes à produção e divulgação de vídeos sobre conteúdos de Matemática, compreendido entre março e junho de 2020, durante o período de distanciamento social, provocado pela pandemia do COVID-19.

Os vídeos publicados com conteúdos matemáticos possibilitaram abordar temas de forma contextualizada, transmitindo informações, aprofundando conceitos matemáticos, além de provocar, questionar e despertar o interesse nos assuntos abordados.

Objetivos

A proposta da utilização de vídeos é estimular a aprendizagem de alunos de matemática durante o período de isolamento social, com temas que despertassem o interesse por pesquisas em distintas áreas da matemática, utilizando uma ferramenta com maior alcance possível, dentro das atuais possibilidades no contexto da pandemia.

Durante esse período foram explorados vídeos, com carácter motivador, buscando despertar a curiosidade sobre um ou mais temas específicos da matemática, a fim de provocar debates sobre a temática trabalhada.

Metodologia

A produção dos vídeos se baseou nas seguintes etapas:

Definição e aprendizagem dos *softwares* a serem utilizados: a escolha dos *softwares* foi baseada em fatores de qualidade audiovisual satisfatória e atraente para o público-alvo, facilidade de manipulação, edição e publicação.

Os *softwares* utilizados foram: *Videoscribe* para a produção e edição das animações visuais, *Audacity* para a gravação e edição do áudio, *aTubeCatcher* para a conversão do formato do vídeo, além do uso do *Youtube* como plataforma de exibição e compartilhamento dos vídeos.

Planejamento dos conteúdos: boa parte da criação de um vídeo é feita antes da produção do arquivo digital (edição ou produção). A busca do tema a ser trabalhado, a escrita do roteiro, que envolve uma pesquisa aprofundada sobre o tema, com base em referências bibliográficas conceituadas na área, a sintetização e clareza dos assuntos a serem abordados na mensagem, a exequibilidade da produção do vídeo no *software* escolhido (uma vez que a matemática possui uma linguagem e recursos gráficos próprios) e o exercício constante da criatividade, foi realizada de forma que o resultado atingisse alunos dos mais variados semestres do curso de licenciatura em Matemática. Os vídeos possuem duração de, no máximo, 12 minutos, com animações e correlação entre temas clássicos/contemporâneos e assuntos abordados atualmente.

Desenvolvimento dos vídeos: nessa etapa é realizada a transformação do roteiro em vídeo, a gravação do áudio e a verificação da sua qualidade. O áudio foi gravado no *software Audacity*, que permite reproduzir e editar o áudio, corrigindo possíveis erros, pausas na voz e ruídos externos indesejáveis, além de auxiliar na sincronia entre os áudios e as animações.

Utilizou-se o *software Videoscribe* para produzir o vídeo, o qual possui um banco de dados de imagens que podem ser usados na montagem das cenas. Para a produção do vídeo, cada cena é montada separadamente e com base no áudio determina-se o tempo e ordem de apresentação de cada imagem. As animações são produzidas por uma mão que desenha as imagens, previamente inseridas.

Em seguida, utilizou-se o *software aTubeCatcher* para a conversão do formato do vídeo, possibilitando a compatibilidade entre as diversas mídias.

Por fim, as vinhetas foram realizadas com a colaboração e execução do Professor Jaylson Teixeira, docente do curso de licenciatura em matemática da UFRB.

Divulgação dos vídeos: foram divulgados quatro vídeos na plataforma do Youtube, um recurso de compartilhamento de vídeo, no canal TeiaTube – Matemática na Quarentena, além disso, foram disponibilizados os links de acesso aos vídeos[7] por meio do grupo de *Whatsapp* formado por docentes e discentes do curso de Licenciatura em Matemática.

Aplicação de um questionário: o questionário foi elaborado via plataforma *Google Forms*, com quinze perguntas a respeito dos vídeos publicados pelo Professor Felipe Fonseca dos Santos, tendo como público-alvo os alunos do curso de Licenciatura em Matemática do CFP que assistiram a, pelo menos, um dos vídeos. O questionário foi encaminhado via rede social – *whatsapp*.

7 Disponível em https://www.youtube.com/channel/UCOfKMZ37XXIe_JJp9JYYJwA/featured. Acesso em 26 de agosto de 2020.

Resultados e discussões

Foram produzidos e publicados quatro vídeos informativos, apresentando conceitos e definições, tratando de problemas, fatos históricos e conjecturas existentes em diferentes áreas da matemática.

Durante a produção do vídeo considerou-se dois aspectos importantes: conteúdo e entretenimento. O vídeo deve ser divertido, porém, é indispensável que cumpra com o seu objetivo educacional.

O primeiro vídeo publicado, intitulado de *Problema de Monty Hall*, aborda questões de probabilidade que desafiam a intuição de sorte. Tem suas origens na década de 1970, nos Estados Unidos, em um programa de auditório, cujo apresentador (chamado *Monty*) interage com um participante em um jogo onde há três portas, atrás de apenas uma dela há um prêmio. O participante é convidado a escolher uma das três portas, em seguida, das duas portas não escolhidas, o apresentador (que sabe onde está o prêmio) abre uma porta que não possui o prêmio e então oferece a possibilidade do participante continuar com a porta escolhida inicialmente, ou mudar para a outra porta ainda fechada.

O problema de *Monty Hall* surge do seguinte questionamento: o que é mais vantajoso? Manter-se na porta inicialmente escolhida ou trocar de porta? O objetivo inicial do vídeo é apresentar este problema que costuma despertar a curiosidade dos discentes, além de mostrar como a matemática pode auxiliar na tomada de decisões, em situações práticas do cotidiano. O vídeo traz uma provocação para que os estudantes façam o experimento em suas casas (simular a situação do problema com os seus familiares e observar o que é mais vantajoso).

É interessante destacar que o vídeo teve o efeito desejado, uma vez que, através do grupo de *whatsapp*, houve algumas discussões com estudantes defendendo suas posições em relação ao tema em questão, usando conceitos de probabilidade. Houve também, o envolvimento de professores, como por exemplo, o professor Jaylson Teixeira que produziu, em seguida, um vídeo intitulado *Simulação de Monty Hall*, onde realizou uma simulação computacional do problema de *Monty Hall*, usando o *Scratch*, que trata-se de uma linguagem de programação livre.

O segundo vídeo, intitulado *Monty Hall - Uma Foma de Resolução*, apresenta duas soluções matemáticas distintas para o problema de *Monty Hall*, sendo uma delas intuitiva e a outra mais formal, usando conceitos e definições da teoria da probabilidade. Nesse sentido, ao longo do vídeo, foram apresentados fatores históricos que abordam o surgimento da teoria de probabilidade, além de apresentar conceitos como espaço amostral, evento aleatório, a definição de probabilidade devida a Cardano e alguns exemplos para ilustrar os temas abordados. Ao fim do vídeo é proposto mais um desafio de probabilidade, com o objetivo de estimular os estudantes a se aprofundarem na teoria, estudando, por exemplo, o conceito de probabilidade condicional.

No terceiro vídeo, denominado *Conjectura de Goldbach*, é abordado um problema histórico da teoria dos números que ainda se encontra sem solução. Nesse vídeo o objetivo é apresentar o problema proposto pelo matemático, *Christian Goldbach*, em 1742, onde afirma que todo número par maior que 2 pode ser representado pela soma de dois números primos. Durante o vídeo são apresentadas as versões fraca e forte da conjectura de *Goldbach*, além de uma breve introdução histórica do problema, a definição de número primo e um breve panorama dos avanços atualmente obtidos, relacionados ao tema.

Ressalta-se a interação dos professores em relação ao tema abordado, por meio do grupo do *Whatsapp*, destacando a contribuição dada pelo Professor Ícaro Vidal, através de informações complementares a respeito do conteúdo do vídeo.

O último vídeo, *Introdução aos sistemas dinâmicos*, apresenta a teoria dos sistemas dinâmicos, uma área da matemática relativamente nova e que não costuma fazer parte das grades curriculares dos cursos de graduação. No vídeo foram apresentados conceitos iniciais da teoria dos sistemas dinâmicos, como ponto fixo, ponto periódico, ponto pré-periódico, órbita de sistema e exemplos. Através dos exemplos, foi possível apresentar e estabelecer relação entre as áreas de sistemas dinâmicos e da teoria dos números, por meio de um famoso problema, que ainda se encontra sem solução, conhecido como Conjectura de Collatz, que afirma que independente do número natural n maior que um, aplicando sucessivamente a regra: $3n+1$, se n for um número ímpar e $n/2$, se n for um número par, sempre chegará ao número um. Assim, foi possível apresentar as possibilidades de correlação entre diferentes áreas da matemática, estabelecendo novas perspectivas e ferramentas para abordar um mesmo problema.

Diante do exposto, os vídeos produzidos buscaram resgatar aspectos históricos, apresentar ideias e conceitos matemáticos, despertar a curiosidade, além de estimular a busca pelo conhecimento através de desafios sugeridos ao fim de cada vídeo.

As análises a serem realizadas a seguir, referem-se às respostas dos estudantes, via aplicação de um questionário, em que eles deveriam ter assistido, pelo menos, a um dos vídeos publicados. Foram obtidas 12 respostas.

Em todos os vídeos produzidos, houve sempre a preocupação em abordar temas e conceitos cujo entendimento não dependesse de pré-requisitos de conteúdos abordados nas disciplinas da graduação, e dessa forma tornar os vídeos claros e acessíveis aos estudantes dos mais variados estágios do curso. Essa preocupação se mostrou relevante, uma vez que, dentre os doze estudantes que responderam à pesquisa, constam estudantes de sete semestres distintos (1º, 3º, 4º, 6º, 8º, 10º e 12º), o que implica na heterogeneidade de amadurecimento acadêmico do público.

A seguir serão apresentadas algumas das perguntas utilizadas no questionário que servirão de discussão a respeito da experiência dos alunos quando assistiram aos vídeos.

O que você achou dos vídeos produzidos nessa quarentena? (As opções de resposta variavam entre Muito Bom, Bom, Razoável, Não gostei e Ruim).

RESPOSTAS: 100% das pessoas responderam à opção “Muito bom”.

A avaliação relacionada à satisfação dos estudantes, quanto aos vídeos assistidos, se mostrou bastante satisfatória, uma vez que todo o processo é pensado e desenvolvido para atender às suas expectativas.

Você recomendaria os vídeos (do Prof. Felipe Fonseca) para alguém?

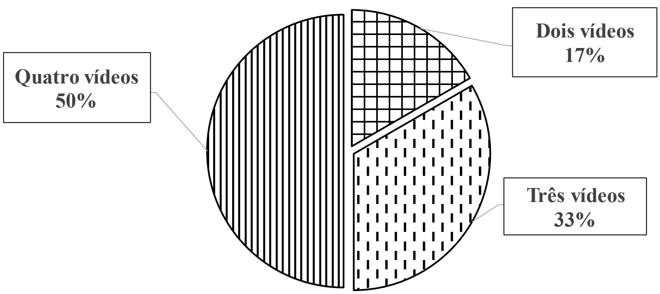
RESPOSTAS: 100% deles responderam que sim.

A partir dessas respostas é possível refletir sobre a importância da qualidade dos vídeos, já que a plataforma utilizada proporciona a possibilidade de compartilhamento, podendo ser verificado pela quantidade de visualizações que os vídeos apresentam.

Quantos vídeos produzidos pelo Prof. Felipe Fonseca você assistiu?

RESPOSTAS:

Gráfico 1 – Dados referentes à quantidade de vídeos assistidos



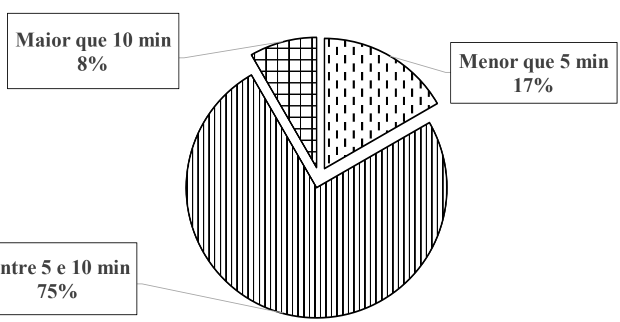
Fonte: Autor (2020).

Observa-se, por meio do Gráfico 1, que todos os estudantes que responderam à pergunta, assistiram a mais que um vídeo. Dado esse que evidencia o despertar do interesse, a partir da experiência proporcionada pelo primeiro vídeo, em assistir pelo menos outro, sendo que, metade deles assistiram a todos os quatro vídeos.

Quanto tempo você acha ser ideal para um vídeo?

RESPOSTAS:

Gráfico 2 – Tempo de Duração sugerido para os vídeos.



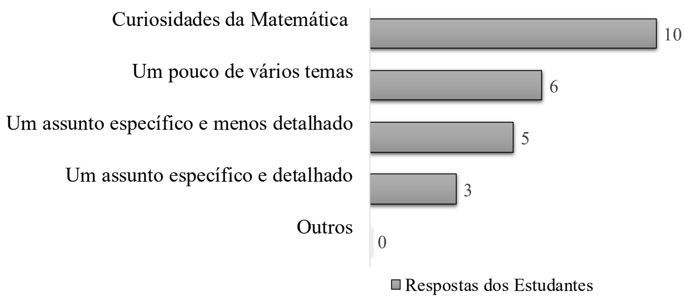
Fonte: Autor (2020).

É possível verificar, no Gráfico 2, que 75% dos estudantes sugerem, como ideal, que os vídeos possuam entre 5 e 10 minutos. Sendo uma resposta que indica uma boa satisfação em relação aos vídeos publicados, já que metade deles possuem o tempo de acordo com o sugerido como ideal. Tendo o primeiro vídeo uma duração de 4 minutos e 22 segundos, o segundo vídeo com 11 minutos e 11 segundos, o terceiro vídeo com 6 minutos e 15 segundos e o quarto vídeo com 11 minutos e 26 segundos.

Quais tipos de assuntos abordados nos vídeos, você prefere? (pode marcar mais de uma opção)

RESPOSTAS:

Gráfico 3 – Sugestão de temas de preferência.



Fonte: Autor (2020).

De acordo com as respostas apresentadas no Gráfico 3, dentre os temas sugeridos pelo questionário, o de curiosidades da matemática obteve maior índice. Esse dado demonstra um maior interesse por vídeos com conteúdo que desperte a imaginação e diversão de quem os assiste, assim como o interesse pela história da matemática, sua relação com diferentes culturas, em diversos momentos históricos, estabelecendo comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. Ao mesmo tempo em que, os estudantes também demonstram o interesse por vídeos que possuam um pouco de vários temas, seguidos da escolha de um assunto específico e pouco detalhado, e tratar de um determinado assunto com maior nível de detalhamento.

- Você gostaria que a publicação dos vídeos continuasse, após a quarentena?

RESPOSTAS: 100% responderam que sim.

As respostas apresentadas demonstram que os vídeos despertaram o interesse dos alunos pela continuidade da publicação de vídeos, não sendo exclusivamente durante esse período atual de isolamento social, mas também, em semestres regulares.

- Se você respondeu sim à pergunta anterior, sobre quais temas ou assuntos você gostaria de ver nos próximos vídeos?

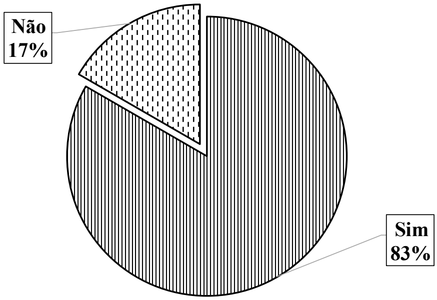
RESPOSTAS: "Matemática básica"; "Desafios matemáticos e problemas em abertos"; "Curiosidades sobre os conteúdos da educação básica e curiosidades sobre os tópicos da matemática pura que estudamos no curso"; "Alguns matemáticos e sua importância na matemática"; "Curiosidades sobre conjecturas ou teoremas ainda em aberto"; "Áreas de pesquisa dentro da matemática pura e aplicada"; "Superfícies Mínimas" e "assuntos que ele ensina na universidade".

Pode-se verificar pelas respostas dos alunos, as amplas possibilidades de utilização didática dos vídeos, nas mais variadas áreas da matemática, atendendo a expectativa do público, destacando o poder de escolha sobre qual vídeo o aluno deseja assistir.

- Por influência de algum vídeo, você fez alguma pesquisa referente a um dos temas abordados?

RESPOSTAS:

Gráfico 4 – Realização de pesquisas sobre o tema abordado no vídeo.



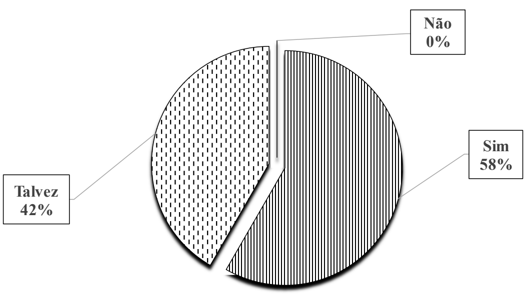
Fonte: Autor (2020).

O Gráfico 4 apresenta um resultado extremamente importante e satisfatório, pois demonstra que um dos objetivos da divulgação dos vídeos foi atendido, que mesmo nesse período distante da sala de aula, foi possível despertar o interesse pela pesquisa na matemática, assim como manter os alunos em contato com o curso.

Você, como futuro professor, acredita que os vídeos podem servir como uma ferramenta metodológica que auxilie no ensino e aprendizado dos estudantes?

RESPOSTAS:

Gráfico 5 – Possibilidade do uso de vídeo como uma ferramenta metodológica, em suas futuras aulas



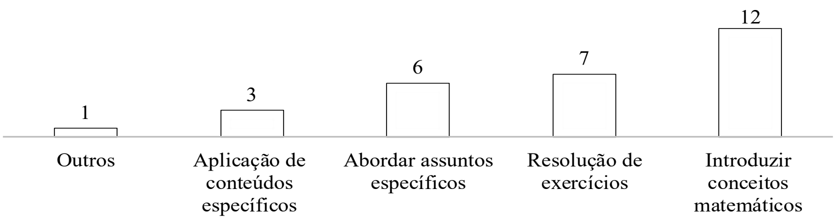
Fonte: Autor (2020).

Apesar da boa receptividade dos alunos quanto aos vídeos, 42% manifestam dúvidas quanto ao uso dessa ferramenta para auxiliar no ensino, futuramente como professores (Observar Gráfico 5). Ferrés (1996) aponta o sentimento de insegurança e Moran (1995) coloca o uso inadequado de vídeos na sala de aula, como alguns fatores que podem causar da resistência ao uso e incorporação das novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem. Vale ressaltar, que a adoção de novas tecnologias no processo educacional não implica na exclusão de outras formas.

Na sua opinião os vídeos devem ser utilizados como ferramenta metodológica para: (pode marcar mais de uma opção)

RESPOSTAS:

Gráfico 6 – Sugestão de aplicações para o uso do vídeo como ferramenta metodológica.



Fonte: Autor (2020).

Wood e Petocz (1999, p.224) consideram que o vídeo “é melhor usado para introduzir e motivar um tópico, para iniciar uma discussão, apresentar uma situação para análise, a introdução de uma simulação ou para resumir um tópico”. Através das respostas obtidas na pesquisa, apresentada no Gráfico 6, ficou evidente que os estudantes compartilham dessa opinião, uma vez que foi unânime a resposta dos estudantes que consideram a utilização dos vídeos para introdução de conceitos matemáticos que despertem a curiosidade sobre determinado tema. Além disso, eles também indicaram a importância da utilização para outras finalidades.

- O que você acha que pode melhorar nos vídeos que assistiu?

RESPOSTAS: “Para mim estão ótimos”; “Incremento de mais exemplos”; “Nada, ficou claro os assuntos abordados”; “Áudio”.

Sugestões de acréscimos de exemplos e melhoria na qualidade do áudio são de grande valia para aperfeiçoamento dos vídeos futuros. Porém, é importante destacar a necessidade de possuir equipamentos e programas de melhor qualidade tecnológica, além de conciliar tempo de vídeo, conteúdo e criatividade.

- Você achou que os vídeos te ajudaram ou te incentivaram? Se sim, explique.

RESPOSTAS: “Devido à fase que estamos passando há um desestímulo grande para os estudos. Com os vídeos, o aprendizado se torna mais prático e agradável”; “Sim. Os vídeos permitiram que eu conhecesse coisas novas, como o desafio de Monty Hall, no qual pesquisei mais sobre e olhei alguns trabalhos relacionados. Além disso, me fizeram retomar algumas noções de sistemas dinâmicos. Então foram muito interessantes”; “Na verdade certos tipos de vídeos me fazem concentrar, adquirir e absorver conteúdo rapidamente, porque mesmo que não fique claro da primeira vez que assisto, posso repetir ou deixar para um momento melhor. E como os vídeos propõem uma dinâmica e clareza, então me incentivam a estudar sobres os temas mais a fundo. E não perder meu foco”; “Sim, os vídeos despertaram um ar de curiosidade em mim, incentivando o meu interesse pelas áreas abordadas”; “Sim. Depois de assistir aos vídeos, tentei resolver o desafio de Monty hall, busquei outros parecidos para tentar resolver também, e pesquisei sobre as conjecturas de Goldbach e Collatz”; “Sim, motivou a estudar algo nessa quarentena”.

As respostas destacam as potencialidades do uso dos vídeos, como a possibilidade de assistir várias vezes, o fato de ter despertado curiosidades e motivado alguns estudantes a estudar mesmo em um período tão adverso. E mostra que os principais objetivos com a produção dos vídeos foram atingidos.

Com a publicação dos vídeos foi possível estabelecer interação estudante/professor, em um ambiente além da sala de aula. Os conteúdos foram apresentados com a possibilidade de o estudante assistir de qualquer lugar, em qualquer horário e quantas vezes quiser, proporcionando uma flexibilização importante e necessária no contexto atual.

É importante destacar a experiência do professor, durante a etapa de produção dos vídeos. Nesse processo, percebe-se a necessidade de conhecimentos além dos temas matemáticos a serem abordados, como por exemplo, sobre os instrumentos e programas (*software*) de gravações e edições de vídeos. Escolhidos os *softwares*, surge a necessidade de aprender a utilizá-los, requerendo tempo, dedicação e criatividade. Além disso, existem fatores financeiros a serem levados em consideração, como a aquisição dos equipamentos e programas para a confecção e edição dos vídeos.

Houve um grande cuidado referente ao uso da linguagem empregada nos vídeos, uma vez que a linguagem técnica e formal, utilizada na matemática, pode torná-los cansativos, ou até mesmo, inacessíveis para alguns estudantes. No entanto, como destacam Wood e Petocz (1999), é preciso ter cuidado com essa adaptação, uma vez que o rigor nos conceitos técnicos e formais são pilares fundamentais para o desenvolvimento da matemática e sua compreensão e aprendizagem passam também por entender e dominar essa linguagem.

Os temas escolhidos para serem tratados nos vídeos partiu da ideia de fazer com que os estudantes continuassem próximos da matemática, mesmo no cenário complexo decorrente da pandemia do coronavírus, e ao mesmo tempo, despertasse a reflexão e o interesse no desenvolvimento de futuras pesquisas.

Em uma sociedade cada vez mais conectada e tecnológica, a escolha do uso de vídeos mostrou-se eficiente, seja por apresentar maior alcance, pela popularidade das plataformas virtuais utilizadas ou até mesmo pela forma como os conteúdos são transmitidos, possibilitando explorar os recursos gráficos, criando e ilustrando diversas situações e, consequentemente, explorando a imaginação.

Considerações finais

Diante da experiência apresentada, aplicada no período de isolamento social e pandemia ocasionada pela COVID-19, é possível verificar que os objetivos, inicialmente propostos, foram alcançados satisfatoriamente. Verificou-se, por meio da possibilidade de alcance e aplicação que os vídeos possuem, o retorno dado pelos estudantes do curso de licenciatura em matemática e a satisfação pessoal do professor.

Por meio das respostas obtidas com a aplicação do questionário, foi constatado que os vídeos despertaram o interesse sobre os temas abordados, pois além de colaborarem para a disseminação de diversos temas da área da matemática, também se mostraram uma eficiente ferramenta no processo formativo.

Os alunos mostraram-se favoráveis à proposta do uso de vídeos como uma metodologia didática que combinada com outras metodologias podem auxiliar no ensino e na aprendizagem da matemática. Além do interesse demonstrado na continuidade da publicação de novos vídeos.

No que diz respeito à produção dos vídeos, esse processo demanda conhecimento, dedicação, planejamento e tempo do professor. Nessa fase é importante o domínio sobre os softwares utilizados na preparação da apresentação, gravação e edição do vídeo.

A produção do vídeo permite ao docente construir seu próprio roteiro, abordando conteúdos, ou parte deles, de forma contextualizada e interdisciplinar e familiar aos estudantes, auxiliando no ensino e aprendizagem. Além disso, através do planejamento da atividade, o docente pode pensar em atividades didáticas que podem ser desenvolvidas pelos estudantes a partir do vídeo produzido.

Portanto, buscou-se expor sugestões, caminhos e dificuldades na criação e compartilhamento dos vídeos. Essa experiência permite refletir sobre as diversas possibilidades para o uso do vídeo como uma ferramenta auxiliar ao processo de ensino e aprendizagem, podendo ser utilizado como um recurso para agregar e aproximar os professores e estudantes na construção de novas descobertas e aprendizagens.

Referências

FERRÉS, J. **Vídeo e Educação**. Tradução Juan Acuña Llorens. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas (atualmente Artmed), 1996.

MORAN, J. M. **O vídeo na sala de aula**. Comunicação e Educação, São Paulo, ECA-Ed. Moderna, v.1, n. 2, jan./abr. 1995.

SANTORO, L. F**. A imagem nas mãos**: o vídeo popular no Brasil. São Paulo: Summus, 1989.

SERAFIM, M. L.; SOUSA, R. P. **Multimídia na educação:** o vídeo digital integrado ao contexto escolar. Tecnologias digitais na educação. Campina Grande: EDUEPB, 2011.

WOOD, L. N.; PETOCZ, P. **Video in Mathematics learning at the secondary-tertiary interface**. 1999. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/248326618_Video_in_Mathematics_Learning_at_the_Secondary-tertiary_Interface> Acesso em 10 de Jul. 2020.

Aula investigativa no cálculo com o *software Winplot*

Álvaro Fernandes Serafim Filho
Maria Helena Martinho

Diversos estudos nas últimas quatro décadas no Brasil apontam altos índices de reprovação nas disciplinas iniciais dos cursos de exatas, particularmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (BARUFI, 1999; GOMES; LOPES; NIETO, 2005; SABACK, 1980). A grande evasão dos alunos recém-ingressos nesta disciplina e as notórias dificuldades observadas na aprendizagem têm repercutido em diversos fóruns educacionais. Tanto a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) quanto a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) têm manifestado esta preocupação e vêm levantando a necessidade do aprofundamento das discussões em torno dos preocupantes números de reprovações observados na disciplina, nas diversas instituições de ensino superior do país, que oscilam na média dos 50%. Zuchi (2005), em sua tese doutoral, também reflete sobre esta temática e aponta que uma das principais dificuldades encontradas pelos alunos está na compreensão do conceito de limite, particularmente na definição formal com a simbologia ε–δ, conceito este que impacta no desenvolvimento dos demais assuntos da matéria, como derivadas e integrais.

Uma tendência que vem ganhando cada vez mais espaço no ensino da Matemática consiste em envolver os estudantes em atividades matematicamente mais ricas e produtivas, sejam em contextos da realidade ou puramente matemáticos e lógicos (PONTE, 2005). Nesse sentido, a tecnologia entra como um valioso instrumento em auxílio ao aprendizado, pois o computador equipado com um bom *software* matemático pode ser usado não somente como uma sofisticada calculadora, mas também como um precioso instrumento de ajuda no processo de aprendizagem (ANDRADE, 2004).

A proposta deste estudo foi, portanto, investigar uma estratégia diferenciada de ensino para o curso de Cálculo que viesse a colaborar na qualidade da mediação e na aprendizagem dos alunos, contribuindo para reduzir as estatísticas negativas no quadro das reprovações. Através de tarefas exploratórias e investigativas, realizadas em pequenos grupos num laboratório de informática, o primeiro autor deste artigo, como professor da turma, explorou os principais conceitos e aplicações da disciplina. Exercendo o papel de professor/investigador buscou verificar se havia uma mudança de postura no comportamento dos alunos ao propor investigações amparadas nos modernos recursos de animação e análise computacionais. O professor procurou verificar se a atitude dos alunos passou a assumir uma condição mais laborativa e reflexiva, tornando-se um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento (BIANCHINI; SANTOS, 2002).

Referencial teórico

Para este estudo, procuramos o suporte teórico do ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, do ensino exploratório em Matemática, além do auxílio dos recursos tecnológicos para as investigações em relevantes problemas da disciplina.

A descoberta do Cálculo no século XVII foi um dos grandes marcos da história da Matemática. Alguns relevantes problemas que haviam preocupado físicos e matemáticos por mais de vinte séculos passaram a ter uma solução relativamente elementar pelo que hoje conhecemos como o Teorema Fundamental do Cálculo. Essencialmente aplicamos os principais resultados teóricos do Cálculo Diferencial para medir taxas de variação em funções e perceber os efeitos dessas mudanças, além de usar o Cálculo Integral para resolver uma série de problemas da física-matemática que estão correlacionados com a quadratura de áreas limitadas por funções (GARBI, 2011). O alcance das suas aplicações tem levado o Cálculo a tratar de uma diversidade enorme de problemas dinâmicos da natureza e das ciências.

As dificuldades apresentadas pelos alunos, além da postura passiva espectadora geralmente manifestada quando o professor expõe os assuntos, evidenciam o grau de complexidade e abstração na exposição formal dos conteúdos do Cálculo, principalmente na sua etapa inicial ao explorar o tema de limites. Talvez seja por este não ser um tema oficial do ensino médio, talvez seja pela inabilidade de explorar os conteúdos de maneira mais rigorosa, numa tendência quase sempre a “decorar” e aplicar fórmulas de maneira “artificial” em detrimento de um entendimento mais amplo e significativo dos conteúdos. Talvez seja por estas e outras razões que os alunos acabam por evidenciar grandes dificuldades ao adentrar um curso introdutório de Cálculo. Alguns estudos focalizam parte desta problemática no aluno, na sua falta de base ou até mesmo na sua metodologia de estudo (CURI; FARIAS, 2008). O problema pode estar no fato da disciplina ser ministrada geralmente no início do curso, tratando-se de um primeiro contato do aluno com uma Matemática “distinta” da trabalhada no ensino médio e as novidades de ser estudante universitário (GOMES; LOPES; NIETO, 2012). Outros estudos apontam para a metodologia de ensino do professor, indicando que a qualidade na mediação dos assuntos ministrados pelo professor tem grande influência na aprendizagem dos alunos (GARZELLA, 2013).

A necessidade de práticas mais dinâmicas, reflexivas e construtivas para o ensino do Cálculo fundamenta também este estudo. As orientações preconizadas nos parâmetros curriculares oficiais assinalam a importância das renovações pedagógicas para o tratamento diversificado dos conteúdos matemáticos, inclusive pelas vias exploratórias e investigativas. Estas orientações sugerem tratamentos diversificados dos conteúdos matemáticos, dando ênfase à resolução de tarefas desafiantes, como sendo esta uma atividade genuinamente matemática (SÃO PAULO, 1991).

Neste estudo, é dado destaque ao ensino exploratório e investigativo. Adentramos este modelo de ensino enfatizando as suas notórias características. No ensino exploratório os estudantes desempenham papéis ativos na aprendizagem. Esta se dá de uma forma reflexiva e construtiva, o pensamento autônomo dos alunos é incentivado e, inclusive, os variados contextos investigativos favorecem que eles reflitam sobre o seu próprio processo de aprendizagem (BISHOP; GOFFREE, 1986). No ensino exploratório as ideias matemáticas que emergem são discutidas em grupos, confrontadas e sistematizadas no coletivo (PONTE, 2005). Esta modalidade de ensino oportuniza aos alunos desenvolverem uma série de capacidades matemáticas ao possibilitar que os conhecimentos surjam com mais significado. A resolução de problemas, as estratégias de abordagem, os raciocínios analíticos e a comunicação matemática são algumas das habilidades potencializadas no ensino exploratório (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003). Estes autores destacam a importância do papel do professor nesta abordagem de ensino. A gestão da aula, a escolha apropriada das tarefas e a maneira de fazer ressaltar o conhecimento destes trabalhos são algumas das suas relevantes atribuições.

Neste sentido, destacamos também a importância da tecnologia em auxílio à aprendizagem do Cálculo. Alguns programas apresentam excelentes recursos que integram dinamicamente as funções numéricas, algébricas e gráficas de forma a privilegiar a abordagem e a compreensão de muitos dos seus assuntos. Se estas ferramentas forem utilizadas em sala de aula, em apoio às tarefas investigativas, devem contribuir significativamente para tornar o ambiente de ensino e aprendizagem mais atraentes e produtivos, desobrigando os alunos de situações mais mecânicas e operacionais e envolvendo-os em cenários mais reflexivos e conceituais (ALLEVATO, 2005). O auxílio do *software* matemático, nesses ambientes, possibilita que os alunos participem mais ativamente na construção do conhecimento. Eles passam a modelar problemas, fazer simulações, formular conjecturas e a visualizar situações que seriam muito complicadas, ou até mesmo inviáveis, sem o suporte da tecnologia.

Metodologia e apresentação da tarefa

A metodologia adotada neste estudo pauta-se nos preceitos da pesquisa qualitativa, alicerçada no paradigma descritivo. Este modelo metodológico busca explorar e compreender um conjunto de conhecimentos que emergem de contextos experimentais e aprofundar as explicações que abrangem o conjunto de atitudes dos seus participantes (MERRIAM, 1988).

A tarefa proposta foi realizada em pequenos grupos no laboratório de informática, numa turma composta por 36 alunos aprovados na disciplina anterior, Introdução ao Cálculo, matéria que estuda tópicos elementares da Matemática. Foram formados 12 grupos de 3 componentes cada, sendo que 2 grupos – G_1 (composto por João, Alberto e Ricardo - pseudônimos) e G_2 (composto por Sandra, Flávia e Mônica - pseudônimos) – se voluntariaram para uma observação mais criteriosa neste relato. Nesse ambiente os dados foram recolhidos pelo próprio professor que recorreu a observações participativas, aplicação de questionários, entrevistas, além dos documentos elaborados pelos grupos de trabalho. Vale destacar o permanente contato do professor com os alunos ao longo do semestre letivo. Este convívio permite um olhar mais atencioso do investigador sobre todas as ações empreendidas no estudo e as expectativas dos participantes (MERRIAM, 1988).

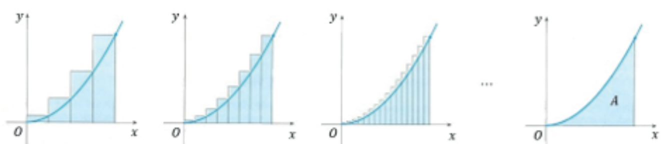
Neste relato, damos destaque a tarefa “aplicação de limites no cálculo de áreas” , constituída por três questões. Nesta atividade pretendia-se que os alunos explorassem, com o uso do computador e do *software Winplot* (apresentado em sala de aula), o conceito de áreas de regiões curvas delimitadas por gráficos de funções contínuas, pondo em prática alguns aspectos teóricos vistos sobre limites.

Quadro 1 - Tarefa aplicada em grupos no laboratório de informática.

APLICAÇÃO DE LIMITES NO CÁLCULO DE ÁREAS

O método da exaustão (que é atribuído ao grego Eudoxo / 406–355 a.C.) consiste em inscrever uma figura, cuja área se quer calcular, com polígonos e então aumentar o número de lados desses polígonos até alcançar a área desejada. A figura 1 abaixo ilustra esse procedimento num caso particular de um ramo parábola exaurido por retângulos. Se A_n é o somatório das áreas dos n retângulos, à medida que aumentarmos n, fica evidente que A_n ficará cada vez mais próxima da área exata “A”, área hachurada abaixo do ramo da parábola limitado pelo eixo x. Dizemos então que a área “A” é o limite do somatório das áreas dos retângulos quando $n \to \infty$ e escrevemos $A = lim_{n\to\infty} (A_n)$.

Figura 1: exaustão por retângulos da área delimitada por um ramo de parábola e o eixo *x*



PROBLEMA: Determine, através do método da exaustão, a área da região delimitada pela função $f(x) = 16x^3$ no intervalo [0, 1].

Questão 1) Use o *Winplot* para determinar a soma das áreas dos retângulos e preencha a tabela abaixo.

n (quantidade de retângulos)	A_n (área total dos retângulos)
4	
10	
100	
1.000	
10.000	

Questão 2) Pelo comportamento observado dos valores de A_n na tabela, intuitivamente, você diria que o valor da área é quanto?

Questão 3) Use a fórmula de Riemann $A = lim\ n \to \infty\ \Sigma\ i = 1, \ldots, n\ f(x_i)\Delta x_i$ para calcular o valor exato da área e verifique a sua resposta anterior.

Fonte: Autores (2020).

A ideia central é antecipar uma importante aplicação do Cálculo que emprega esta teoria, com a finalidade de estimular os alunos a compreenderem uma utilidade do assunto que eles estavam a desenvolver no início do curso.

A experiência: raciocínios e construções

Antes de apresentar o roteiro da tarefa aos grupos, buscamos refletir brevemente com a turma sobre a importância daquele trabalho e relembramos algumas perguntas que foram colocadas em classe: *Qual a necessidade de estudar limites? Quais as aplicações práticas dos limites?* Frequentemente os alunos indagavam sobre a utilidade dos conteúdos matemáticos que estavam a estudar. Esta tarefa veio também a responder a estes questionamentos. Explicamos que aquela atividade deveria conduzi-los na exploração do tema (limites) num contexto prático, útil e muito importante para o curso. Justificamos ainda a relevância dos aspectos históricos presentes no roteiro e destacamos a atenção que eles deveriam ter nas construções algébricas e nas consultas. Requisitamos ainda que eles encaminhassem por *e-mail* todas as imagens de tela que justificassem as suas análises e argumentações na resolução da tarefa.

Antes que eles iniciassem as explorações fixamos um pouco mais a atenção nos aspectos históricos. A ordem cronológica em destaque no texto evidenciava os avanços das técnicas engenhosas para o cálculo de áreas, desde as primitivas e brilhantes estratégias de Eudoxo e Arquimedes, passando pelas descobertas geniais de Newton e Leibniz e aprimorando-se com as habilidades de Bernhard Riemann. Partimos então para a execução da tarefa, quando já percebíamos um ambiente renovado e dinâmico, completamente diferente das costumeiras aulas de Cálculo em sala de aula. Os alunos já se mostravam mais ativos em seus grupos e as discussões internas aumentavam os “ruídos” no laboratório:

Questão 1)

Use o *Winplot* para determinar a soma das áreas dos retângulos e preencha a tabela ao lado.

n (quantidade de retângulos)	A_n (área total dos retângulos)
4	
10	
50	
100	
500	
1000	
⋮	

Fonte: Autores (2020).

Ao tempo em que circulávamos pelo laboratório e observávamos discretamente as produções das equipes de trabalho, o grupo G_1 já discutia estrategicamente o preenchimento da tabela (Episódio 1):

Episódio 1:

Ricardo: Eu lanço [os números] no computador e você preenche a tabela.

João: Ok! Quanto deu para 4?

Ricardo: 6,25.

Alberto: E para 10?

Ricardo: 4,84. (e seguem)

Esse procedimento continua até o grupo extrapolar os valores indicados na tabela, inserir dez milhões de retângulos e o *software* travar! Porém, antes disso, eles registram um milhão de retângulos e afirmam (conjecturam!) que o valor exato da área é de 4 unidades (Episódio 2). Por mais que buscássemos elucidar precisamente o conceito de conjecturar em Matemática, como uma presunção, uma evidência ou uma forte suposição que necessita de uma demonstração cabal, os alunos acabavam quase sempre por afirmar categoricamente os resultados que encontravam. Obviamente, as provas ou demonstrações são relativizadas em cada nível de ensino, porém, o tempo, a continuidade dos estudos e a maturidade se encarregam de aprimorar e consolidar estes conhecimentos.

Episódio 2:

Alberto: E para 1.000.000?

Ricardo: 4,00001. O valor da área é 4! (neste instante eles conjecturam o valor da área)

João: Verdade! Ponha mais um zero aí... E para 10.000.000?

Ricardo: Travou!

Em épocas recuadas costumávamos realizar todas as etapas e análises desta tarefa em sala de aula, de forma expositiva e com o auxílio do *datashow*. A vantagem que constatamos, do ponto de vista didático, é que ao invés deles acompanharem passivamente estas construções, eles mesmos as produziam em pequenos grupos. A postura mais laborativa dos alunos nas investigações proporciona a mudança significativa na relação de ensino e aprendizagem. Certamente que este é um ganho motivador e qualitativo inestimável que não pode ser mensurado integralmente no momento exato da ação, mas as respostas registradas nos questionários e entrevistas realizadas demonstram isso. Algumas delas foram selecionadas para evidenciar estes aspectos:

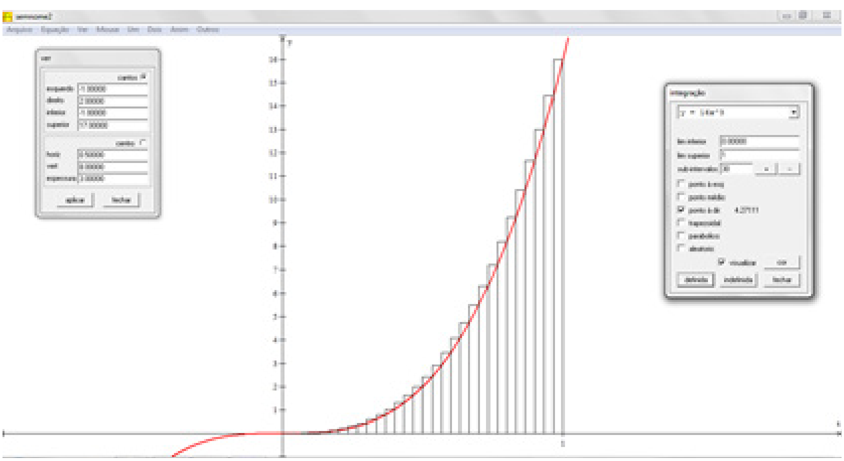
> "Após a introdução do assunto em sala de aula, que por sinal foi muito bem explicado, realizar uma tarefa exploratória em grupo, podendo discutir as ideias e comparar as respostas com o auxílio de um computador, torna a atividade muito mais interessante." (Ricardo)

> "Só o fato de sairmos [da sala de aula] para realizar uma atividade no laboratório, diferente das que estamos acostumados, a aprendizagem fica muito mais motivadora." (João)

> "São [atividades] bastante motivadoras, diferentes e que contribuem muito com a nossa aprendizagem. O conteúdo abordado torna-se mais prático e agradável! É como se estivéssemos construindo o nosso conhecimento a partir das investigações e das observações no software." (Alberto)

No grupo G_2 as discussões eram semelhantes e as ações eram também estrategicamente divididas. Uma aluna manipulava mais o computador, outra fazia os registros escritos enquanto uma terceira mediava as discussões de posse do livro texto do autor Stewart (2013). Nesse instante, as alunas requisitam a nossa presença em função das dificuldades que sentiam para ampliar o gráfico e visualizar melhor a totalidade dos retângulos. A primeira visualização realmente não permite ver com precisão toda a composição. Propositadamente a função $f(x) = 16x^3$ também havia sido escolhida para estimular os alunos a “futucarem” mais o programa. Com isso, foi possível constatar nas respostas aos questionários, que ao tempo em que eles exploravam a tarefa, aprendiam um pouco mais dos seus recursos. Ao percebermos que a visualização gráfica adequada era uma dificuldade mais generalizada, demos algumas orientações coletivas que permitiram os grupos realizarem uma apresentação esteticamente melhor. A figura 1 foi capturada pelo grupo G_2 depois de proceder os ajustes.

Figura 1 – Tela capturada pelo grupo G_2 nas suas investigações.



Fonte: Grupo G_2 (2020)

Em função da ótima precisão fornecida pelo *Winplot* no cômputo das áreas dos retângulos, tanto G1, quanto G2, apresentaram respostas iguais a 4 para a questão 2: “Pelo comportamento observado dos valores de A_n na tabela, intuitivamente, você diria que o valor da área é quanto?” De fato, 4 é a resposta intuitivamente esperada quando se realiza corretamente os procedimentos computacionais.

Após a correção das tarefas pudemos constatar que todos os demais grupos conjecturaram este mesmo valor. Se algum valor diferente fosse encontrado, certamente que este seria confrontado na etapa posterior, quando se exigiria o valor exato da área através da manipulação algébrica da fórmula de Riemann.

Alguns grupos tomaram a evidência computacional como uma prova matemática. Após constatarem, através do *software*, que o valor da área requisitada era de 4 unidades, alguns alunos indagaram a necessidade de demonstrar algebricamente o resultado: “*pra que demonstrar se o computador já calcula o valor exato?*”; “*o computador, ao exibir o valor exato, não deve substituir a longa demonstração?*”. Certamente por esta etapa ser a mais laboriosa e exigente, em termos de análise e raciocínio, algumas resistências a etapa demonstrativa foram percebidas. Nesse instante, foi necessário estimulá-los para prosseguirem nas explorações, inclusive orientando-os sobre as possíveis consultas bibliográficas. As discussões seguiam no grupo G_2 (Episódio 3), ao analisarem a questão 3: “Use a fórmula de Riemann $A = \lim_{n \to \infty} \Sigma_{i = 1, \ldots, n}\ f(x_i)\Delta x_i$ para calcular o valor exato da área e verifique a sua resposta anterior”.

Episódio 3:

Sandra: Qual o valor da base?

Mônica: É igual a 1. Não é o tamanho do intervalo?

Sandra: Não! Não tem que dividir [o intervalo] em n partes!? Observe aqui... (apontando para um trecho do livro)

Flávia: Quantos retângulos vamos colocar?

Mônica: São muitos! Vai tender a infinito... (observando o livro)

Sandra: Acho que por isso usaremos este limite aqui. (novamente apontando para um trecho do livro). Vamos verificar com o professor...

No diálogo acima se percebe ainda um pouco de insegurança nas afirmações preliminares que visam a determinação do valor exato da área através da manipulação da fórmula de Riemann. Porém, com o auxílio eficiente da consulta, o grupo consegue avançar nos raciocínios e investigações. A comunicação prossegue ativa revelando o caráter de protagonismo das alunas na exploração dos conhecimentos:

Sandra: Professor, o valor da [medida] base [de cada retângulo] é $1/n$? Esse é o valor de Δx_1? (como estávamos por perto do grupo, a aluna aproveita e faz uma pergunta. Nos limitamos a apontar para o livro e dizer: observem atentamente este exemplo, ele é muito semelhante! Aí vocês encontrarão a sua resposta!)

Mônica: Deve ser o valor de todos Δx_i...

Flávia: Por que?

Mônica: Ora, não foi dividido tudo [todo o intervalo] em partes iguais? Olhe isto... (analisou no livro e indicou na tela do computador a divisão equitativa dos retângulos. A aluna raciocinava conforme o modelo apresentado no livro)

Sandra: Deve ser... E a altura [do retângulo]?

Mônica: Observe (apontando para o livro), aqui ele usa o valor da função no ponto. É a imagem! (novamente a aluna raciocina conforme o modelo pesquisado no livro)

Sandra: Vai ficar grande demais! (reportando-se a expressão do limite apresentado no livro). Vamos verificar com o professor...

De fato, o limite que expressa o valor da área exata tem desenvolvimento bastante longo e trabalhoso. Elas puderam notar claramente esse aspecto e isso foi bastante comentado nas discussões finais. Mas essa também era uma percepção importante a ser evidenciada na tarefa, pois a turma iria estudar mais adiante, no tema das integrais definidas, o Teorema Fundamental do Cálculo, que simplifica por demais estes resultados. Pudemos perceber que apesar do notável envolvimento e entusiasmo com a tarefa, este grupo requisitava mais a nossa presença para certificar-se dos seus desenvolvimentos.

As investigações seguiam e alguns grupos, a exemplo do grupo G_1, já conseguiam montar a expressão do limite que determinaria o valor exato da área (cabe observar que pelo limite ser expresso através de uma única fórmula – a fórmula de Riemann – as equipes tinham raciocínios e soluções muito próximas). Ao se depararem com a soma $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$, tiveram dificuldades em avançar no problema em função da quantidade infinita de parcelas que surgiam no cálculo do limite. Alguns grupos se equivocaram nos cálculos e chegaram a respostas erradas. Percebendo os enganos, procederam aos ajustes necessários (depois de algumas orientações coletivas) e seguiram. Esta circunstância foi bastante útil para as discussões, onde os grupos puderam comentar sobre os equívocos produzidos. Nas entrevistas realizadas posteriormente aos trabalhos, os alunos recordaram os erros cometidos (inclusive por outras equipes) e revelaram a importância desses momentos para a aprendizagem. As expressões abaixo evidenciam este aspecto:

> Nas discussões finais acabo por aprender mais, pois os erros cometidos por outros grupos esclarecem também as nossas dúvidas. (Flávia).
>
> Os debates finais são muito bons, pois nos estimula a falar sobre as nossas soluções. Com isso melhoramos o nosso raciocínio e reforçamos o nosso aprendizado. (Sandra).

Ainda em relação à soma dos cubos, algumas equipes, a exemplo da equipe G_2, requisitaram a nossa presença para que se fornecesse a fórmula desejada para a simplificação do limite, pois o livro trazia apenas a expressão quadrática $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = [(n^2 + n)(2n + 1)] / 6$. Nós explicamos que esta também era uma etapa investigativa, onde eles deveriam pesquisar a fórmula necessária para dar continuidade à solução do problema. Foi assim que alguns alunos partiram para a biblioteca em busca de alguma obra de Álgebra que abordasse o tema, enquanto outros optaram por pesquisar a fórmula pela internet. Esta situação demonstra o caráter de dinamismo na exploração da tarefa e do protagonismo dos alunos na construção do conhecimento.

O grupo G_1 demonstrava mais segurança no desenvolvimento da tarefa. Os alunos conseguiram a fórmula $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = [n(n + 1) / 2]^2$ através da internet e já discutiam os procedimentos demonstrativos finais (Episódio 4):

Episódio 4:

Ricardo: E agora que já temos [a fórmula]?

Alberto: Aqui ela foi substituída... (apontando para um trecho do livro)

Ricardo: Vamos lá, substitua então e vamos calcular [o limite].

(após a substituição os alunos sentem algumas dificuldades na simplificação. Novamente os raciocínios algébricos utilizados estão baseados no caso pesquisado no livro)

João: Deu errado... Deu 8! (eles já esperavam encontrar 4 como resposta em função da conjectura que fizeram diante das evidências computacionais)

Ricardo: Vamos refazer as contas com calma.

Alberto: Deve ter sido algum sinal...

(depois que observamos detalhadamente as passagens algébricas, percebemos equívocos nas contas e solicitamos que refizessem, desta vez com mais atenção, os cálculos numéricos)

Apesar do contratempo que o grupo apresentou na simplificação da expressão algébrica, que consistia basicamente nas regras de potenciação e fatoração, ao alcançar a sua forma mais simples, calcularam com facilidade o limite. Nesse instante recordaram as técnicas dos limites estudadas em sala de aula e perceberam a sua importância. Fizemos questão de frisar este aspecto, realçando a relevância desse estudo. Depois que o grupo finalmente chegou ao resultado esperado a satisfação foi notória. Alberto ainda me pôde perguntar: *"... e se não existisse uma fórmula pronta para a expressão [soma dos cubos], como chegaríamos até a resposta? Existem fórmulas matemáticas para todas as expressões?"* Essa questão proposta era ótima e seria mais bem explorada nos debates finais, onde todos poderiam localizar as principais dificuldades encontradas na tarefa, como foram superadas e as estratégias utilizadas. A solução desenvolvida pelo grupo G_1 e o raciocínio utilizado na simplificação da fórmula de Riemann podem ser vistas na figura 2. Pode-se perceber que o grupo desenvolveu bem a fórmula. Eles fizeram a substituição apropriada da expressão que reduz o somatório dos cubos, identificaram a indeterminação (do tipo ∞/∞), aplicaram a técnica adequada e confirmaram a conjectura.

Figura 2 – Solução apresentada pelo grupo G_1 a tarefa exploratória.

Questão 3)

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i = \lim_{n\to\infty} f(x_1)\Delta x_1 + f(x_2)\Delta x_2 + \dots + f(x_n)\Delta x_n =$$

$$\lim_{n\to\infty} 16\left(\frac{1}{n}\right)^3\left(\frac{1}{n}\right) + 16\left(\frac{2}{n}\right)^3\left(\frac{1}{n}\right) + \dots + 16\left(\frac{n}{n}\right)^3\left(\frac{1}{n}\right) =$$

$$\lim_{n\to\infty} 16\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1^3+2^3+3^3+\dots+n^3}{n^3}\right) =$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{16}{n^4}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{16}^{\,4}}{n^4}\left(\frac{n^2(n^2+2n+1)}{\cancel{4}}\right) =$$

$$\lim_{n\to\infty} 4 \cdot \cancel{\frac{n^4+2n^3+n^3}{n^4}} \to 1 \quad = 4$$

(indeterminação do tipo ∞/∞)

Confirma a Conjectura da questão 2.

obs: A fórmula $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ foi obtida no livro de "Séries e Equações Diferenciais" de Marivaldo P. Matos.

Fonte: Grupo G2 (2020).

Ao final dos trabalhos, os alunos tiveram um tempo aproximado de meia hora para responderem ao questionário. As questões versavam mais especificamente sobre o que eles acabaram de vivenciar e produzir na tarefa e buscavam objetivamente focalizar: a compreensão acerca de uma utilidade prática dos limites, as principais dificuldades enfrentadas e a utilização dos recursos tecnológicos.

Considerações finais

Esta tarefa auxiliou a turma a ampliar a sua concepção sobre investigações matemáticas, conjecturas e demonstrações. A abordagem desta tarefa permitiu que os alunos aplicassem os assuntos teóricos ora em estudo (limites) e aprofundassem os seus domínios conceituais, evoluindo os seus conhecimentos na disciplina. Num ambiente diversificado de aprendizagem, em pequenos grupos e fazendo uso dos recursos computacionais, eles vivenciaram os notáveis aspectos das atividades exploratórias e investigativas. Ficou evidente a importância do *software* para este trabalho. Os alunos utilizaram os seus dinâmicos recursos para visualizar gráfico de funções, descobrir padrões e verificar os resultados demonstrados. Foi notável também os recursos do programa que possibilitaram as subdivisões dos retângulos que recobriam a região cuja área buscava-se calcular, promovendo a ampla compreensão do problema.

A introdução da informática na sala de aula, além de ter incorporado importantes fatores motivacionais, permitiu a exploração dinâmica do conhecimento. Os resultados evidenciam as potencialidades que as tarefas exploratórias, com o suporte das tecnologias, agregam ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral. Estas abarcam uma grande diversidade de temas da disciplina e permitem aos alunos: a possibilidade de abordar, do ponto de vista numérico, gráfico e analítico, uma série de atividades contextualizadas; desenvolverem as habilidades típicas dos processos investigativos matemáticos, além de assumirem papéis ativos em pequenos grupos de trabalho no processo de aprendizagem.

Referências

ALLEVATO, N. S. G. Associando o computador à resolução de problemas fechados: Análise de uma experiência. **Tese de Doutoramento**, Unesp, 2005.

ANDRADE, L. N. **Introdução à computação algébrica com o Maple**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

BARUFI, M. C. B. A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. **Tese de Doutoramento**, USP, 1999.

BIANCHINI, W.; SANTOS A. R. **Aprendendo Cálculo com o Maple - Cálculo de uma variável**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2002.

BISHOP, A.; GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson.; Otte, M. (Eds.), **Perspectives on mathematics education** (p. 309-365). Dordrecht: D. Reidel, 1986.

CURI, R. C.; FARIAS, R. M. S. Métodos de estudo e sua influência no desempenho dos alunos em disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. In **Anais do XXXVI Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia** (p. 1–11). São Paulo: ABENGE, 2008.

GARBI, G. G. **A Rainha das Ciências**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

GARZELLA, F. C. A disciplina de Cálculo I: A análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. **Tese de Doutoramento**, Unicamp, 2013.

GOMES, G. H.; LOPES, C. M. C.; NIETO, S. S. Cálculo Zero: Uma experiência pedagógica com calouros nos cursos de engenharia. In **XXXIII Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia** (p. 1–9). Campina Grande: Cobenge, 2005.

MERRIAM, S. B. **Case study research in education:** A qualitative approach. São Francisco, CA: Jossey-Bass, 1988.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In **Grupo de trabalho de investigação:** o professor e o desenvolvimento curricular (p. 11–34). Lisboa: APM, 2005.

SABACK, M. O desenvolvimento cognitivo e o desempenho em Cálculo na Universidade: Um estudo de caso. **Dissertação de Mestrado**, PUC/RJ, 1980.

SÃO PAULO. **Proposta curricular para o ensino de Matemática:** 2º grau. São Paulo: SE/CENP, 1991.

STEWART, J. **Cálculo Vol. 1.** São Paulo: Cengarge Learning, 2013.

ZUCHI, I. A abordagem do conceito de limite via sequência didática: Do ambiente lápis e papel ao ambiente computacional. **Tese de Doutoramento**, UFSC, 2005.

Parte II – Práticas em educação matemática

O que acontece atrás da porta da sala 13?

Gilson Bispo de Jesus
Jadson de Souza Conceição

Desde a antiguidade, civilizações antigas se valiam de experiências práticas e cotidianas para compreender e descrever questões matemáticas. Os babilônicos, por exemplo, contribuíram para o desenvolvimento da Matemática a partir da expansão das atividades comercias e aspectos sociais, relacionados ao processo de formação das cidades. Os egípcios desenvolveram uma matemática genuinamente prática, fundamental para as construções faraônicas; já os gregos, a partir de estudos e experimentos acerca da astronomia, contribuíram para a formalização de conceitos matemáticos (ROQUE, 2012).

Diante disso, a experimentação da Matemática teórica por meio da prática, como realizavam as antigas civilizações, "[...] permite que os alunos vejam com seus próprios olhos a realidade como ela é, descobrindo a teoria na prática" (SILVA; MACHADO, 2008, p. 235). Nesse contexto, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) tem se mostrado uma alternativa viável para tal propósito, visto que em sua dimensão conceitual, o LEM extrapola os limites impostos à sala de aula. Enquanto lugar, o LEM é um local que dispõe de materiais manipuláveis como: tangram, geoplanos, blocos lógicos, material dourado e jogos de natureza pedagógica, bem como livros didáticos e paradidáticos, filmes, e outros recursos que podem auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Desse modo, é possível observar o quão importante podem ser as experiências vividas pelos licenciandos no LEM, pois essas experiências podem possibilitar ao futuro professor explorar suas potencialidades, refletir sobre suas práticas, a fim de aprimorá-las; errar e refazer, desenvolver a criatividade, o espírito investigador e a criticidade, de modo que possa refletir sobre essas ações e transpor para as suas salas de aula na Educação Básica.

Assim, com intuito de investigar possíveis contribuições do componente curricular Laboratório de Ensino da Matemática no trabalho docente de egressos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), o presente estudo se baseia em experiências realizadas ao longo das aulas do referido componente no Centro de Formações de Professores (CFP) da UFRB e no relato de egressos que cursaram esse componente. Ressaltamos que as aulas desse componente ocorrem no Laboratório de Matemática, Sala 13, do CFP/UFRB.

O componente curricular

Tendo iniciado suas atividades no segundo semestre do ano de 2006, o curso de Licenciatura em Matemática, modalidade presencial, da UFRB/CFP, tem nesses últimos anos realizado diversas ações no âmbito do ensino, da pesquisa e da extensão. No âmbito do ensino, é possível destacar as contribuições dos componentes curriculares para a formação e atuação dos futuros professores no exercício da docência, dentre estes, se destaca o componente curricular GCFP 969 – Laboratório de Ensino da Matemática (UFRB, 2019a; 2019b).

Segundo o Projeto Político Pedagógico do curso, o componente é obrigatório e sugere-se que seja cursado no quarto semestre, tendo como ementa:

> Jogos. Jogo como estratégia de ensino e aprendizagem. Materiais manipuláveis auxiliares para a construção de conceitos matemáticos. Materiais manipuláveis como estratégia de ensino e aprendizagem. Diferentes tipos de

> jogos e materiais manipuláveis. Planejamento de atividades sobre conteúdos matemáticos para a Educação Básica utilizando jogos ou materiais manipuláveis. Desenvolvimento e reflexões de técnicas para prática de ensino da matemática (UFRB, 2019a, p. 1).

Percebe-se que a proposta de trabalho a ser desenvolvida no componente curricular converge com as ideias de Turrioni (2004) e Miskulin (2009) acerca do Laboratório de Ensino de Matemática ser um espaço que dispõe de recursos didáticos, em que o futuro professor pode refletir sobre eles e suas implicações no fazer docente. Nota-se ainda, que é foco do componente ampliar e aprofundar o repertório de conhecimento do licenciando no que diz respeito aos jogos e materiais manipuláveis.

Assim, com 68h aula, o componente curricular tem por objetivo "utilizar, produzir e avaliar criticamente recursos didáticos manipuláveis que são destinados para a construção de conceitos matemáticos na Educação Básica" (UFRB, 2019a, p.1). Tendo em vista esse objetivo, durante as aulas do componente curricular são propostas leituras, discussões, oficinas e construções de recursos didáticos (jogos e materiais manipuláveis), apoiadas em textos de natureza científica.

Diante disso, observa-se que as discussões que ocorrem ao logo das aulas visam contribuir para a formação dos futuros professores, de modo a levá-los a perceber que os jogos e os materiais manipuláveis podem estimular os alunos no processo de aprendizagem, pois os convidam participar desse processo, exigindo raciocínios que os levem a encontrar uma solução para o problema proposto (GRANDO, 2004; LORENZATO, 2006).

Nota-se ainda que a proposta de trabalho desenvolvida no componente objetiva não só fazer com que os futuros professores aprendam a utilizar os jogos e os materiais manipuláveis, como também a construir, avaliar e estudar suas potencialidades e possibilidades. Além disso, perceber que o papel que eles desempenham é de fundamental importância quando se opta por utilizar tais recursos, pois durante o processo de seleção dos jogos e materiais manipuláveis, cabe a ele levar em consideração à faixa etária dos estudantes, o nível de conhecimento, a cultura ou até mesmo o local em que eles serão aplicados.

Assim, é importante que no momento dessa seleção se tenha objetivos claros, bem como uma metodologia adequada, de modo a não utilizar estes recursos apenas por utilizar. É válido salientar, que o jogo pelo jogo ou o manipulável pelo manipulável, ambos com um fim em si próprio, em que não se estabelece quaisquer relações matemáticas com a ação desenvolvida, ou quando a relação estabelecida é apenas superficial, de nada contribuirá para o processo de ensino e de aprendizagem de matemática. Ao optar por essa proposta de trabalho o professor deve assumir a postura de mediador da aprendizagem, orientando e favorecendo aos estudantes uma ação reflexiva acerca do conceito matemático explorado durante a atividade (LORENZATO, 2006; CASSIANO, 2009; JESUS, 2013). É a postura do professor durante a realização da atividade que contribuirá para a efetividade do jogo ou material manipulável no processo de ensino e aprendizagem, e não o jogo ou material em si.

Portanto, as discussões em torno do uso de jogos e materiais manipuláveis, no contexto das aulas de matemática, proposta no componente curricular GCFP 969 – Laboratório de Ensino da Matemática, visam oportunizar ao futuro professor refletir criticamente acerca desse uso; bem como ampliar seu repertório de conhecimentos didáticos e metodológicos.

Contribuições do componente

As reflexões que apresentamos a respeito de possíveis contribuições do componente curricular GCFP 969 – Laboratório de Ensino da Matemática (LEM), no trabalho docente, estão apoiadas numa pesquisa de cunho exploratório realizada com alunos egressos do curso de Licenciatura em Matemática da UFRB. Assim, para obter as impressões e opiniões dos egressos a respeito do componente curricular, foi elaborado um questionário *on-line* (ver Quadro 1), com perguntas abertas, utilizando o Google *forms*[8]. Para o questionário foram elaboradas cinco questões discursivas, sendo as duas primeiras informações pessoais.

Quadro 1 – Questionário aplicado aos estudantes egressos do curso de Licenciatura em Matemática da UFRB.

1. Nome **2.** E-mail **3.** Em que medida as concepções que tinha a respeito do uso de jogos e materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem da matemática mudaram ou foram "ajustadas" após cursar o componente curricular Laboratório de Ensino da Matemática? **4.** Quais conteúdos do componente curricular você acredita que contribuíram para a sua prática docente? Justifique. **5.** Como as atividades, oficinas, leituras e discussões realizadas no componente curricular contribuíram na sua prática docente? Justifique.

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Optamos pelas questões discursivas para que durante a elaboração de suas respostas, os estudantes egressos pudessem expressar relatos fidedignos das contribuições do componente curricular GCFP 969 em sua prática docente, não sendo influenciado por terceiros ou pelos avaliadores. Para ratificar as respostas obtidas no questionário, apresentamos também o jogo Subindo no Tobogã, disponível no acervo do Laboratório de Matemática e estudado no componente curricular GCFP 969, citado pelos egressos. O jogo foi escolhido pela relevância que, segundo os estudantes, desempenhou em sua formação e desempenha no seu fazer pedagógico.

8 O forms é um serviço gratuito da Google para criação de formulários on-line, ideal para obter feedback a respeito de algo. Com ele o usuário consegue realizar pesquisas por meio de questões de múltiplas escolhas, abertas, avalição em escala numérica e outras.

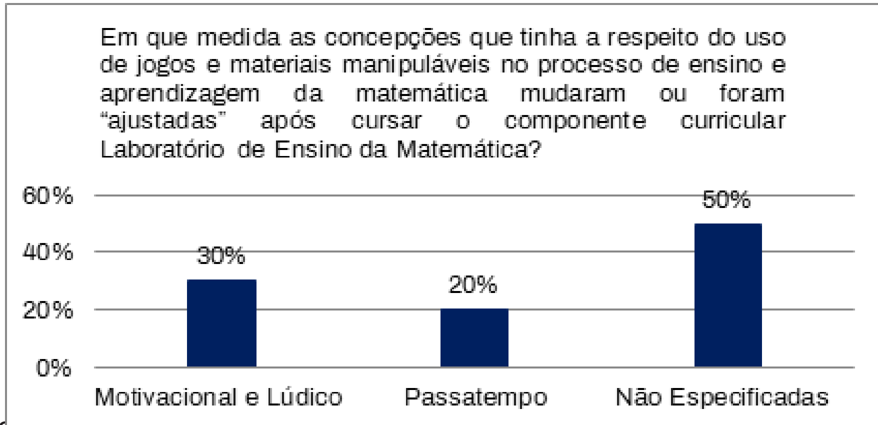
É válido salientar que o questionário foi enviado para 100 estudantes egressos e sua participação foi voluntária. Contudo, por motivos desconhecidos, tivemos um retorno de apenas 10% dos questionários enviados, o que não interfere neste estudo. Além disso, é possível perceber que os egressos apresentam perfis distintos em relação à idade, formação continuada e atuação docente.

De posse dos questionários respondidos pelos egressos, analisamos as suas respostas e pudemos tecer comentários a respeito do que acontece atrás da porta da sala 13 e, em que medida esses acontecimentos contribuem com a prática docente dos egressos do curso de Licenciatura em Matemática do CFP/UFRB.

Ao submeter as respostas dos estudantes egressos do curso de Licenciatura em Matemática da UFRB à análise, encontramos, para as questões analisadas, as seguintes categorias emergentes: motivacional e lúdico, passatempo e não especificada (questão 3); frações, equações, expressões numéricas, números inteiros, geometria plana e espacial, trigonometria e não especificado (questão 4); e reflexões para o exercício da docência e ampliação do repertório didático-metodológico (questão 5); estas representam as respostas dos alunos egressos e constam nos Gráficos 1, 2, e 3.

No gráfico 1, é possível observar as impressões dos estudantes egressos quando questionados sobre suas concepções a respeito do uso de jogos e materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem da matemática e se estas mudaram ou foram "ajustadas" após cursar o componente curricular (questão 3).

Gráfico 1 – Distribuição das respostas dos estudantes egressos para a questão 3.



o componente curricular, não possuía uma concepção clara acerca do uso de jogos e materiais manipuláveis, mas afirmam que ao concluir a disciplina, ideias foram construídas a respeito da temática. É possível inferir que estes egressos sabiam o que iriam estudar na disciplina, jogos e materiais manipuláveis, mas desconheciam suas potencialidades, possibilidades e limitações:

> Mudou totalmente! Pois, até aquele momento nunca tive contato, enquanto estudante do ensino básico, com materiais que pudessem auxiliar na minha aprendizagem. Sempre ouvi os professores falando sobre tais materiais, em especial o material dourado, mas nunca tive a oportunidade de manipulá-lo. Assim, as discussões no componente curricular foram uma virada de chave, pois passei a pensar a respeito; jogar e observar que durante o jogo era necessário que eu construísse procedimentos e estratégias para ser vencedor. Tais reflexões me fizeram perceber que tais recursos poderiam ser úteis ao meu fazer docente e na construção de conceitos matemáticos. (Egresso A).

A fala do Egresso A aponta um dos equívocos quanto ao uso de materiais manipuláveis na sala de aula de matemática, que é quando o professor resolve usar esses recursos como material modelo, apenas para ilustrar (JESUS, 2013). Lorenzato (2006) e Passos (2006) pontuam que, ao optar por essa metodologia, é de fundamental importância que o professor permita que os alunos manuseiem o material, pois é no processo de interação (aluno-material) que conceitos matemáticos são construídos.

Observa-se ainda no depoimento do egresso A, que ele não teve contato com recursos que pudessem auxiliá-lo na aprendizagem, enquanto aluno da Educação Básica, o que pode ser um indicativo para a sua não concepção de jogos e materiais manipuláveis antes de cursar o componente curricular. Contudo, a partir do momento que o componente curricular o leva a compreender as potencialidades e possibilidades do jogo e do material manipulável, estes passam a compor o repertório de recursos possíveis para o trabalho com o ensino de matemática na Educação Básica, auxiliando-o no exercício da docência. Perspectivas semelhantes são compartilhadas pelos egressos que concebiam os jogos e os materiais manipuláveis, antes de cursar a disciplina, como recurso motivacional e lúdico (30%), como no trecho a seguir:

> No decorrer da disciplina pude perceber que antes de levar um jogo ou material manipulável para sala de aula, é necessário que estes sejam estudados, avaliados e testados, de modo que o professor esteja bem familiarizado com o material/jogo e que não seja apenas um levar por levar; mais que isso, é importante que todo esse percurso seja guiado por um planejamento e que se tenha objetivos claros quanto a seu uso. Antes, *pensava apenas no caráter motivacional do material/jogo*, com a disciplina passei a observar que antes de levar o material para sala de aula o professor deve se questionar a respeito do: o que eu quero que meu aluno aprenda com esse material/jogo? Qual meu objetivo ao levar esse material/jogo? (Egresso B – grifos nossos).

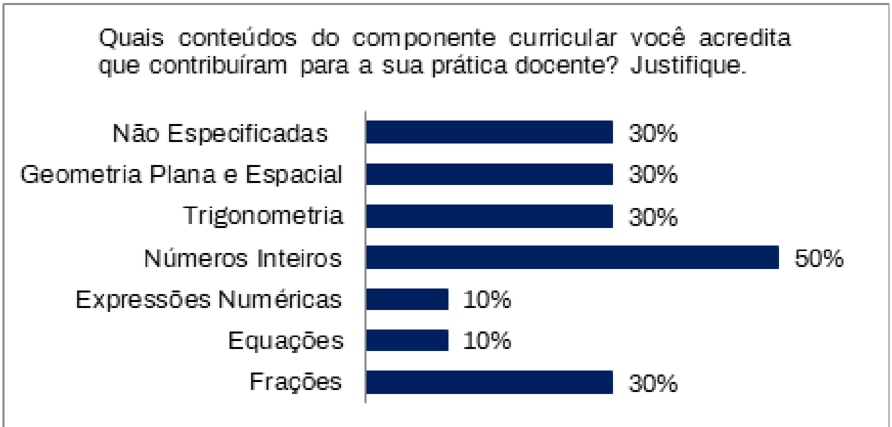
O relato do Egresso B expressa o quão positiva foram às experiências no componente curricular GCFP 969, principalmente quando ele aponta os cuidados que se deve ter ao utilizar jogos e materiais manipuláveis na sala de aula (MATOS; SERRAZINA, 1996; GRANDO, 2004; LORENZATO, 2006; CASSIANO, 2009), sendo esta a principal discussão proposta na disciplina. Assim, é possível inferir que esse componente possibilitou ao Egresso B mudar sua concepção acerca do uso de jogos e materiais manipuláveis para o Ensino de Matemática, diferente do Egresso A que a construiu.

Por conseguinte, a partir do momento que o Egresso B passa a avaliar e a entender, que o uso de jogos e materiais manipuláveis rompe a barreira do lúdico e da motivação, se guiado por um planejamento prévio com objetivos claros, é possível concluir que os objetivos do componente curricular GCFP 969 foram alcançados. Mais que isso, reforça as ideias postas por Lorenzato (2006) quanto à necessidade de se discutir o uso de recursos manipuláveis na formação inicial do professor, de modo a desconstruir verdades absolutas em torno desse tema.

Ainda é possível observar na fala do Egresso B uma mudança no seu fazer pedagógico, que converge com as discussões suscitadas por Matos e Serrazina (1996), Santos (2008), Cassiano (2009) e Jesus (2013) quanto à postura que o professor deve assumir ao optar por usar jogos e materiais manipuláveis. A partir do momento que ele passa a se questionar sobre a aprendizagem dos estudantes por meio do uso de jogos e materiais manipuláveis, há uma partilha de saber; em que é dada ao aluno a oportunidade, de por meio da interação com estes recursos, mediada pelo professor, formular e testar hipóteses, tornando-se sujeito ativo na construção do seu conhecimento.

O Gráfico 2 explicita as discussões, em termo de conteúdos matemáticos, que os estudantes egressos apontaram como as que mais contribuíram para o seu fazer docente ao concluir o componente curricular. É valido salientar que alguns egressos citaram mais de um conteúdo, por isso o total não é 100%.

Gráfico 2 – Distribuição das respostas dos estudantes egressos para a questão 4.



Nota-se que o conteúdo números inteiros compõe a categoria mais citada, com 50% dos egressos apontando como de extrema relevância as discussões no componente curricular em torno desse conteúdo, por meio de jogos, em especial o jogo Subindo no Tobogã, conforme o trecho que segue:

> Já faz um tempo que cursei o componente curricular, conteúdos específicos já fogem da memória. Mas, lembro-me das discussões em torno do "jogo subindo no tobogã". Utilizei muito o jogo quando trabalhava com alunos do 7º ano, quando ia trabalhar com operações com números inteiros; [...] (Egresso C – grifos do autor)
>
> *Adição e subtração de números inteiros*: por se tratar de um conjunto numérico novo, para os alunos do sétimo ano, me apoio nos estudos e nos materiais manipuláveis discutidos e apresentados na disciplina para preparar minhas aulas, em especial destaco o *jogo subindo no tobogã* que utilizo sempre para introduzir conceito de adição de números inteiros. [...] (Egresso F – grifos

nossos).

O jogo Subindo no Tobogã[9] (ver Figura 1), a qual os egressos C e F se referem é um dos jogos discutidos no componente curricular GCFP 969. O referido jogo aborda o conceito de adição com números inteiros, sendo este classificado como jogo pedagógico (GRANDO, 1995), que pode ser utilizado tanto para introduzir ou fixar o conteúdo trabalhado. O objetivo do jogo é chegar ao topo do tobogã (casa 10), sendo eliminado da partida o jogador que chegar à casa – 10.

Figura 1 – Jogo subindo no tobogã.

Fonte: Acervo do Laboratório de Matemática UFRB/CFP (2020).

Os relatos dos egressos C e F ratificam o quão significativas têm sido as discussões em torno dos jogos no componente curricular; principalmente quando estes jogos estão relacionados ao ensino do conjunto dos números inteiros, como pôde ser observado no gráfico

9 Material elaborado pelos estudantes do componente curricular GCFP 969 – Laboratório de Ensino da Matemática (2013), com base no livro: Matemática na medida certa, 6ª série de autoria de Marcelo Lelis e José Jakubovic. São Paulo: Scipione, 1995.

2. Verifica-se ainda o quão forte é a presença desse jogo na sala de aula destes professores, principalmente no fazer pedagógico do egresso F, que relata utilizar sempre esse jogo para iniciar o trabalho com operações com números inteiros. Diante do exposto, inferimos que as discussões levantadas no componente curricular estão presentes nas aulas desses professores, principalmente quando diz respeito ao trabalho com números inteiros.

O segundo tópico que os egressos apontaram como relevante para seu fazer docente (30%) corresponde aos conteúdos de Geometria Plana e Espacial; Trigonometria; Frações e Não Especificadas. Nas aulas do componente curricular, enfatiza-se a importância e o cuidado do concreto para se trabalhar a Geometria Plana e Espacial; explora-se ainda, a régua trigonometria e suas potencialidades para o trabalho com redução ao primeiro quadrante e equações trigonométricas, todas as discussões direcionadas para o trabalho docente.

Quanto às Frações, o egresso F pontua que até os dias de hoje utiliza os materiais apresentados no componente curricular em suas aulas, como pode ser observado no trecho que segue:

> [...]. *Frações*: sempre recorro aos materiais vistos na disciplina laboratório de Ensino de Matemática, visto que a aula, com o auxílio do material manipulável auxiliam o aluno na criação de conceitos. Conheci o material tira das frações na disciplina e utilizo o mesmo até hoje em minha prática docente. [...] (Egresso F – grifos nossos).

A fala do egresso F nos autoriza a inferir que o componente curricular não só cumpriu seu papel técnico – apresentar e discutir as possibilidades e potencialidades dos jogos e materiais manipuláveis no ensino de Matemática – como também ampliou de forma significativa o repertório de conhecimentos do professor, de modo que ele consegue replicar as ações do componente em sua sala de aula da

Educação Básica. Mais que isso, ele entende que o material manipulável é um recurso que auxilia o aluno na construção de conceitos, desde que o professor conheça o material e tenha objetivos claros quanto a seu uso, como preconizado por Passos (2006), Lorenzato (2006) e Jesus (2013) e amplamente discutido no componente curricular GCFP 969.

Quanto aos egressos que não especificaram os conteúdos (30%), não significa que para eles as discussões e aprendizagens, em torno dos jogos e materiais manipuláveis, no componente curricular não contribuíram para seu fazer docente, pelo contrário eles o classificaram como um todo significativo para sua prática, como pode ser observado na fala do egresso A:

> Os jogos e os manipuláveis são presentes em minhas aulas, os manipuláveis bem mais. Mas, para mim o maior aprendizado não veio do "conteúdo oculto", uso esse termo porque não sei se era a intensão do professor que aprendêssemos sobre isso. O conteúdo oculto foram os caminhos construídos pelo professor para que eu e meus colegas pudéssemos pensar a respeito do que eu quero ensinar e se ali é possível incluir ou não o uso de um jogo ou material manipulável, esse foi o "conteúdo" que mais contribuiu com minha prática docente. Por exemplo, quando eu vou ensinar um conteúdo para meus alunos, seja da forma tradicional ou não, eu sempre penso sobre as possibilidades que o conteúdo me permite explorá-lo e qual seria a melhor forma para cada turma. Esse é um exercício constante em minha prática e que foi aprendido na disciplina Laboratório de Ensino da Matemática (Egresso A – grifos do autor).

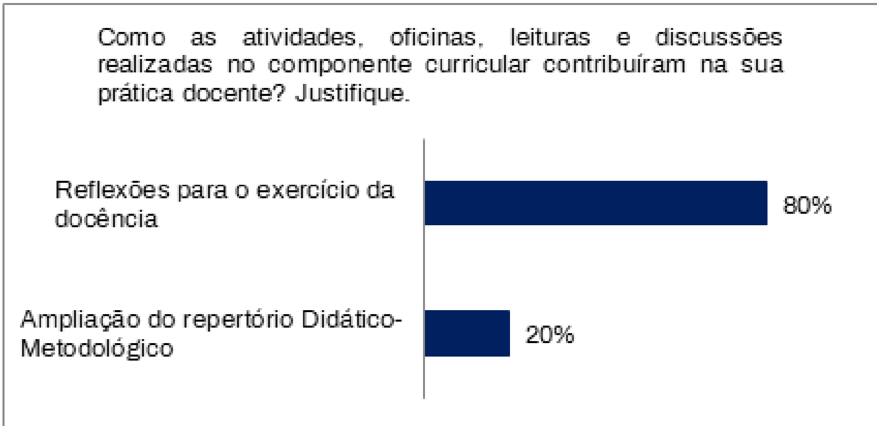
A fala do egresso A revela que não só o conteúdo específico, como consta na ementa do componente, contribuiu para sua formação e atuação na Educação Básica, mas o modo como o professor da disciplina conduzia as discussões em torno dos temas explorados.

Tais reflexões corroboram com as ideias postas por Pimenta (1996), isto é, que a identidade docente é construída também a partir da observação de outras práticas, bem-sucedidas ou não, e cabe ao professor refletir sobre elas, de modo a construir sua identidade.

Observa-se ainda que o relato do egresso revela uma das falsas ilusões acerca do uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de matemática – que todo e qualquer conteúdo matemático pode ser ensinado utilizando tais recursos. Inferimos, a partir disso, que ao se referir ao termo conteúdo oculto, o egresso A se remete ao modo que professor regente do componente curricular conduzia as aulas e as discussões, apoiado nos estudos de Grando (1995, 2004), Matos e Serrazina (1996) e Lorenzato (2006), para desmistificar tal concepção, sendo estas ações tão significativas, quanto os conteúdos estudados.

Assim, diante dos relatos dos egressos A, C e F, é possível destacar a importância de se abordar os jogos e os materiais manipuláveis relacionados a conceitos que os professores irão apresentar a seus alunos quando estiverem em sala de aula. Este tipo de abordagem pode conduzir o professor a perceber as possibilidades que os jogos e materiais manipuláveis, para além do caráter lúdico e motivacional, proporcionam ao trabalho com a matemática. Os reflexos dessa abordagem, que relaciona o jogo/material manipulável com o conceito matemático, isto é, a teoria e a prática, como os egressos pontuaram, podem ser observados no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Distribuição das respostas dos estudantes egressos para a questão 5.



Observa-se, no Gráfico 3, que 80% dos estudantes egressos julgaram que os jogos e materiais manipuláveis apresentados e as ações realizadas no componente curricular os levaram a refletir sobre estes recursos no exercício da docência. Os depoimentos dos egressos são diversificados, mas nota-se que não só os jogos e materiais manipuláveis apresentados foram importantes para sua formação e atuação docente, mas a organização das aulas, condução das discussões e as leituras obrigatórias realizadas, como podem ser observadas no depoimento que segue.

> A forma como as aulas eram organizadas possibilitavam uma construção do conhecimento, trazendo uma introdução dos conteúdos por meio de jogos, materiais manipuláveis, leituras de textos e etc., para depois chegarmos ao conteúdo. *Essa forma de conduzir as aulas me chamou atenção e trago isso comigo até hoje quando estou em sala de aula*. Outro fator de destaque no componente curricular diz respeito à *forma como as discussões eram conduzidas, muitas vezes em grupos, mostrando que é possível se aprender Matemática por meio da interação e socialização de resultados e leituras* (Egresso F – grifos nossos).

O relato do egresso F reforça o compromisso que o componente curricular GCFP 9696 tem com o rompimento das ideias equivocadas quanto ao uso de jogos e materiais manipuláveis – que todo conteúdo matemático pode ser ensinado com esses recursos; que estes recursos podem substituir o professor e etc. Desse modo, as discussões teóricas realizadas e o modo com estas eram conduzidas, não só foram suficientes para que estes professores refletissem sobre o papel que os jogos e os materiais manipuláveis desempenham no ensino de matemática, mas serviram também como inspiração para o exercício da docência.

O relato dos egressos B e H, a seguir, ratificam que os objetivos pretendidos no componente curricular foram concretizados, pois se observa que ao concluir o curso, e, consequentemente o componente, os estudantes egressos, hoje professores, passaram a refletir criticamente acerca do uso de jogos, materiais manipuláveis e como eles agem em suas práticas pedagógicas na Educação Básica.

> As ações realizadas na disciplina desenvolveu em mim o ato de *refletir sobre* o eu educador, o meu papel na escola e *o meu objetivo em levar algum material manipulável ou jogo*, de modo que estes não se limite apenas ao caráter motivacional, mas que se tenha um conceito matemático que meu aluno vai aprender, que por sinal é o mais importante. (Egresso B – grifos nossos).
>
> Contribuíram de maneira significativa, pois as discussões *fizeram com que eu refletisse sobre o processo de ensino e aprendizagem com uso de jogos e materiais manipuláveis*, o que me levou a estudar o contexto da sala de aula, os jogos e materiais manipuláveis antes de utilizá-los ou não. Este exercício me possibilita avaliar a viabilidade dos materiais e jogos, com foco sempre nos objetivos almejados, de modo a não torná-los apenas uma brincadeira, como também faz com *estes recursos não se tornem tradicionai*s ou extintos. (Egresso H – grifos nossos).

Os depoimentos de ambos egressos convergem com as ideias postas por Grando (2004), Nacarato (2005), Lorenzato (2006) e Cassiano (2009) quanto ao papel que os cursos de formação desempenham ao trabalhar, com os futuros professores, as noções de jogos e materiais manipuláveis, pois é fundamental que eles não vejam esses recursos com um fim em si próprio. Portanto, é necessário que durante o curso o estudante seja conduzido a explorar e trabalhar os conceitos matemáticos intrínsecos ao ato de jogar e manipular.

Assim, observa-se nos relatos que os egressos, ao concluírem o componente curricular GCFP 969, passaram a refletir sobre a inclusão dos jogos e dos materiais manipuláveis em suas salas de aula. Mais que isso, ambos superaram o discurso de que não é possível ensinar Matemática utilizando estes recursos, bem como a falsa ideia de que é possível ensinar todos os conteúdos matemáticos utilizando jogos ou materiais manipuláveis. Quanto a essa última observação, o egresso H chama atenção para a necessidade de não tornar os jogos e os materiais manipuláveis tradicionais, isto é, se há um uso excessivo de uma metodologia, um recurso didático ou material, estes passam a ser o tradicional daquele professor. Portanto, é importante que se busque, sempre que possível, diversificar o trabalho com a matemática, dialogando com as diversas metodologias e recursos, inclusive com a aula dita tradicional.

Assim, a partir desses depoimentos, em especial do egresso H, constatamos o quão necessário foram às leituras obrigatórias, construção, análise e avaliação dos jogos e materiais manipuláveis realizados no componente curricular; pois a partir dessas ações os estudantes egressos tiveram a oportunidade de (des)construir ideias, formando-se na prática.

Por conseguinte, outro aspecto que os egressos apontaram como contribuição para seu fazer docente (20%), diz respeito à possibilidade de diversificar o planejamento e abordagem matemática durante as aulas, tornando-as mais compreensível para os alunos, como pode ser observado no relato do egresso J.

> Particularmente gostei das discussões, pois ao concluir o curso foi possível *diversificar minhas aulas,* diferente daquelas, tradicionais, realizadas quando eu era aluno da Educação Básica. Além disso, perceber que *com esses recursos os estudantes podem aprender com mais facilidade*, a partir das relações que são estabelecidas com o conteúdo matemático (Egresso J – grifos nossos).

O depoimento do egresso J é extremamente relevante, pois espera-se que ao concluir este componente curricular, o estudante vislumbre novas possibilidades para o trabalho com a matemática na Educação Básica. Assim, observa-se no relato do egresso J, justamente essas novas possibilidades; bem como, uma preocupação com a aprendizagem dos alunos, quando pontua que suas aulas passaram a ser diferentes daquelas que ele viveu, quando aluno da escola básica.

Outro aspecto relevante, identificado no depoimento do egresso J, diz respeito ao reconhecimento do material manipulável ou jogo como recursos facilitadores da aprendizagem Matemática, a partir das relações que os alunos estabelecem com eles.

Considerações finais

É válido salientar que estes recursos por si só, de nada contribuirão para o processo de aprendizagem de conceitos matemáticos; contudo, se mediados pelo professor, de modo que os estudantes possam relacioná-los com os objetivos pretendidos e as situações de aprendizagem, estes se mostram extremamente eficientes para tal proposito (GRANDO, 2004; LORENZATO, 2006; JESUS, 2013).

Diante do exposto, os depoimentos suscitados pelos egressos miram na mudança de concepção quanto ao uso dos jogos e dos materiais manipuláveis, sendo esta uma atitude pretendida no componente curricular, como também o desenvolvimento da responsabilidade docente, isto é, o cuidado ao utilizar esses recursos em sala de aula. Os depoimentos revelam ainda que as ações realizadas no componente curricular foram fundamentais para essa mudança de concepção, bem como que ensinar matemática com estes recursos requer preparo e objetivos previamente definidos, de modo a não utilizar apenas por utilizar, sem a preocupação de desenvolver ou construir com os alunos conceitos matemáticos.

Por fim, salientamos que essa é uma das facetas que acontecem por trás da porta da sala 13, sala que também agrega outras discussões no âmbito da docência. Quer saber? Convidamos você a conhecer o curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Formação de professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia.

Referências

CASSIANO, Milton. **O jogo do NIM:** uma Alternativa para Reforçar o Algoritmo da Divisão no Sexto Ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2009. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11390. Acesso em: 02 jun. 2020.

GRANDO, Regina Célia. **O Jogo e a Matemática no contexto da Sala de Sula**. São Paulo: Paulus, 2004.

GRANDO, Regina Célia. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino e Aprendizagem da Matemática**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Pós-Graduação em Educação, São Paulo, 1995. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/253786. Acesso em: 02 jun. 2020.

JESUS, Gilson Bispo de. Os materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem de matemática: algumas implicações no trabalho do professor. In: XV Encontro Baiano de Educação Matemática. 2013, Teixeira de Feitas – BA. **Anais...** Teixeira de Freitas – BA: UNEB, 2013.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MATOS, José Manuel; *SERRAZINA*, Maria de Lurdes. **Didática da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2009.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, p. 1-6, 2004-2005. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4291874/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf. Acesso em: 05 jun. 2020.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores - Saberes da docência e identidade do professor. **Revista da Faculdade de Educação**. São Paulo - SP, v. 22, n. 2, p. 72- 89, 1996. Disponível em: http://www.revistas.usp.br/rfe/article/view/33579/36317. Acesso em: 01 jun. 2020.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, Fernando Luís Ferreira. **A Matemática e o Jogo:** influência no rendimento escolar. 2008. 143 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Pós-Graduação Ciências da Educação, Lisboa, 2008. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/216043174_A_matematica_e_o_jogo_Influencia_no_rendimento_escolar. Acesso em: 02 jun. 2020.

SILVA, Roberto Ribeiro. MACHADO, Patrícia Fernandes Lootens. Experimentação no ensino médio de química: a necessária busca da consciência ético-ambiental no uno e descarte de produtos químicos – um estudo de caso. **Ciência & Educação**. Bauru - SP, v. 14, n. 2, 2008, p. 233-249. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1516-73132008000200004&script=sci_abstract&tlng=pt. Acesso em: 1 jun. 2020.

TURRIONI, Ana Maria S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. 163 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Pós-Graduação em Educação Matemática, Rio Claro, 2004. Disponível em: https://saturno.unifei.edu.br/bim/0036355.pdf. Acesso em: 02 jun. 2020.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA (UFRB). **Plano de Curso do Componente Curricular GCFP969** – Laboratório de Ensino de Matemática. Amargosa, 2019a.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA (UFRB). **Projeto Político Pedagógico de Licenciatura em Matemática Diurno**. Amargosa, 2019b. Disponível em: https://www.ufrb.edu.br/cfp/images/NUGTEAC_2019/PPC_de_Matematica.pdf. Acesso em: 05 jun. 2020.

História da Matemática e formação de professores

Meline Nery Melo Pereira

Este capítulo trata de uma experiência vivenciada na disciplina *História da Matemática e Ensino*, componente do terceiro semestre do antigo Projeto Pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. O intuito é refletir acerca da importância da discussão sobre aspectos históricos do desenvolvimento da Matemática e da sua utilização no ensino, na formação de professores.

Para isso, este trabalho apresentará a discussão da literatura a respeito do tema, evidenciando a estrutura da supracitada disciplina nesse cenário e os resultados obtidos na visão da autora (docente da disciplina) e dos estudantes.

Introdução

Diversos estudos (CARLINI; CAVALARI, 2017; GIARDINETTO, 2000; D'AMBROSIO, 2000) têm discutido a respeito da importância da compreensão do desenvolvimento histórico da Matemática. Os argumentos para isso estão alinhados com a ideia de que a Matemática não foi descoberta por alguém, mas sim desenvolvida a partir de necessidades práticas da sociedade, bem como de necessidades internas à sua própria estrutura.

Partindo dessa perspectiva, apresentar a Matemática desconectada do seu contexto de desenvolvimento (que considera erros e acertos) reforça o *status* de verdade absoluta a ela atribuído ao longo do tempo. Diante disso, algumas questões são latentes ao refletir sobre a formação de professores:

É esta visão de "matemática" que desejamos que os estudantes da Licenciatura construam?

Que percurso é importante delinear na formação inicial de futuros professores para que possam utilizar a História como aliada no ensino-aprendizagem da Matemática?

Considerando tais anseios, a disciplina *História da Matemática e Ensino* é estruturada a partir das seguintes vertentes:

- Compreender aspectos históricos de tópicos matemáticos;
- Perceber como a HM[10] pode ser utilizada no ensino, discutindo possibilidades para isso.

Assim, na próxima seção, serão aprofundados os argumentos que ressaltam a importância de conhecer a história do conhecimento matemático produzido ao longo do tempo e como isso pode favorecer o ensino-aprendizagem da Matemática.

HM para quê?

A constituição histórica da Matemática tem como pano de fundo a história da própria humanidade, uma vez que se desenvolve primariamente a partir de necessidades humanas. Problemas surgiam (como ainda surgem) e, a partir de diversas tentativas, buscavam-se soluções.

Todavia, os registros nos livros não contam essa história e geralmente a forma como o conteúdo matemático é apresentado ao aluno não reflete o modo como esse conhecimento foi historicamente produzido (MIGUEL; MIORIM, 2011). Tal forma de exposição pode ter diversas repercussões na aprendizagem, uma vez que conexões são omitidas, rupturas e crises são suprimidas e minorias são excluídas.

Salvador e Nacarato (2003), ao investigarem como os estudantes do sétimo ano compreendem o significado do zero, concluem, a

10 A sigla HM será utilizada para fazer referência à História da Matemática.

partir das respostas analisadas, que esse conceito não foi explicitado de maneira ampla. A partir desse resultado, os autores indicam a necessidade de propiciar aos estudantes o contato com a história do zero, uma vez que isso pode favorecer a compressão da contribuição de diversos povos na construção de seus diferentes significados (zero como elemento de contagem, zero como valor posicional, zero como dado operatório e zero como origem). De acordo com Mendes e Chaquiam (2016), é importante que o professor explore os conceitos a partir do desenvolvimento histórico destes; assim, é possível despertar no estudante curiosidades semelhantes às vividas no período de construção histórica de tais conceitos.

Em consonância com essas ideias, autores discutem a relevância da História da Matemática na compreensão da Matemática de maneira mais ampla e profunda. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) ressaltam que, a partir da abordagem histórica, os estudantes podem ter a compreensão de alguns porquês, contribuindo para a construção do pensamento crítico acerca dos objetos matemáticos. O documento também defende que, a partir de tal abordagem, é possível mostrar a Matemática como uma criação humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos. Nesse sentido, D'Ambrosio (2009) destaca que a HM pode evidenciar para os estudantes que a Matemática que se estuda na escola é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade.

Em consonância com essas ideias, Miguel e Miorim (2011, p. 53) destacam que a partir da HM, os estudantes podem compreender:

> (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.;

> (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.

Nessa perspectiva, Miguel (1997) apresenta argumentos que reforçam potencialidades pedagógicas do uso da HM, destacando os mais frequentes na literatura. Um deles é que ela seria uma fonte de seleção de problemas práticos, uma vez que a matemática se desenvolveu a partir da resolução de problemas. Outro argumento é que a História é um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino, já que, ao apresentar erros, crises e rupturas, refuta a ideia de que a matemática é harmoniosa. Ainda nesse estudo, o autor evidencia que a HM pode promover a unificação dos campos da matemática, apresentando uma visão global desta, uma vez que seu desenvolvimento histórico não seguiu a apresentação didática (com a divisão em campos) utilizada no ensino. Outro aspecto destacado é que a HM pode promover o resgate cultural, sendo uma oportunidade para negar a imagem de que só os homens brancos produzem matemática, restando aos povos colonizados memorizá-la (GERDES, 1991).

Entretanto, para que a HM possa atingir tais objetivos, é importante refletir sobre a limitação de uma abordagem a partir de nomes e fatos isolados, a qual, segundo Dias (1994, p.27),

> [...] resume-se a fatos pinçados ao longo da linha temporal, às biografias dos gênios matemáticos, à crônica dos problemas complicados e de suas soluções, feitas sempre segundo o ponto de vista lógico-técnico. Nesse caso, a matemática é retirada da história na qual ela está imersa, isto é, o matemático, o método, o conhecimento matemático, enfim, tudo que efetivamente constitui a matemática é isolado da realidade que a envolve. O resultado é a redução da matemática

> a um esquema linear contínuo, mantido pelos gênios matemáticos e motivado por questões intrínsecas, inerentes ao conteúdo matemático ou ao seu método lógico-dedutivo, que permite a acumulação e a sobreposição de conhecimentos ordenados numa totalidade logicamente coerente. Esse esquema estaria imune às influências, às vicissitudes, às crises e aos movimentos do mundo do qual faz parte, que ocupa uma posição meramente ilustrativa, acessória, supérflua.

Essa maneira de conceber a HM pode reforçar as ideias de que a Matemática é para poucos, de que seu desenvolvimento é desvinculado da sociedade, de que não existiram erros e rupturas, disseminando o seu *status* de verdade absoluta. Assim, de acordo com as ideias de D'Ambrosio (1996), a abordagem histórica da Matemática precisa contemplar aspectos políticos e socioeconômicos, destacando características da sociedade da época e suas manifestações nas ciências, filosofia, religião, artes e costumes.

Apesar de a HM ter relevância constatada na literatura, Cury e Motta (2008) destacam que muitos professores participantes da pesquisa nunca tinham discutido a respeito de conceitos matemáticos, compreendo-os como verdades inquestionáveis. Todavia, para que essa abordagem histórica de conteúdos matemáticos seja possível, o professor precisa ter acesso à HM na sua formação. Um estudo de Balestri (2008) investigou como professores/pesquisadores que atuam ou já atuaram com HM concebem a participação desta na formação inicial de professores de Matemática. De acordo com os participantes da pesquisa, a história poderia funcionar como articuladora das disciplinas, relacionando os conteúdos estudados. Além disso, destacam ser muito importante promover discussões sobre como o futuro professor pode abordar a HM nas suas aulas.

A pesquisa ressalta também que a HM pode ajudar o professor a: propor a seus alunos problemas que de fato favoreçam a aprendizagem; entender alguns aspectos do processo de aprendizagem de seus alunos e também as dificuldades e possíveis erros cometidos por eles durante esse processo; elaborar estratégias por meio das quais os alunos superem as dificuldades enfrentadas no processo de aprendizagem; responder alguns “porquês”, satisfazendo a curiosidade dos alunos e motivando-os. Corroborando com as principais reflexões apresentadas nesta seção, a metodologia da disciplina *História da Matemática e Ensino* foi desenvolvida. Na seção seguinte, cada etapa será explicada, apontando as possíveis contribuições para o futuro trabalho na sala de aula.

Estrutura da disciplina

- Discussão inicial sobre a Matemática e a importância da sua história

O momento inicial da disciplina *História da Matemática e Ensino* teve por objetivo convidar os estudantes para a discussão sobre a HM, resgatando suas experiências na Educação Básica e na Licenciatura até aquele momento. Além disso, discutimos o modo como eles compreendiam a Matemática, sendo destacado o seguinte questionamento: *Foi descoberta ou criada?* Considero esse momento foi importante para gerar interesse na disciplina, uma vez que trouxe à tona alguns questionamentos e motivou a participação nas atividades subsequentes.

- Estudo do desenvolvimento histórico de alguns conteúdos matemáticos

Um argumento marcante na literatura e destacado na seção anterior é a necessidade de o professor de Matemática conhecer o desenvolvimento histórico da Matemática. Isso se fundamenta quando pensamos acerca da relevância de ele ampliar sua visão sobre a matemática e posteriormente, caso deseje, utilizar a HM no ensino. Nessa perspectiva, iniciamos estudos sobre tópicos da Matemática, resgatando as contribuições de diferentes povos em momentos distintos da história. Um dos temas estudados foi “Os aspectos históricos, sociais, culturais e operatórios dos números”, com base no livro *Números: o simbólico e o racional na história*, de Iran Abreu Mendes. Conforme Mendes (2006), a abordagem escolhida tem por objetivo auxiliar os professores no desenvolvimento de atividades de ensino sobre esses tópicos. Outro tema estudado foi “A história do zero”, evidenciando as contribuições de diversos povos no desenvolvimento do zero e o modo como surgiu a necessidade de um símbolo para representá-lo nos diferentes sistemas numéricos. Além desses, diversos outros tópicos foram estudados.

➢ Livros didáticos e História da Matemática

Depois de estudar o desenvolvimento histórico de alguns tópicos matemáticos, iniciamos uma discussão sobre como esses aspectos poderiam ser incorporados às suas práticas pedagógicas futuras. Para aprofundar a compreensão do cenário atual no que diz respeito à presença da HM nos materiais que apoiam o trabalho do professor, iniciamos a análise de algumas coleções segundo as categorias de Vianna (1995). Este afirma que a História da Matemática pode ser utilizada como *motivação*, *informação*, *estratégia didática* e *imbricada no conteúdo*. Conforme o autor, para caracterizar como “motivação”, é preciso observar se é introdução de algum tópico. Já a segunda categoria, “informação”, tem como característica ser informação extra, apresentada como dado adicional através de notas históricas; contudo, não objetiva auxiliar em alguma dificuldade a respeito do conteúdo. A categoria denominada “estratégia didática” compreende os momentos em que o aluno é conduzido para realizar algum procedimento que se relaciona com o desenvolvimento do conteúdo. Na última, “imbricada no conteúdo”, o uso da história é implícito, uma vez que não se fala nela nem em nomes de matemáticos; nesse caso, a HM é utilizada para estruturar o desenvolvimento do conteúdo.

A partir das análises, os estudantes perceberam que, assim como no estudo de Vianna (1995), as formas de uso mais frequentes nos livros didáticos foram as que são classificadas como *motivação* e *informação*. Nessa etapa da disciplina, o intuito era que os licenciandos compreendessem diferentes formas de abordar a História da Matemática, refletindo as potencialidades e limitações de cada uma delas.

➢ Produção de materiais curriculares a partir de uma abordagem histórica

Fundamentada na literatura que discute História da Matemática no ensino e que enfatiza a limitação de materiais com tal abordagem (MIGUEL, 1997), propus a elaboração de tarefas usando a HM como estratégia didática. A turma foi dividida em grupos, os quais selecionaram conteúdos cujas histórias, nos livros didáticos analisados pouco ou nada abordavam. Após, os grupos fizeram pesquisas sobre os respectivos temas e elaboraram materiais para ensiná-los por meio de um viés histórico. Para apresentar à turma, cada grupo simulou uma aula e implementou seus materiais sob minha orientação. Ao final, discuti com e a turma a estrutura das tarefas, fazendo sugestões e salientando suas potencialidades.

➢ Seminários finais

Para encerrar a disciplina, foi proposto que os grupos apresentassem seminários com os seguintes temas:

- Mulheres na Matemática
- A Matemática no continente africano
- Os gregos e a crise dos incomensuráveis
- História dos Números Negativos
- História do Cálculo Diferencial e Integral

Os dois primeiros temas foram escolhidos em oposição à ideia, reforçada ao longo do tempo, de que a Matemática é produzida por homens brancos. Foi uma oportunidade para desconstruir essa visão, refletindo sobre os motivos pelos quais pouco se fala da produção das mulheres nessa área do conhecimento. Além disso, falar da Matemática produzida por negros em uma Universidade situada no Recôncavo da Bahia permitiu o resgate cultural, fazendo com que muitos licenciandos vislumbrassem seus ancestrais na construção da ciência. Esse momento favoreceu inclusive o debate sobre o papel do professor de Matemática diante da Lei nº10. 639/2003, a qual torna obrigatória a inclusão da abordagem da história e cultura afro-brasileira e africana na escola. Nesse sentido, o segundo tema tem expressa relevância para discutir o ensino de Matemática em um viés antirracista.

O terceiro e quarto temas tiveram por objetivo abordar momentos da História em que crises abalaram as estruturas existentes até então. No que se refere à crise dos incomensuráveis, a equipe mostrou que, ao estudarem a medida da diagonal do quadrado, os gregos perceberam a necessidade de se pensar sobre a criação de um novo conjunto numérico. Além disso, um aspecto que ficou evidente em um dos seminários foi a dificuldade dos matemáticos em aceitar os números negativos.

Por fim, a última equipe apresentou o tema “História do Cálculo”, ressaltando as contribuições de Newton e Leibniz e as controvérsias no desenvolvimento do cálculo. Além disso, foi apresentada a relevância desse conhecimento no desenvolvimento da Matemática. Esse tema é um exemplo de como a HM pode favorecer a superação da visão fragmentada que muitos estudantes têm sobre as disciplinas dos cursos de formação (BALESTRI, 2008), evidenciando uma possível articulação com disciplinas que tratam dos Cálculos.

Descritas todas as experiências vivenciadas no componente *História da Matemática e Ensino*, na próxima seção será apresentada a perspectiva dos estudantes que cursaram essa disciplina, destacando como a metodologia desenvolvida teve impacto na formação desses futuros professores.

Visão dos licenciandos

Com o objetivo de compreender a visão dos estudantes a respeito da experiência vivenciada no componente, foi solicitado deles que respondessem, por escrito, algumas perguntas, as quais serão descritas e comentadas a seguir.

Uma das perguntas questionou se os licenciandos já haviam tido contato com a HM antes da disciplina. Destacam-se algumas respostas[11]:

Carlos: Não, o contato com a temática ocorreu exclusivamente na disciplina de História da Matemática.

Rita: Sim. Durante a Educação Básica, em algumas raras ocasiões, os professores de Matemática comentavam sobre importantes matemáticos, como por exemplo Tales e Pitágoras, ou recomendavam a "leitura pela leitura" de alguns textos informativos, sobre a História da Matemática, que apareciam nos livros. Ou seja, era algo mais superficial, sem muito aprofundamento ou reflexões a respeito.

Jamile: Não, sabia que existia a disciplina, pois minha irmã que cursou matemática no CFP já tinha comentado comigo da existência da disciplina, mas eu não sabia como ela era trabalhada, nem como essa história é apresentada.

Essas respostas ilustram o que foi destacado pela maioria dos estudantes: a ausência de contato com a HM. Apenas uma destacou que já conhecia o assunto, porém em uma perspectiva informativa, diferente da maneira explorada no componente em questão. Isso reforça a importância de se discutir História da Matemática na formação inicial de professores. Balestri e Cyrino (2010) reforçam essa relevância ao enfatizarem que a História da Matemática pode orientar os futuros professores na escolha de ideias matemáticas a serem trabalhadas, nas possibilidades de abordagem dessas ideias e na compreensão da matemática a ser ensinada.

11 Foram utilizados pseudônimos para preservar a identidade dos estudantes.

Quando questionados se julgavam importante estudar no desenvolvimento de tópicos matemáticos, eles responderam:

Rita: Sim. Ao estudarmos sobre a História de alguns tópicos matemáticos, podemos compreender melhor sobre seu processo de criação, analisando quais foram suas dificuldades e facilidades, observando que a Matemática e suas diversas áreas não foram criadas por capricho, como alguns alunos acham, mas que foram frutos de necessidades humanas e que estão intimamente ligadas com o desenvolvimento da sociedade humana. Observamos também que os temas estudados estão sujeitos a erros e revisões, e isso é importante para desmistificar a nossa visão da Matemática como algo perfeito e finalizado. Podemos também aprender melhor sobre alguns porquês, como, por exemplo, se pensarmos nas simbologias adotadas. Além disso, compreendemos que, estudando sobre a História da Matemática, podemos utilizá-la como um recurso didático em sala de aula, o que pode auxiliar na aprendizagem dos alunos.

Carlos: Sim, pois, com a História da Matemática, é possível perceber o processo de construção de determinados tópicos, assim percebendo a matemática como um processo de aprimoramento e evolução, não tendo a ideia de uma matemática pronta e acabada, mas sim como o resultado de contribuições, de várias civilizações, povos ou pessoas, que a aprimoraram.

Jamile: Sim, pois a mesma tem suas características, que são próprias desde os primórdios, como os erros cometidos antes dos resultados finais; para além de trazer muitas referências importantes desconhecidas, como a participação de povos menos favorecidos, que tiveram grande contribuição para o desenvolvimento da matemática, como negros, mulheres..., que, por questões de preconceitos, tiveram seus nomes ocultos desse avanço.

Theo: Sim, pois, ao estudarmos esses desenvolvimentos de tais tópicos, foi possível compreender melhor sobre eles, possibilitando uma nova forma de se trabalhar com eles em sala.

A partir dessas respostas, é possível inferir que os licenciandos demonstram valorizar o papel da HM na compreensão da Matemática, uma vez que ressaltam aspectos marcantes na literatura. Um exemplo é a contribuição da abordagem histórica na visão da Matemática como construção cultural de diferentes povos (D'AMBROSIO, 2000). Um aspecto marcante é que os estudantes destacam a visão da Matemática em construção, corroborando com a literatura, que destaca a importância de o professor ter essa compreensão. Assim, em consonância com as ideias de Brolezzi (1991), nota-se o conhecimento histórico tem papel crucial nessa construção de concepção da Matemática e do papel de cada tópico no currículo.

Sobre a experiência de elaborar tarefas a partir da HM, os estudantes destacaram:

Rita: Escolhemos abordar os diferentes significados das frações (como número, como medida, como quociente e como parte-todo), utilizando da história para isso. Essa escolha se deu por conta da notória dificuldade que os alunos encontram em trabalhar com tal tema. Deste modo, colocamos os estudantes para resolver problemas históricos, tentamos recriar situações que as sociedades antigas se depararam, entre outros. Esse trabalho nos fez estudar muito detalhadamente e de forma crítica alguns momentos importantes da história das frações, nos permitindo refletir sobre formas de ensinar tal tema de maneira mais significante e compreensível. Ressalto que tivemos a oportunidade de aplicá-la em uma turma de sétimo ano e obtivemos resultados bastante interessantes.

Carlos: Muito enriquecedora, pois foi possível enxergar a matemática de outro ângulo, percebendo seu potencial, principalmente para introdução de conteúdos. Saindo da ideia que se deve iniciar o conteúdo com definição.

Uma das limitações apontadas por Miguel (1997) é a falta de material para o trabalho com HM. Assim, o momento em que os licenciandos tiveram a oportunidade de elaborar o próprio material lhes permitiu estudar o percurso histórico de um tópico e pensar como esse percurso poderia ser utilizado pedagogicamente. Feliciano (2008), em sua pesquisa, ao entrevistar professores, notou que estes indicavam que a utilização da HM na sala de aula esbarrava na necessidade de produção de mais materiais adequados para o ensino. Nesse sentido, oferecer oportunidade para que os licenciandos produzam materiais utilizando a perspectiva histórica pode incentivá-los a utilizá-la na prática profissional.

No que se refere ao Seminário Final, destacam-se os seguintes registros:

Carlos: Achei bem relevante todo o contexto, sendo motivador descobrir que o povo africano já produzia conhecimentos matemáticos há muito tempo, e que tais conhecimentos já eram aplicados em suas vidas, sendo difundidos e alguns aperfeiçoados. Outra coisa que chamou atenção foi a descoberta da Lei 10.639, existente desde 2003 e até então nunca havia ouvido falar, o que gerou uma dúvida quanto à aplicabilidade da Lei nas disciplinas de exatas nas escolas de educação básica, uma vez que eu e a maioria dos meus colegas estudaram, assim só foi possível o contato graças ao Componente Curricular, História da Matemática e Ensino. Essa temática me instiga a tentar buscar tais respostas para essas dúvidas, o que cada vez mais me motiva a abordá-la no TCC.

Rita: Ao estudarmos detalhadamente sobre a crise dos incomensuráveis, podemos aprender coisas muito importantes, que podem inclusive ser utilizadas como metodologias de ensino. A primeira delas é que a matemática está em constante evolução, não sendo um conhecimento pronto e acabado, mas que deriva, na maioria dos casos, das necessidades advindas de questões sociais. Desta forma, é importante que os alunos tenham consciência sobre esse processo.

A segunda é que podemos aprender sobre a criação desses conjuntos numéricos, sabendo reconhecer as dificuldades de compreensão que a sociedade encontrou na época e podemos pensar na forma como eles foram lidando com tal situação para sabermos trabalhar melhor com as possíveis dificuldades que os estudantes irão sentir ao estudar esse tema.

Alice: Nos foi um tanto desafiador, já que não somos familiarizados falar sobre esse tema, mas também foi bem gratificante aprender sobre e ver o quanto de matemática foi produzido pelos povos africanos. Ler sobre o desenvolvimento de conteúdos matemáticos tão famosos como o Teorema de Pitágoras e saber que houveram contribuições de pessoas negras é de suma importância, uma vez que, além de aprendermos sobre a história da matemática, também estamos falando de representatividade.

As respostas evidenciam que os licenciandos conseguiram perceber que a HM pode ser fonte de metodologias (MIGUEL, 1997), fornecendo estratégias para o professor organizar o ensino. Além disso, ela pode ajudar o professor a compreender as dificuldades dos alunos e a pensar estratégias para lidar com tais dificuldades. Um aspecto destacado por uma estudante que apresentou sobre "A matemática no continente africano" foi a surpresa ao estudar a participação dos negros no desenvolvimento de tópicos tão importantes, ela enfatizou a relevância de se sentir representada ao ter a oportunidade de discutir sobre esse tema. Outro ponto sublinhado por um licenciando foi o pouco conhecimento sobre a Lei nº 10.639/2003 e como o ensino de Matemática se insere nesse contexto. Nessa direção, percebemos a importância da HM no processo de superação da visão da Matemática criada e difundida pelo colonizador (GERDES, 1991), permitindo que esses futuros professores tivessem acesso a tais produções e discutindo como o professor de matemática pode contribuir para uma educação antirracista.

Considerações finais

O presente capítulo teve por objetivo compartilhar a experiência de uma docente na disciplina *História da Matemática e Ensino*, apontando discussões importantes para a formação dos licenciandos e a perspectiva destes após a conclusão do componente. Nesse sentido, foi apresentada a estrutura elaborada para contemplar os objetivos elencados no plano de ensino da disciplina, que são:

- Adquirir referências mínimas de História da Matemática, de modo que possam considerar a possibilidade de usá-las em sua prática pedagógica, no ensino básico;

- Com o estudo da evolução de certos conceitos matemáticos, ser capaz de estabelecer uma crítica sobre como tais conteúdos aparecem nos livros didáticos nos níveis fundamental e médio. A possibilidade de realizar tal crítica constitui-se em importante tarefa pedagógica na medida em que a produção historiográfica da matemática presente nos livros didáticos será a primeira referência, quando não a única que os alunos do ensino fundamental e médio terão acesso ao se debruçarem para estudar matemática e sua história na escola, cabendo ao professor a avaliação desse material;

- Compreender Matemática como uma disciplina que sofreu uma evolução e que tem se desenvolvido sob a influência de muitas culturas diferentes ao longo de sua história. Ou seja, trata-se de um conhecimento resultante de uma produção social, impulsionado por fatores internos e externos à ciência.

Esses objetivos estão em consonância com a estrutura do componente *História da Matemática e Ensino*, uma vez que os estudantes tiveram oportunidade de discutir sobre os motivos pelos quais a Matemática se desenvolve, analisar livros didáticos, elaborar materiais para o ensino a partir da perspectiva histórica, estudar desenvolvimento de tópicos matemáticos, bem como de compreender porque produções de mulheres e de povos colonizados pouco ou nada aparecem na maior parte dos registros bibliográficos.

Uma implicação dessas discussões foi a escolha, pelos estudantes que cursaram a disciplina, do tema "Mulheres na Matemática: reflexões sobre a questão de gênero" para uma mesa redonda realizada no IV Encontro de Matemática da UFRB[12]. A mesa foi composta pelas professoras Elen Deise Assis Barbosa, Márcia Barbosa de Menezes e Manuela da Silva Souza, professoras do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Bahia (UFBA), tendo mediação realizada pela autora deste capítulo. Essa temática foi um marco na história do evento, já que não havia sido abordada nas edições anteriores.

Diante do exposto, fica evidente a importância das discussões fomentadas no componente em questão, para a formação dos futuros professores, uma vez que a História da Matemática pode ser utilizada, conforme D'Ambrosio (1996):

> 1.para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução; 2. para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade; 3. para destacar que essa Matemática teve sua origem nas culturas da antigüidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, comum estilo próprio; 4. para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em conseqüência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as conseqüências sócio-culturais dessa incorporação (p. 10).

12 Realizado no Centro de Formação de Professores (CFP), na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), em maio de 2019, no município de Amargosa, Bahia.

Compreender esses aspectos destacados por D'Ambrosio (1996) é fundamental na formação do professor, uma vez que estão diretamente relacionados à construção da sua concepção de matemática, a qual tem repercussões na forma como ele organiza o ensino. Assim, a disciplina *História da Matemática e Ensino* favorece o contato inicial dos futuros docentes com aspectos históricos, permitindo a construção de uma visão crítica acerca do desenvolvimento da Matemática.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 1998.

BALESTRI, R. D. **A participação da história da matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

BALESTRI, R. D; CYRINO, M. C. C. T. A história da matemática na formação inicial de professores de matemática. Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 103-120, maio 2010. ISSN 1982-5153. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/38017. Acesso em: 12 jul. 2020.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar:** uma introdução ao estudo do valor didático da história da matemática. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~brolezzi/teses.htm. Acesso em: 15 jun.2020.

CARLINI, E. M. P.; CAVALARI, M. F. As funções didáticas da História da Matemática do Ensino Médio. HIPÁTIA **- Revista Bra-**

sileira de História, Educação e Matemática, v. 2, p. 71-88, 2017. Disponível em: https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/download/756/240/+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br. Acesso em: 10 jun.2020.

CURY, H.N.; MOTTA, C. E. M. **Histórias e estórias da matemática**. In: CARVALHO, L. M et al. (Ed.). História e tecnologia no ensino da Matemática. Ciência Moderna, Rio de Janeiro, 2008.

D'AMBROSIO, U. História da Matemática e Educação. **Caderno Cedes** 40 História e Educação Matemática. 1 ed. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, U. **A Interface entre História e Matemática:** uma visão histórico-pedagógica. In: FOSSA, J.A. (org). Facetas do Diamante. Editora da SBHMat, Rio Claro, 2000, p.241-271.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 17ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2009, 120 f.

DIAS, A. L. M. **Uma crítica aos fundamentos do ensino autoritário e reprodutivo da matemática**. 1994. 79 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Bahia, Faculdade de Educação, Salvador, 1994. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~brolezzi/dissertamattedidias.htm. Acesso em: 15 jun.2020

FELICIANO, L. F. **O uso da história da matemática em sala de aula:** o que pensam alguns professores do ensino básico. 2008. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, São Paulo, 2008.

GERDES, P**. Etnomatemática:** cultura, matemática e educação. Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991.

GIARDINETTO, J. R. B. Reflexões sobre o uso da história da matemática como contribuição para a melhoria do ensino da geometria analítica (nível 1º e 2º graus). **Nuances**, Departamento de Educação, UNESP, Campus de Presidente Prudente, v.6, n.6, p. 136-42, 2000.

MENDES, I. A. **Números:** o simbólico e o racional na história. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006. 102p.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: f**undamentos e sugestões didáticas para professores. 1. ed. Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática - SBHMat, 2016. v. 1. 124p .

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores**. Zetetiké**, v. 5, n. 8, p. 73-105, 1997.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. A História na Educação Matemática: propostas e desafios. **Autêntica**, Belo Horizonte, 2011.

SALVADOR, C. M. A.; NACARATO, A. M. **Sentidos Atribuídos ao Zero por Alunos da 6ª série**. In: 26ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação - ANPED, Poços de Caldas, 2003. Anais [...]. Poços de Caldas, 2003.

VIANNA, C. R. **Matemática e História:** algumas relações e implicações pedagógicas.1995. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo,1995.Disponível em: https://www.ime.usp.br/~brolezzi/teses.htm. Acesso em: 14 jun.2020.

Matemática da UFRB reagindo à pandemia

Jaylson Teixeira

Em 17 de março de 2020, o reitor da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia-UFRB, Fábio Josué Souza dos Santos, baixa a portaria no 322/2020, que suspende as atividades letivas de graduação e pós-graduação presenciais, suspendendo a realização de eventos, atividades, reuniões e solenidades com a presença de mais de 50 pessoas e estabelecendo o trabalho remoto, na medida do possível (UFRB, 2020). Diante desse primeiro impacto, veio a preocupação com os índices de evasão dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Os calouros, em especial, tiveram apenas um dia de aula, por conta da semana de recepção e do evento Recôncavo da UFRB, e se mostravam ávidos em viver a academia. A ideia deste projeto “Matemática na Quarentena” surgiu da tentativa de manter os vínculos dos alunos com os professores e com o curso de Licenciatura em Matemática.

Nesse contexto, estabeleceu-se como objetivo incentivar os professores do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRB a criar maneiras, utilizando a internet e redes sociais, para aliviar o isolamento. As interações virtuais usariam a Matemática como tema, provocando curiosidade e discussões, divulgando informações, apresentando problemas matemáticos para serem resolvidos de forma casual e informando sobre problemas clássicos que foram resolvidos ou que ainda estão pendentes. O projeto de extensão Tecnologia no Ensino e Inovações Aplicadas – TEIA da UFRB, coordenado pelo professor Jaylson Teixeira, o qual teve a iniciativa de criar o projeto Matemática na Quarentena, viabilizou as ações a serem desenvolvidas. Desse modo, espera-se manter nos alunos o sentimento de pertencimento ao curso.

Escola e isolamento escolar

Embora seja necessário o isolamento social, nem todos podem ficar em casa. Profissionais de serviços essenciais, principalmente os da área da saúde, e trabalhadores informais de baixa renda são obrigados a saírem de suas casas em tempo de pandemia.

Berg, Vestena e Costa-Lobo (2020) listam 13 consequências que este quadro de isolamento por conta da pandemia traz:

1) Aprendizagem interrompida. O fechamento de escolas impede o desenvolvimento de jovens e crianças;

2) Má nutrição. Crianças que dependem da escola para uma nutrição saudável ficam comprometidas;

3) Confusão e estresse para os professores. A transição do ensino para plataformas informatizadas e a tentativa do contato virtual com seus alunos deixam os professores confusos e frustrados. Outros ficam de licença ou são dispensados com o fechamento de escolas;

4) Pais despreparados para educação a distância e em casa. Os pais são solicitados a ajudar seus filhos em casa, o que passa a ser um esforço extra para pais sem experiência de ensino e com poucos recursos didáticos;

5) Desafios na criação, manutenção e melhoria do ensino a distância. A súbita demanda dos recursos remotos causa estresses, não só em humanos, mas também nas estruturas de internet e *sites* de ensino;

6) Lacunas na assistência à infância. Com o fechamento das escolas, alguns pais deixam as crianças em casa em um ambiente que pode ser mais suscetível à influência dos colegas e abusos de substâncias;

7) Altos custos econômicos. Com as escolas fechadas os pais tendem a faltar mais ao trabalho para cuidar de seus filhos;

8) Tensão não intencional nos sistemas de saúde. Profissionais da área médica e de cuidados que faltam ao trabalho para cuidar de seus filhos estressam mais o sistema de saúde;

9) Maior pressão sobre escolas que permanecem abertas. As escolas que permanecerem abertas terão uma sobrecarga a medida que os pais redirecionarem a demanda para elas;

10) Aumento nas taxas de evasão escolar. O fechamento prolongado causa um descompromisso com a escola e, em outros casos, estudantes são obrigados a trabalhar para gerar renda familiar devido à crise econômica;

11) Maior exposição à violência e à exploração. Com o fechamento de escolas, aumentam os casamentos precoces, o recrutamento de crianças por milícias, a exploração sexual de jovens, a gravidez na adolescência e o trabalho infantil;

12) Isolamento Social. A convivência social desenvolvida na escola é comprometida;

13) Desafios para medir e validar o aprendizado. O fechamento das escolas leva a suspensão de avaliações, principalmente aquelas que dão acesso aos próximos níveis em outras instituições de ensino. As estratégias para adiar, pular ou examinar à distância leva a desconfiança dos administradores e causam estresse os alunos e suas famílias (BERG; VESTENA; COSTA-LOBO, 2020).

Diante deste cenário, os professores e instituições de ensino são desafiados atuar de modo a contribuir para redução de danos em uma situação de grave convulsão social. Sendo assim, faz-se necessário investigar como estes atores estão atuando neste contexto adverso.

Ensino em tempos de covid-19

Com a constatação da Pandemia de Covid-19, as escolas costumam ser as primeiras a fecharem para evitar o contágio em massa. Isso devido às suas características de aglomeração e trocas de forma abrangente na sociedade, estimulando a mobilidade de alunos, professores e funcionários. Segundo Arruda (2020), a tão desejada capilaridade que promove a integração em uma sociedade passa a ser problema em tempos de pandemia.

Países como China, Portugal, Espanha, França, México, Uruguai, Chile e algumas iniciativas nos Estados Unidos têm-se utilizado de recursos tecnológicos para manter a educação escolar ativa. Aulas remotas têm sido promovidas no sentido de se manter um Ensino Emergencial Remoto - EER. O termo Ensino Emergencial Remoto - EER tem sido utilizado para se diferenciar do Ensino a Distância – EAD. A EAD é uma modalidade de ensino que leva em consideração o perfil de discentes e docentes adaptados a essa modalidade com formação para este fim, com planejamento e suporte de materiais, equipamento e instalações voltados para a EAD. Já o EER é uma transposição das aulas planejadas inicialmente para serem presenciais que estão sendo adaptadas para o ensino remoto de forma emergencial e provisória, enquanto durar o surto da pandemia de Covid-19 (HODGES et al, 2020). Nestes países, os governos deram suporte a iniciativas para realizar aulas através de *lives*, TVs, aplicativos e plataformas virtuais e investiram em equipamentos e acessibilidade para alunos e profissionais da educação (ARRUDA, 2020).

No Brasil, por parte do Ministério da Educação, tivemos a portaria 343/2020 que indicou a possibilidade de se utilizar o ensino a distância e a portaria 934 que desobriga as escolas aos 200 dias letivos, mantendo a carga horária mínima. No mais, observa-se a falta de liderança do Ministério da Educação em promover ações emergenciais efetivas. As entidades de ensino superior privadas, como Kroton, Estácio, Unip e as tradicionais Pontífices Universidades Católicas, se reorganizaram rapidamente para manter suas aulas em formato de EER. Talvez pela necessidade de justificar as mensalidades que mantêm seus profissionais da educação. Já as universidades federais, de forma geral suspenderam as aulas e resistem a aulas remotas sobre o argumento da exclusão de alunos que não têm acesso às tecnologias e para lhes assegurar o seu direito ao ensino presencial, como lhes fora prometido.

Universidades públicas como UFRJ, UFMG e UFRGS suspenderam as aulas e estão em contato com seus alunos através de eventos de extensão e ensino extracurriculares, mantendo o contato com seus alunos em caráter extraordinário. No entanto, USP e Unicamp trabalham com ERR. Estas universidades criaram programas de auxílio ao acesso à internet, com distribuição de *tablets* e convênios com operadores de telefonia com acessos a R$20,00 ao mês (ARRUDA, 2020).

Modelos de evasão universitária

Para embasar as atividades a serem desenvolvidas, com base na intenção inicial de manter os vínculos de pertencimento ao curso, buscou-se na literatura especializada modelos que justifiquem ações com vista a evitar a evasão.

Vicent Tinto (1973, 1975) era estadunidense e foi um dos pioneiros na criação de uma teoria para explicar e atuar sobre o fenômeno da evasão. Um modelo clássico é o desenvolvido por Tinto. Neste modelo, ele apresenta dois processos que são fundamentais para a permanência do estudante no curso: Integração Acadêmica e Integração Social. A **Integração Acadêmica** se refere ao envolvimento do estudante com a vida acadêmica, seu desempenho e sua autoestima decorrente, assim como sua identificação com o curso e com os valores da instituição. A **Integração Social** está relacionada ao convívio com outros estudantes, professores e demais funcionários da instituição, assim como a participação em eventos culturais, festas, esportes, ou seja, e o bem-estar social do estudante. Em particular, os alunos da UFRB têm dificuldades em se ambientar à cultura acadêmica por falta de referência na família e na escola de origem, sendo estes sujeitos, na maioria das vezes, os primeiros da família a conseguir uma graduação em nível superior (SANTOS, 2017).

Cabreira et al. (1993 apud TEIXEIRA, 2017) acrescentam preocupações extrínsecas a universidade como fatores ambientais e familiares, propondo o Modelo Integrado de Retenção do Estudante. Neste modelo oito fatores são observados, a saber: (a) apoio financeiro por parte da instituição; (b) apoio da família e de pares; (c) integração acadêmica; (d) desempenho acadêmica; (e) integração social; (f) compromisso com a instituição; (g) compromisso com a meta de graduar-se; e (h) intenção de persistência ou evasão declarada.

Santos (2017) constata que os cursos de Licenciatura em Física, Química e Matemática são os que apresentam maior evasão do Centro de Formação de Professores (CFP) da UFRB apesar de possuir alta empregabilidade. Essa autora também sugere que os professores passem a se ver como parte do processo, atuando de forma a identificar e agir sobre as causas da evasão.

O caso 'matemática na quarentena'

Pensando que o isolamento físico pode ser amenizado pelo contato virtual, foi proposto o projeto de extensão Matemática na Quarentena, ligado ao programa de extensão Tecnologia no Ensino e Inovações Aplicadas - TEIA da UFRB. A estratégia era incentivar os professores do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRB a criarem maneiras para aliviar o isolamento, utilizando a internet e redes sociais, tendo a Matemática como tema, para estabelecer uma aproximação virtual entre alunos e professores mantendo a sensação de pertencimento ao curso. Neste processo, foi importante a participação do Diretório Acadêmico da Matemática – DAMAT na divulgação das ações e para o contato com os estudantes.

Inicialmente, criou-se um grupo no *Whatsapp* com todos os alunos e professores do curso, chamado “Matemática na Quarentena”. A ideia veio dos grupos do PIBID[13] nos quais os alunos e professores postavam desafios e curiosidades matemáticas e, consequentemente, este espírito informal e focado, poderia ser ampliado a todos os alunos e professores do curso. O grupo foi criado e administrado pelo DAMAT que conseguiu manter o foco do grupo e a cordialidade necessária nas postagens.

Foram produzidos vídeos que estão disponibilizados no **TEIA Tube**, um canal do *Youtube* criado pelo programa de extensão TEIA. Os primeiros vídeos produzidos foram agrupados na *playlist* **Tutorial Criação de Vídeo** que são: 1) Soma de Frações - Exemplo de Criação de Vídeo; 2) Soma de Frações - Making Of - Como Gravar Vídeo; 3) Instalação do Atube - Para Gravação de Tela. Estes vídeos se destinam a formar o professor apresentando uma possibilidade de produção de vídeos com poucos recursos.

A partir desse incentivo inicial, outros vídeos foram gerados na *playlist* **Matemática na Quarentena** do **TEIA Tube**. Eles foram gravados pelos professores voluntários e editados pelos membros do grupo TEIA e do DAMAT. A divulgação foi feita através do grupo de *Whatsapp.*

Por iniciativa de um professor também do curso de Licenciatura em Matemática, fizemos uma *live* no Instagram com o título **Curiosidades sobre Gráficos Estatísticos e o Novo Coronavírus**. Ao realizar este desafio, foi possível aprender sobre a ferramenta Instagram, quanto a seus limites e possibilidades, e também sobre como podemos nos organizar para que a *live* aconteça.

13 PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) é uma iniciativa de política de formação inicial de docentes administrada pela CAPES(Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), na qual os alunos no início da sua licenciaturas têm a oportunidade de entrar em contato com a rotina da escola na educação básica, promovendo a discussão do trabalho do professor na sua área específica.

O caso dos calouros

A evasão que se observa no primeiro semestre é a maior entre todos os semestres, estimada entre 40% a 50% dos matriculados. A literatura especializada aponta o primeiro ano como sendo o de maior evasão das universidades (SANTOS, 2017; TEIXEIRA, 2017). Já na segunda semana do projeto "Matemática na Quarentena", os alunos foram chamados a conversar com o Coordenador do Curso para saber como foi a recepção deles com relação a suspensão do calendário letivo e comunicar da preocupação do colegiado do curso na criação de vínculos dos calouros com o curso. A reunião foi convocada por e-mail e realizada via *Google Meet.* Depois desse primeiro encontro, combinou-se de se encontrar a cada 15 dias sem saber, a princípio, o que se faria nessas ocasiões.

Depois do primeiro encontro, foram realizados outros com temas variados, sempre espaçados de 15 dias, sem interrupção. Nos dois seguintes falou-se sobre a prova do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e os distratores. A prova Saeb é um dos elementos do conjunto de instrumentos desse sistema, para gerar evidências, estatísticas e estudos a respeito da qualidade da educação infantil, ensino fundamental e ensino médio (BRASIL, 2018). Um pequeno questionário com 10 questões foi disponibilizado no *Google Forms* com questões da prova do SAEB. As questões foram comentadas mostrando que os distratores são construídos a partir das concepções equivocadas que aparecem como opções entre as respostas, de maneira que apesar do distrator não ser a resposta certa, ele indica qual a concepção equivocada que o aluno precisa revisar.

Em outro encontro o professor responsável pela atividade solicitou aos estudantes que procurassem na internet tiras de histórias em quadrinhos nas quais a Matemática é utilizada ou mencionada. O professor compôs uma apresentação com os quadrinhos encontrados pelos discentes, complementou com mais alguns outros e levou este material para apresentar no encontro virtual. Neste encontro mais dois professores se juntaram ao professor que coordenou a atividade para comentar os conteúdos matemáticos que surgiram durante a apresentação. Para o próximo encontro realizou-se uma palestra sobre Matemática e Arte, explorando os conceitos de simetria, rotação e translação e suas repetições e variações nas artes visuais e na música.

A intenção é que os encontros continuem com palestras e atividades livres, enquanto não se viabiliza uma alternativa para disponibilizar algumas disciplinas do Projeto Pedagógico do Curso de forma remota.

O ensino emergencial remoto

Para finalizar a primeira etapa da Matemática na Quarentena, fizemos um pequeno questionário para saber da aceitação do Ensino Emergencial Remoto entre os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e as condições de acesso informático. Nesta pesquisa verificamos que 55% dos matriculados responderam (84 de 152), não sendo possível saber quanto desses não responderam porque não costumavam frequentar o curso, ou estão digitalmente excluídos ou simplesmente não se motivaram a responder o questionário. Dos que responderam o questionário 95% (80 de 84) afirmam que participariam de um projeto de ensino que possa ser reaproveitado como um componente curricular obrigatório ou optativo. Destes 83% classificam esta iniciativa como ótima ou boa, 12% dizem que aceita mas não gostam e 5% se dizem contra. Ainda entre os respondentes 84% tem acesso por banda larga, satélite ou rádio, contra 10% que possuem acesso exclusivamente por pacote de dados de operadora de celular e 6 % que afirmam não ter acesso à internet em suas casas. Dentre eles 61% podem acessar com um computador e 39% usam exclusivamente o celular para acessar a internet. Percebeu-se que 9 entre os 12 formandos querem que o componente curricular Trabalho de Conclusão de Curso seja ministrado de forma remota, seguido em preferência do componente Função de uma Variável Complexa com 4 solicitações.

O Colegiado de Matemática se mostra favorável às iniciativas voluntárias de professores e estudantes que se disponham a realizar um projeto de ensino de forma remota, de modo que seja aproveitado como equivalência de componentes curriculares do curso. Quanto às alegações de que aulas remotas provocam exclusão, usa-se o argumento de que as aulas presenciais voltarão de forma integral no exato ponto de onde foram interrompidas, como é determinado pela UFRB, sem perda para os que não puderem ou não quiserem participar de aulas remotas. A partir dessa postura, vários professores de Matemática se inclinaram a realizar o Ensino Emergencial Remoto. O colegiado começou a se organizava para balizar e criar equipes de professores para planejamento e determinar as disciplinas que seriam ofertadas.

Neste sentido, o MEC divulgou a Portaria Nº 544, de 16 de junho de 2020, a qual “Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durar a situação de pandemia do novo coronavírus - Covid-19” (BRASIL, 2020, p.1). Por conta disso, a comunidade acadêmica da UFRB passou a demandar uma postura do conselho acadêmico. A expectativa de uma decisão iminente fez com que o processo já adiantado no Colegiado de Matemática ficasse em compasso de espera. A questão passa a ser discutida por diversas instâncias da universidade dos centros e pela representação docente. Temas como direitos autorais e biblioteca virtual, suporte ao ensino remoto para os estudantes e necessidade de formação docente são recorrentes. No entanto, as discussões aparentemente tendem a um acordo que viabilize um calendário. A reunião do Conselho Acadêmico que deu início a discussão de um calendário adaptado aos tempos de pandemia ocorreu em 30 de junho de 2020, quando oito das 69 universidades havia aprovado um calendário acadêmico. Hoje, 18 de julho de 2020, já são 32 das 69 que possuem um calendário adaptado.

Reflexões sobre as ações

Usando o modelo de Tito (SANTOS, 2017; TEIXEIRA, 2017), no qual a permanência do estudante depende da sua integração acadêmica e social, é razoável supor que as ações desenvolvidas provoquem e mantenham a sensação de pertencimento ao curso dos alunos afastados fisicamente. Isto porque se promove a integração acadêmica, na medida em que são colocados conteúdos de Matemática e de ensino de Matemática úteis à sua formação. Também promove a integração social na medida em que o grupo do *Whatsapp*, além dos desafios, curiosidades e conteúdos da Matemática e do ensino da Matemática, também são postados avisos do colegiado de Licenciatura em Matemática e da comunidade acadêmica, notícias sobre a epidemia regional e amenidades como piadas e brincadeiras retratando o nosso tempo histórico. O *Whatsapp* é uma maneira de dar voz aos estudantes. Já os calouros têm a possibilidade de a cada 15 dias interagirem nas reuniões virtuais.

O Modelo Integrado de Retenção do Estudante (TEIXEIRA, 2017) nos dá uma perspectiva mais ampla, considerando aspectos que serão comentados a seguir. O apoio financeiro por parte da instituição vem sendo diminuído nos últimos tempos com o corte de bolsas de permanência, devido a cortes orçamentários. O apoio da família é limitado. Apesar da valorização da família e da sociedade na conclusão do curso superior, os estudantes vêm, na sua maioria (aproximadamente 90%), das classes C, D e E, colocando a UFRB com um perfil abaixo da maioria das universidades do país, o que limita os recursos familiares voltados a permanência dos estudantes em condições normais e não se espera melhoras em tempo de epidemia (SANTOS, 2017).

A integração acadêmica é possibilitada, porém em quantidade e intensidade reduzidas, se comparado a vida acadêmica presencial, pré-pandemia. Já o desempenho acadêmico não é avaliado, uma vez que avaliações formais para contagem de créditos não estão sendo realizadas, com exceção de algumas orientações de monografias e alguns raros projetos de pesquisa e extensão ativos virtualmente. A integração social é feita virtualmente, estimulada no projeto "Matemática na Quarentena" principalmente pelo grupo do *Whatsapp* e das reuniões quinzenais com calouros, sendo válidas para manter a socialização, embora menos intensa que em tempos pré-pandemia. O compromisso com a instituição é mais frágil nos calouros e já estabelecido com estudantes veteranos, no entanto as ações do projeto Matemática na Quarentena tendem a manter este compromisso dos veteranos e tenta criá-lo nos calouros.

A meta de graduar-se é, da mesma forma que o compromisso com a instituição, mais forte nos veteranos que nos calouros e muito forte nos formandos, fazendo com que a paralização do calendário acadêmico provoque uma certa ansiedade neste último grupo. A intenção explícita de evasão não é percebida entre os veteranos, mas é, não raro, expressa por calouros que visam cursos de maior prestígio social como os de engenharia ou mais próximos de sua cidade de origem (SANTOS, 2017).

O passo seguinte é aceitar o desafio de ministrar disciplinas do Projeto Pedagógico do Curso que possam ser aproveitadas após este período de isolamento, influenciando o item de desempenho acadêmico no Modelo Integrado de Retenção do Estudante. As ferramentas tecnológicas estão disponíveis, mas para alguns professores falta o treinamento objetivo para adquirir habilidades específica do tipo: Com criar uma classe virtual? Como postar um vídeo? Como disponibilizar o material? Como criar um teste em formulário eletrônico? Nada que seja complexo. O mais importante é que aprendam com a prática. Afinal apenas o conhecimento tecnológico não garante a transposição didática (PERRENOUD, 2000), e é esta a auto formação que o professor deve procurar neste novo normal.

Considerações finais

A ação emergencial do projeto “Matemática na Quarentena” se mostrou acertada. A comunicação entre o colegiado do curso de Matemática e os alunos e professores mostram uma vivência acadêmica que resiste ao isolamento físico. Os modelos de evasão se mostraram bons para analisar as ações com intenção de criar e manter o sentimento de pertencimento.

Em reunião de professores e em diversas instâncias universitárias, desde o Conselho Universitário da UFRB até o Colegiado de Licenciatura em Matemática, são discutidas as ações que devem ser criadas e executadas durante esses tempos incomuns da pandemia. Na UFRB parece haver uma intenção de que alguma iniciativa de ação remota deve ser abarcada, incluindo os discentes da instituição, porém tem-se dúvidas quanto a efetiva realização de aulas remotas. Dúvidas quanto a exclusão provocada em uma universidade que atende as classes menos favorecidas, com um forte perfil campesino, nos faz pensar que os recursos informáticos são escassos e precários entre os estudantes. Entre a rejeição radical de alguns e a dúvida de outros, até o momento essas aulas não acontecem, como já ocorrem em universidade públicas como USP e Unicamp.

Na visão deste autor, o oferecimento de componentes no regime de Ensino Remoto Emergencial provavelmente não conseguirá ser o suficiente em número de componentes para que retorne completamente o curso, nem um determinado semestre e nem se quer uma determinada turma, mas é necessário para estabelecer uma rotina ligada ao curso, satisfazendo precariamente o desejo dos estudantes de continuar no curso de Matemática. Os professores, nesta situação, estão diante de uma oportunidade de aprendizado ao encarar este desafio que pode ser útil quando retornarem as aulas de forma presencial, mas com restrições impostas pelo distanciamento social que requeiram ainda que parte dos componentes sejam ministrados remotamente, como estratégia de diminuição do número de pessoas em ambientes fechados e isolamento de grupos de risco. Os formandos, por sua vez, podem ser diretamente beneficiados, arrefecendo a ansiedade devido ao compromisso de se graduar.

Tem-se ainda que se formar e vencer a insegurança de professores do ponto de vista técnico e metodológico. Além disso, todos os indivíduos estão sujeitos a novas rotinas sociais e familiares devido ao confinamento e o estado de alerta constante com relação a contaminação, podendo provocar desequilíbrio psicológico devido a insegurança, e preocupações, alimentadas por constantes más notícias vindas da saúde e das políticas públicas que podem nos afetar, se não diretamente, subjetivamente.

Estamos vivendo um tempo de incertezas sem precedentes para as gerações atuais. A falta de uma visão clara de futuro nos impede a projetar com horizontes maiores que dois ou três meses, com alterações de cenário que exigem respostas rápidas em um ambiente incerto. Em condições como estas, a criatividade e a resiliência são qualidades que devemos cultivar e, principalmente, administrar nossa saúde física e mental para atravessar estes tempos difíceis.

Referências

ARRUDA, Eucidio Pimenta. EDUCAÇÃO REMOTA EMERGENCIAL: elementos parapolíticas públicas na educação brasileira em tempos de Covid-19. **Em Rede-Revista de Educação a Distância**, v. 7, n. 1, p. 257-275, 2020.

BERG, Juliana; VESTENA, Carla Luciane Blum; COSTA-LOBO, Cristina. Criatividade e Autonomia em Tempo de Pandemia: Ensaio Teórico a partir da Pedagogia Social. **Revista Internacional de Educación para la Justicia Social**, v. 9, n. 3, 2020.

BRASIL. Decreto nº 9.432, de 29 de junho de 2018. Regulamenta a Política Nacional de Avaliação e Exames da Educação Básica. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 2 jul. 2018. Seção 1, p. 1.

BRASIL. Portaria No544, de 16 de junho de 2020. Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durar a situação de pandemia do novo coronavírus - Covid-19, e revoga as Portarias MEC nº 343, de 17 de março de 2020, nº 345, de 19 de março de 2020, e nº 473, de 12 de maio de 2020. **Diário Oficial da União**, 2020. Disponível em: Acesso em: 16 jul. 2020.

HODGES, Charles et al. **The difference between emergency remote teaching and online learning**. Educause Review, v. 27, 2020.

PERRENOUD, Philippe. **10 Novas** Competências **para Ensinar:** convite à viagem. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2000. 192 p.

SANTOS, Janete dos. **A evasão nos cursos de graduação da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia pós-ENEM-SISU**. Tese de Doutorado. Universidade do Minho. Braga-Portugal. 2017.

SANTOS, Janete dos; MATOS, Aline Pereira da Silva; SANTOS, Gilvan Silva dos Santos. **Evasão na educação superior:** um estudo preliminar na UFR**B**. XIII Colóquio de Gestión Universitaria en Américas.2013.

TEIXEIRA, Marco Antônio Pereira et al. Evasão universitária: modelos teóricos internacionais e o panorama das pesquisas no Brasil. **Psicologia Argumento**, v. 32, 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA. Gabinete do Reitor. **PORTARIA nº 033/2020** de 17 de março de 2020.

Matemática e saúde: o que isso tem a ver?

Manoel do Sacramento Fiuza
Gilcilane dos Santos Rodrigues
Elder Pires de Melo Teles
Nilson dos Santos Filho
Otávio Augusto Rodrigues Melo
Kátia Cristina Lima Santana

O presente trabalho trata-se de um relato de experiência a qual vivenciamos ao desenvolvermos uma oficina no Colégio Estadual Pedro Calmon, localizado na cidade de Amargosa-BA, por meio da Residência Pedagógica. A oficina ocorreu durante um sábado letivo em comemoração ao dia nacional da matemática, no dia 4 de maio de 2019, tendo por objetivo mostrar para os estudantes, de forma prática, como a Matemática pode contribuir para a qualidade de vida das pessoas.

Salientamos a importância de abordarmos a Matemática na sala de aula a partir de diferentes abordagens metodológicas e de diferentes contextos, seja na própria matemática, mas também em contextos imersos na realidade do aluno. Sobre essa ponderação, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe que a Matemática no Ensino Médio seja abordada de forma integrada e aplicada à realidade do aluno em diferentes contextos, levando em consideração suas vivências cotidianas (BRASIL, 2018).

Nesse contexto, objetivamos com esse relato descrever as experiências vivenciadas por estudantes do Ensino Médio ao participarem de uma oficina envolvendo o estudo do Índice de Massa Corporal (IMC) e o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) e por estudantes da Licenciatura em Matemática, bolsistas do Programa de Residência Pedagógica ao ministrarem essa oficina.

Para uma melhor leitura e compreensão, este trabalho está divido em seções. Na primeira seção apresentamos o contexto da Residência Pedagógica em que se situa a oficina e a escolha do tema, na seção seguinte apresentamos algumas ideias sobre o IMC e o IAC utilizado na oficina, seguido do relato da experiência vivenciada. Posteriormente tecemos uma reflexão sobre a importância da inserção do futuro professor de Matemática no contexto escolar e por fim, algumas considerações.

A Residência Redagógica e a escolha da oficina

A residência pedagógica, segundo o edital da Capes 06/2018, que versa sobre o programa, consiste na imersão planejada e sistemática do aluno de licenciatura em ambiente escolar visando à vivência e experimentação de situações concretas do cotidiano escolar e da sala de aula que depois servirão de objeto de reflexão sobre a articulação entre teoria e prática. O programa apresenta as seguintes características: vivenciar e praticar a regência de classe, com intervenção pedagógica planejada além da gestão do cotidiano da sala de aula, planejamento e execução de atividades, entre outras.

Tem como objetivo aperfeiçoar a formação dos discentes de cursos de licenciatura, por meio do desenvolvimento de projetos que fortaleçam o campo da prática e conduzam o licenciando a exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente, utilizando coleta de dados e diagnóstico sobre o ensino e a aprendizagem escolar, entre outras didáticas e metodologias.

Nessa perspectiva, no projeto de Residência Pedagógica da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB, Lima (2018), por meio do subprojeto de Matemática, busca propor a articulação entre a formação inicial e continuada, entre professores da Educação Básica e futuros professores, objetivando propiciar a unidade teoria-prática a partir da aproximação entre a universidade e escola em um processo de colaboração. Dessa forma, ao inserir os alunos da licenciatura no contexto escolar, das práticas cotidianas, o subprojeto busca promover a participação dos licenciandos em experiências inovadoras e interdisciplinares que possam melhorar as condições dos processos de ensino-aprendizagem de forma colaborativa com o professor atuante da escola básica e por meio de pesquisas, da formação, da análise e reflexão da realidade escolar, possam juntos construírem novos conhecimentos tanto por parte do professor experiente, quanto para o aluno que está se constituindo professor.

O subprojeto de Matemática é composto por três preceptores – professores da Educação Básica, e 26 residentes – alunos da licenciatura. Na atuação do projeto, os residentes desenvolvem atividades de regência de classe, proposição de oficinas, minicurso, observação de aulas, imersão no ambiente escolar, ou seja, atividades inter e extra sala de aula sob a supervisão do preceptor. Também participam de reuniões periódicas e seminários na Universidade para estudos teóricos, metodológicos, planejamento e relato das atividades desenvolvidas na escola, estudo de documentos curriculares oficiais dentre outros.

É nesse contexto que surge a ideia da proposição de uma oficina para os estudantes do 2º ano do Ensino Médio da Escola - campo de atuação dos residentes. A escolha do tema surgiu a partir do momento em que o professor preceptor solicitou que fossem realizadas oficinas na escola campo em comemoração ao dia nacional da matemática, o qual é comemorado anualmente no dia 06 de maio. A partir dessa proposta, nos reunimos para discutir de que maneira poderíamos abordar a matemática de forma que refletisse na realidade dos alunos. Com isso, optamos em trabalhar a temática “Matemática e Saúde: o que isso tem a ver?” com o propósito de mostrar para os estudantes de que forma a Matemática poderia contribuir para a qualidade de vida das pessoas por meio da comparação da massa – peso – altura – comprimento do quadril, propiciando assim, que esses alunos percebam que a Matemática está presente em seu contexto cotidiano.

IMC e IAC

Na tentativa de levar uma vida saudável, muitas pessoas buscam por lugares cujo ambiente lhes permitam praticar atividades físicas como, por exemplo, academias e lugares abertos (Praças, quadras poliesportivas). No entanto, a matemática também pode ajudar a calcular como está a saúde de uma maneira geral, de forma prática, comparando a massa - ou peso, como se diz popularmente - com sua altura e também a gordura do corpo com a altura. Isto é, por meio do Índice de Massa Corporal e do Índice de Adiposidade Corporal.

O IMC, desenvolvido pelo matemático belga Lambert Quételet no fim do século XIX, é um método de padrão internacional adotado pela Organização Mundial da Saúde (OMS) que permite medir se alguém está ou não com o peso normal, a magreza ou a obesidade em diferentes níveis. Para isso, a pessoa deve substituir sua massa, o seu peso e dividir pelo quadrado de sua altura (altura x altura) na seguinte fórmula:

$$IMC = \frac{Peso}{(Altura)^2}$$

Vale ressaltar que o IMC possui valores diferentes para meninos e meninas de acordo com a faixa etária (ver tabela 1a e 1b):

Tabela 1a: IMC – Sexo feminino.

Idade	**IMC – sexo feminino**		
	Baixo peso	Adequado	Sobrepeso
10	até 14,22	14,23 a 20,18	a partir de 20,19
11	até 14,59	14,6 a 21,17	a partir de 21,18
12	até 19,97	14,98 a 22,16	a partir de 22,17
13	até 15,35	15,36 a 23,07	a partir de 23,08
14	até 15,66	15,67 a 23,87	a partir de 23,88
15	até 16	16,01 a 24,28	a partir de 24,29
16	até 16,36	16,37 a 24,73	a partir de 24,74
17	até 16,58	16,59 a 25,22	a partir de 25,23
18	até 16,7	16,71 a 25,55	a partir de 25,56
19	até 16, 86	16,87 a 25,84	a partir de 25,85

Fonte: Oa autores (2019), com base no Ministério da Saúde.

Tabela 1b: IMC – Sexo masculino.

Idade	IMC – sexo masculino		
	Baixo peso	Adequado	Sobrepeso
10	até 14,41	14,42 a 19,5	a partir de 19,6
11	até 14,82	14,83 a 20,34	a partir de 20,35
12	até 15,23	15,24 a 21,11	a partir de 21,12
13	até 15,72	15,73 a 21,92	a partir de 21,93
14	até 16,17	16,18 a 22,76	a partir de 22,77
15	até 16,58	16,59 a 23,62	a partir de 23,63
16	até 17	17,01 a 24,44	a partir de 24,45
17	até 17,3	17,31 a 25,27	a partir de 25,28
18	até 17,53	17,54 a 25,94	a partir de 25,95
19	até 17,79	17,8 a 26,35	a partir de 26,36

Fonte: Oa autores (2019), com base no Ministério da Saúde..

Além das tabelas do IMC para crianças e adolescentes, existem as tabelas dos adultos, dos idosos e das gestantes.

Já para o IAC, o indivíduo divide a medida da circunferência do seu quadril pela sua altura multiplicada pela raiz quadrada da sua altura, diminuindo 18 do resultado final na seguinte fórmula:

$$IAC = \frac{CQ}{Altura \cdot \sqrt{altura}} - 18$$

De acordo com o IAC, uma pessoa poder ser classificada da seguinte forma:

Tabela 2: Classificação por IAC.

Homem	Mulher	Classificação
<8	<21	Magro
de 8 a 20	de 21 a 32	Ideal
de 21 a 25	de 33 a 38	Pré-obesidade
>25	>38	Obesidade

Fonte: Oa autores (2019), com base no Ministério da Saúde.

Essas fórmulas e tabelas relacionadas ao IMC e IAC são fundamentais para a proposição da oficina, visto que os estudantes precisam dessas informações para o desenvolvimento da atividade e, inclusive para perceberem a relação entre a Matemática e o seu cotidiano, nesse caso específico, a relação entre a Matemática e a saúde.

Relato de experiência

A oficina ocorreu no dia 04 de maio de 2019, no Colégio Estadual Pedro Calmon, na cidade de Amargosa-BA, num sábado letivo em comemoração ao dia nacional da Matemática com estudantes do 2º ano do Ensino Médio. Contamos com a participação de 11 alunos, sendo 8 meninos e 3 meninas.

Inicialmente nos apresentamos à classe e falamos um pouco sobre o que é a Residência Pedagógica bem como os objetivos e a proposta da nossa oficina. Além disso, solicitamos que os alunos prestassem atenção no que cada um dos residentes falaria e explicaria a partir daquele momento.

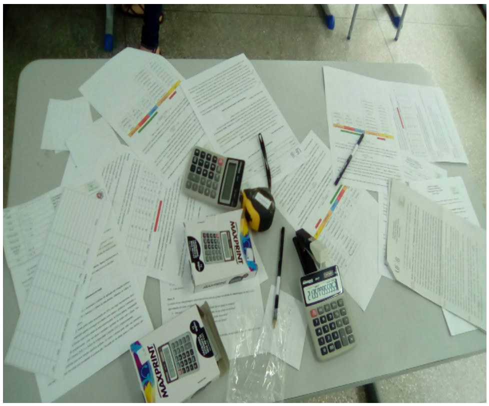
Solicitamos que os alunos se dividissem em dois grupos, um formado por meninas e outro por meninos. Em seguida, perguntamos aos estudantes se eles já ouviram falar em IMC e IAC, bem como seus significados. Além disso, perguntamos como poderíamos determinar o IMC e o IAC de uma pessoa e o que ambos têm a ver com a Matemática.

A seguir, entregamos o texto “Matemática ajuda a calcular indicadores de saúde”, extraído de um *site* de notícias e reservamos um tempo de 10 minutos para que os alunos lessem de forma silenciosa o referido texto.

Retomamos os questionamentos iniciais abrindo um espaço de diálogo para que os alunos explanassem suas considerações. Neste momento, apenas um dos alunos sabia o significado da sigla IMC (Índice de Massa Corporal) e revelou conhecer pouco sobre o IAC (Índice e Adiposidade Corporal).

Após essa discussão, entregamos algumas ferramentas que seriam necessárias para o desenvolvimento da atividade: a fita métrica para o grupo das meninas realizarem a medida da altura e o comprimento da circunferência do quadril e a balança para o grupo dos meninos para que eles medissem a massa corporal de cada um deles (Figura 2).

Figura 1 – Materiais.



Fonte: Os autores (2020).

Além disso, entregamos para os grupos uma calculadora e uma tabela para o registro individual (figura 2) e outra para registro coletivo (figura 3) do nome, da idade, do sexo e das medidas obtidas de cada integrante.

Figura 2 – Tabela individual.

Nome	
Idade	
Sexo	
Peso	
Altura (cm)	
Altura (m)	
Medida do quadril	
IMC	
IAC	

Fonte: Os autores (2019).

Figura 3 – Tabela Coletiva.

Nome	Idade	Sexo	Peso	Altura (cm)	Altura (m)	Medida do quadril	IMC	IAC

Fonte: Os autores (2019).

Conforme cada grupo realizava os procedimentos de mensuração da massa, da altura e do comprimento do quadril, os residentes passavam pelos grupos minimizando as dúvidas e auxiliando-os no manuseio dos materiais.

Figura 4 - Alunos medindo a altura.

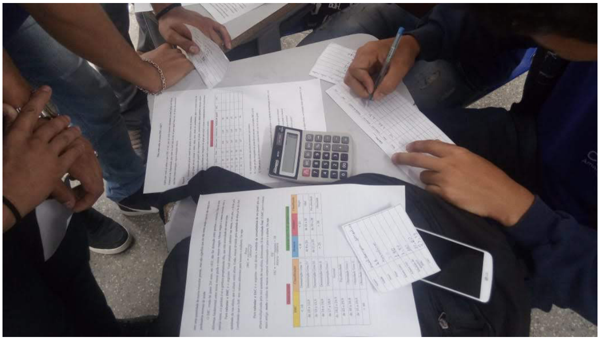
Fonte: Os autores (2019).

Figura 5 – Estudante medindo o comprimento do quadril.

Fonte: Os autores (2019).

De posse das medidas obtidas, os integrantes de cada grupo, com o auxílio da calculadora, determinaram o seu IMC e o seu IAC por meio das seguintes fórmulas: $IMC = \frac{Peso}{(Altura)^2}$ e $IAC = \frac{CQ}{Altura \cdot \sqrt{altura}} - 18$, respectivamente.

Figura 6 – Estudantes preenchendo a tabela geral.



Fonte: Os autores (2019).

Após o cálculo do IMC e do IAC, solicitamos que os grupos analisassem os resultados obtidos de acordo com as tabelas de classificação. Para tanto, os grupos responderam a alguns questionamentos, tais como: *Em qual classificação o IMC de cada integrante do seu grupo se encaixa? Em qual classificação o IAC de cada integrante do seu grupo se encaixa? Em qual classificação o IMC e o IAC do seu grupo se encaixa? Os resultados encontrados já eram esperados pelo seu grupo?*

No momento da socialização dos resultados, também solicitamos que cada grupo apresentasse suas conclusões, iniciando, assim, uma roda de conversa em que os estudantes expuseram suas dúvidas e inquietações em relação aos resultados obtidos.

Figura 7 – Socialização.

Fonte: Os autores (2019).

Nesse momento, notamos que alguns estudantes ficaram surpresos quanto aos resultados obtidos e à classificação em que se encontravam em relação ao seu IMC e ao seu IAC. Um aluno, por exemplo, ao comparar os resultados obtidos entre o seu IMC e seu IAC, notou que havia uma grande diferença (ver Figura 9), o que o deixou inquieto, pois, de acordo com a tabela de classificação do

IMC, ele estava com Desnutrição Grau III, enquanto a tabela de classificação do IAC acusava Pré-obesidade.

Figura 8 – Dados do grupo dos meninos.

GRUPO:____

Nome	Idade	Sexo	Peso	Altura (cm)	Altura (m)	Medida do quadril	IMC	IAC
	16	M	70	1.80	1,80	100	21,60	23.49
	17	M	62	1.78	1,78	91	19,7	19.9
	15	M	54	1687	1,68	51	19,2	23,7
	17	M	66	179	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	16	M	46	1.66	1,66	85	[illegible]	23,90
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	17	M	93	1 73	1,73	109	27,2	30,2
							20.6	23.8
Grupo 1								

Fonte: Os autores (2019).

Diante disso, mencionamos o exemplo do atleta Vitor Belfort (citado no texto lido no início da oficina) que tem uma quantidade de massa muscular grande, mas não significa que ele não tenha saúde e que ele não esteja nos parâmetros normais de saúde. Além disso, comentamos que, ao contrário do IAC, o IMC não leva em consideração a quantidade de gordura disponível no corpo humano. Por fim, falamos para a turma da importância de manter uma alimentação saudável, bem como a prática de atividade física.

Essa experiência relatada nos trouxe algumas aprendizagens enquanto futuros professores de Matemática, assim, passamos ao relato de nossas experiências ao ministrarmos essa oficina.

Reflexões dos residentes

Para refletirmos sobre a experiência dos residentes, escrevemos a narrativa de um coletivo que descreve suas sensações, emoções, dificuldades e percepções ao ministrarem uma oficina para os estudantes do Ensino Médio.

Quadro 1 – Narrativa dos residentes.

No Programa Residência Pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática, desenvolvido vno Centro de Formação de Professores, ocorreram reuniões semanais envolvendo discussões e oficinas entre todos os colaboradores do projeto. Através destas, foi possível planejar as regências e oficinas durante o período dos residentes na unidade escolar. As oficinas ocorreram com propostas voltadas para sanar as principais dificuldades dos alunos com a matemática básica. Neste momento, ficou perceptível a falta de domínio nas operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Desta forma, ocorreram exposições e discussões de soluções, e interações dos estudantes com situações do seu cotidiano. Um exemplo, foi a oficina sobre o Índice de Massa Corporal (IMC), que trabalhou divisão, multiplicação e potenciação, além de outros, como unidades de medida de massa e de comprimento. Durante a realização dessa oficina, tivemos a oportunidade de trabalhar a Matemática juntamente com a saúde. Foi um momento de muito aprendizado para nós enquanto residentes tanto no que diz respeito a aula propriamente dita quanto ao aprendizado pessoal acerca de assuntos contemplados na grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática durante a formação, a exemplo, os temas transversais. Vivenciar essas experiências, para nós residentes e futuros professores da educação básica, nos fez perceber que uma aula atrativa não se resume apenas em ideias mirabolantes, mas em formas/métodos que sejam capazes de inserir os estudantes no processo de ensino – aprendizagem, colocando-os como protagonistas na construção dos seus próprios conhecimentos. Sabemos que isso não é uma tarefa fácil, pois, por mais que seja atrativa a aula, nem sempre obteremos êxito no que foi planejado. Mas não devemos nos desanimar nem nos deixar abater, pois são situações como essas que nos fazem crescer e nos reinventar a cada dia. Portanto, o projeto residência pedagógica proporcionou uma experiência positiva para os futuros professores de matemática, pois possibilitou vivenciar de maneira ativa o cotidiano escolar permitindo, assim, a troca de experiências entre residente e professores tanto de matemática quanto de outras áreas de ensino. Nossa participação tanto ministrando a oficina, quanto no projeto como um todo, contribuiu de forma produtiva para a nossa formação enquanto futuros profissionais da educação, pois, nos proporcionou vivenciar na prática o dia a dia de um professor. Além disso, tivemos a oportunidade de conviver e dialogar com professores que já tem uma vasta experiência de sala de aula e essa troca de saberes foi muito benéfica para nós que estamos iniciando a carreira como profissional da educação. Tivemos também o privilégio de conviver com acadêmicos que, assim como nós, estão iniciando sua carreira na docência, esse convívio proporcionou partilhar momentos de parceria, aprendizagem, troca de experiência e trabalho em equipe.

Fonte: Residentes autores deste relato (2019).

Essa narrativa e vozes dos residentes vão ao encontro do objetivo do subprojeto de Matemática da Residência Pedagógica e também de nossa perspectiva da formação de professores, no sentido da importância da inserção desses futuros professores no cotidiano escolar, no sentido da importante aproximação entre universidade e escola e principalmente, no sentido de entender as práticas escolares como importante fonte de conhecimento.

Essa narrativa também nos remete a reflexões no âmbito da Educação Matemática no que concerne à formação de professores. Para alguns pesquisadores dessa área, tais como Adair Nacarato e Dario Fiorentini, acreditar que a formação de professor acontece apenas em intervalos de tempo ou num espaço bem determinados, como a formação inicial apenas na universidade, a formação continuada de responsabilidade das secretarias em cursos, oficinas, minicurso etc. é negar o movimento social, histórico e cultural que constitui o sujeito. Nacarato (2013) afirma que a formação do professor não pode ser isolada, ela está imersa nas práticas sociais e culturais. Estudos mais atuais têm mostrado a ineficácia desse tipo de formação pontual, uma das causas mais evidentes é que esses modelos não levam em consideração a realidade dos professores, seus saberes e suas necessidades, eles partem de um modelo tradicional de formação conhecido como Realidade Técnica que concebe o professor como mero aplicador das teorias e técnicas científicas elaboradas pelos acadêmicos.

Contrário a essa ideia de que a academia é o lugar de produção de conhecimento e a escola o lugar de reprodução ou aplicação desse conhecimento acreditamos e concordamos com Fiorentini (2008) ao entender que a prática profissional é também uma instância rica de formação e de produção de conhecimento principalmente quando aliada à reflexão e à investigação. Nesse sentido, pudemos observar com esse relato um fortalecimento da relação entre teoria e prática profissional docente, e um importante passo para a constituição profissional do futuro professor e em particular do professor de Matemática. Para Fiorentini (2008) é justamente no momento de inserção no campo da prática profissional que os saberes da ação docente se constituem para cada professor, num processo que mobiliza, ressignifica e contextualiza os saberes e os valores adquiridos ao longo da vida estudantil, familiar e cultural.

Outros autores, tais como Pimenta (2012) considera que o estágio é a ocasião da formação em que os estudantes desenvolvem atividades nos futuros campos de atuação profissional, estabelecendo comparações e conhecendo a realidade. Esse é o momento de sintetizar conteúdos, teorias, experiências pessoais, em um processo de reflexão-ação-reflexão. Para ela, nesse momento é importante que aconteça a *práxis*, entendida como a ação impregnada e dinamizada pela teoria e pela reflexão. Essa autora apresenta suas ideias referindo-se à importância do estágio supervisionado. Apresentamos essas ideias no contexto desse relato de experiência e principalmente a partir dessa narrativa expressa anteriormente, por convergir com a perspectiva da importante aproximação entre universidade e escola e entre teoria e prática entendida como unidade e não como dicotômica.

Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999) defendem que o saber docente seja visto e concebido como “reflexivo e experiencial”, e a formação de professores seja entendida como desenvolvimento profissional, em que se supõe a articulação da formação inicial com a continuada, concebendo-a como um *continum*. Essa ideia dialoga com a experiência vivida pelos residentes, conforme mencionado na narrativa, ao ponderarem que a participação na oficina e em outras atividades desenvolvidas no projeto Residência Pedagógica foi importante tanto para os residentes, por propiciar a inserção em seu futuro ambiente de trabalho, quanto para o preceptor, por proporcionar uma formação continuada e a colaboração entre a escola e a universidade. Identificamos, assim, diálogo e colaboração necessária entre os diferentes atores envolvidos com a formação de estudantes da Educação Básica e com a formação de professores.

Considerações finais

Com o desenvolvimento da oficina, tivemos a oportunidade de mostrar aos estudantes de que forma a matemática pode contribuir para uma boa qualidade de vida, mostrando que a Matemática está presente em diferentes contextos, inclusive em seu cotidiano. A partir da realização de alguns cálculos, em pouco tempo, podemos perceber a relação da Matemática com a nossa saúde. Além disso, os estudantes perceberam de que maneira alguns conteúdos estudados fazem parte do nosso cotidiano que, por vezes, parecem tão distantes da nossa realidade. Como exemplo, podemos citar a radiciação e a razão, as quais foram essenciais para a obtenção dos resultados no desenvolvimento das atividades.

Também tivemos a oportunidade de proporcionar aos estudantes uma aula dinâmica e descontraída em que eles se envolveram durante todo processo por meio da utilização de materiais de seu cotidiano. A saber: fita métrica, balança digital e calculadora.

Acreditamos que ao se envolverem no processo da construção de seus conhecimentos, os estudantes percebem suas próprias aprendizagens, compreendendo que matemática e realidade estão diretamente interligadas. Além disso, entendemos que esse momento pode fazer parte do processo de ensino e aprendizagem dos alunos, tornando as aulas de matemática mais proveitosas.

No que diz respeito ao desenvolvimento e as discussões dos resultados obtidos, concordamos que foram satisfatórios, uma vez que levamos ao conhecimento dos estudantes conceitos e informações que a maioria deles não conhecia ou, se conhecia, não saberiam explicar com precisão. Isso ficou notório nos momentos em que eles expressaram suas opiniões acerca da temática da oficina.

Vale ressaltar o entusiasmo e o empenho com que os estudantes se envolveram durante a realização das atividades propostas na oficina e o quanto a proposição de atividades com referência na realidade dos alunos e de temas diversos de seu cotidiano pode propiciar maior empenho desses estudantes.

A experiência aqui relatada contribuiu positivamente para a nossa formação enquanto futuros professores de Matemática. Com isso, esperamos que essas experiências contribuam também para o desenvolvimento e realizações de pesquisas e estudos ligados à área de Educação Matemática.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília,2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em 17 de julho de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Residência Pedagógica**. Disponível em: http://www.capes.gov.br/educacao-basica/programa-residencia-pedagogica. Acesso em: 17 de julho de 2020.

BRASIL. Ministério da Saúde. **IMC em crianças e adolescentes**. Disponível em: http://www.saude.gov.br/component/content/article/804-imc/40510-imc-em-criancas-e-adolescentes. Acesso em: 17 de julho de 2020.

FIORENTINI, Dario. A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil. **Bolema**, Rio Claro: UNESP, ano 21, n. 29, 2008, p. 43- 70.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; PINTO, Renata. Saberes da experiência docente em Matemática e Educação Continuada. **Quadrante Revista teórica e de investigação**, Portugal, 8 (1-2), p. 33-60. 1999.

NACARATO, Adair Mendes. Políticas públicas de formação do professor na educação básica: pesquisas, programas de formação e práticas. In: **Reunião Nacional da ANPED**, **36**., 2013, Goiânia. Anais... Goiânia, 2013.

PIMENTA, Selma G. **O estágio na formação de professores**: unidade, teoria e prática? São Paulo: Cortez, 2012.

Inserção das TDIC no planejamento de docentes de Amargosa

Luana Cerqueira de Almeida
Jaylson Teixeira

O presente capítulo apresenta a implementação e as ressignificações vivenciadas pelos membros de um Grupo de Extensão do Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, durante a implementação de dois projetos de extensão sobre o uso das Tecnologias da Comunicação e Informação, no município de Amargosa-BA.

Uma necessidade

Com o avanço da tecnologia, e sua importância na sociedade, faz-se necessário o trabalho no ambiente escolar com esses recursos, de maneira especial as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação Tecnologias de Informação e Comunicação – TDIC. É imerso nesse contexto que documentos oficias do Ministério da Educação (MEC) como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) orientam e normatizam, respectivamente, o seu uso em sala de aula.

De acordo com Luz (2007), o conhecimento teórico e tecnológico e a capacidade de inovação passam a ser mais valorizados como força de trabalho. Desde então, o professor passa a contar, cada vez mais, com recursos de multimídias, como vídeos, fotos, músicas e *software* interativos. Assim, hoje é possível conviver com todas essas mídias em sala de aula através do computador (PRETTO, 1999).

No entanto, quais opções têm o professor e as escolas diante das tecnologias? As TDIC podem ser libertadoras, mas também podem ser uma arma para repressão cultural e ideológica, ou seja, elas podem diminuir a diferença cultural entre os povos, mas também aumentá-las consideravelmente. Podem ser uma forma de comunicação inovadora gerando aprendizagem significativa ou perpetuar pedagogias unidirecionais (MARTÍN, 1995).

Posto isto, entendemos que a tecnologia deve estar a serviço da sociedade em geral e da aprendizagem em particular. A tecnologia não é um fim em si mesma. Todavia, resta saber que aprendizagem se pretende. Recomenda-se que a aprendizagem seja realizada no sentido de formar cidadãos responsáveis, protagonistas críticos, criadores e transformadores da sociedade, sem ignorar que vivemos em um mundo tecnológico e globalizado (LUZ, 2007; MARTÍN, 1995; PRETTO, 1999).

Estamos convivendo em uma era em que os jovens estudantes têm mais a nos ensinar sobre tecnologia que seus próprios professores. Essa geração que teve sua infância e adolescência cercada de tecnologia é conhecida como Geração Y (FERREIRA, 2011).

Diante disso, neste capítulo, temos o objetivo de fomentar reflexões acerca das experiências vivenciadas por um grupo de extensão durante a constituição e desenvolvimento de dois projetos sobre a inserção das TIC no planejamento dos docentes da rede municipal de Amargosa-BA.

Conhecendo o ambiente

Em 2009, no Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, constituiu-se o projeto de extensão intitulado “Melhoria do Ensino de Informática em Amargosa-BA” (MEIA), que tinha por objetivo melhorar o ensino de informática nas escolas municipais de Amargosa a partir de discussões e temas que surgissem na equipe. Estávamos abertos a qualquer sugestão que levasse à melhoria do ensino, abrangendo desde a capacitação dos monitores[14] até a melhoria do ambiente de trabalho, uma vez

14 Monitores são funcionários da prefeitura responsáveis por monitorar os laboratórios de informática.

que estes fatores se interagem e podem influenciar na qualidade do ensino ofertado.

O projeto foi criado pela iniciativa do professor universitário Jaylson Teixeira, segundo autor deste texto, que manteve o diálogo inicial com a Secretaria de Educação Municipal. Em seguida, constituiu-se um grupo formado pelo professor Jaylson Teixeira e cinco estudantes de graduação, sendo quatro do curso de Licenciatura em Matemática (uma é a primeira autora deste texto) e um do curso de Licenciatura em Pedagogia. Para o desenvolvimento das ações, além dos membros da Universidade, houve também a participação de um representante da Secretaria de Educação Municipal.

As ações começaram a se efetivar com o estudo diagnóstico de como estavam os Infocentros do município de Amargosa, pois era necessário, antes da implementação do projeto, averiguar em que condições estava a estrutura física que seria utilizada para o desenvolvimento das atividades. Infocentro era o nome adotado para designar os laboratórios de informática das escolas do município. Durante o diagnóstico, foram identificados Infocentros em seis escolas municipais da zona urbana, conforme o Quadro 1, apresentado a seguir.

Quadro 1 – Diagnóstico da estrutura dos Infocentros das escolas de Amargosa.

Classificação	Parâmetro	Quantidade nas escolas
Equipamentos	Número de Máquinas	De 8 a 18
	Máquinas com problemas	De 0 a 3
	Impressora	De 0 a 1
Sistema Operacional	Máquinas com sistema operacional fora do padrão (Com Windows ao invés de Linux)	De 0 a 2
	Linux atualizado	0
Infraestrutura	Quadro Branco	De 0 a 1
	Bebedouro	De 0 a 1
	Ar-condicionado	Todas
	Acesso à internet	Todas
Utilização	Frequência de uso	De 0 a 1 vez por semana

Fonte: Dados do projeto (2010).

Observa-se que em todos os Infocentros havia computadores funcionando, mesmo alguns com pouca quantidade. Nem todos tinham impressora. Em algumas máquinas, o sistema operacional não era o padrão, ou seja, o sistema Linux, que veio instalado, originalmente de fábrica, foi substituído. Além disso, esses equipamentos estavam desatualizados. Alguns Infocentros não contavam com quadro branco e não possuíam bebedouro próximo. Mas contavam com aparelho de ar-condicionado e acesso à internet. A utilização do Inforcentro era de, no máximo, uma vez por semana, frequência mínima possível.

As aulas, nessas salas, eram ministradas por monitores da rede municipal. Estes monitores não possuíam formação pedagógica, mas passaram por uma formação tecnológica que os ensinou a manter e utilizar o sistema operacional conhecido como Linux Educacional, fornecido pelo Ministério da Educação (MEC), por meio do Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo). Ao serem questionados sobre a utilização do espaço, os monitores relataram que os professores não faziam uso regular do Infocentro, e que, às vezes, solicitavam que os estudantes fizessem uso dos computadores para alguma pesquisa, como atividade da sua disciplina.

Deste modo, temos de um lado monitores que conheciam as máquinas, mas não tinham familiarização com ensino, do outro lado, professores com formação pedagógica, sem vivência com os computadores e com os *softwares* educacionais.

As orientações dos alunos, nos infocentros, eram realizadas pelos monitores, sendo que tais orientações consistiam, apenas, em “ensinar informática”. O que significava ensinar como ligar e desligar a máquina, uso dos aplicativos *Draw* e *Writer*, que se equivalem, respectivamente, ao *Microsoft Paint* e o *Word* do pacote *MSOfice*.

Traçando o caminho

Foi diante deste cenário que elencamos estratégias que viabilizassem o trabalho no Infocentro voltado para o ensino e aprendizagem de conceitos, como as quatro operações, formas geométricas e leitura e escrita. Elaboramos um material introdutório dos *softwares* educacionais presentes no sistema operacional Linux, no formato de apostilas, vídeos ou apresentações com vistas a realizar oficinas de formação dos recursos já existentes no Linux Educacional.

A princípio, a Secretaria Municipal de Educação defendia a ideia de que os monitores dos Infocentros deveriam ser capacitados para o ensino de informática, porém, os convencemos que seria melhor caso os professores fossem capacitados, integrando as aulas do Infocentro ao currículo escolar, de modo que os monitores ficassem responsáveis pela infraestrutura que dá suporte ao professor. A aceitação dessa nova visão, por parte dos coordenadores da Secretaria Municipal de Educação, consistiu numa mudança de concepção importante para o direcionamento da política de informatização das escolas do município.

Diante dessa nova perspectiva, realizamos duas oficinas com os professores. Nesta fase, detectamos que a versão do sistema operacional instalada nos Infocentros não possuía todas as funcionalidades disponibilizadas pelo Linux Educacional. Devido a um descompasso entre a nossa necessidade de reconfiguração das máquinas do Infocentro e o tempo para manutenção das máquinas, realizamos as oficinas na Universidade Aberta do Brasil (UAB), sede Amargosa, e não nas escolas onde os professores atuavam, como tínhamos planejado inicialmente. Cada oficina teve duração de duas horas e aconteceu no período noturno, por ser o horário que o coordenador, representante do município, considerou ser o mais adequado. O convite foi feito a todas as escolas, mas na oficina só estiveram presentes nove professores, de escolas diferentes, e um monitor. Todos os professores, participantes, atuavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A oficina foi realizada em dois encontros no qual abordamos o *Tux-Math* (Ensino de Matemárica), *Tux-Paint* (ferramenta de desenho), *GCompris* (conjunto de jogos educacionais) e Tutorial de Digitação, além de um roteiro para instalação do Linux como um computador virtual dentro do *Windows*, na intenção de que eles pudessem utilizar o Linux Educacional nos seus computadores em casa.

A oficina aconteceu com a seguinte dinâmica: cada professor ficou em um computador; os formadores iam explicando como funcionavam os *softwares* no datashow e os professores iam realizando as ações em seus computadores. Havia quatro estudantes da graduação auxiliando os professores durante o desenvolvimento dos trabalhos. Após experienciarem cada *software* era feito um diálogo com os professores acerca da possibilidade do uso dos aplicativos no trabalho com os estudantes, com o intuito de contribuir no planejamento das aulas. Os professores relataram que era possível, mesmo diante de algumas dificuldades, como a pequena quantidade de computadores. A Figura 1 apresenta os professores desenvolvendo as atividades nos computadores.

Figura 1 – Desenvolvimento das atividades.

Fonte: Dados do projeto (2010).

No pouco contato com os professores, notamos o interesse em conhecer esta nova ferramenta, além da falta de hábito do uso de computadores com o Linux Educacional, fator que eles relataram ser um elemento dificultador, pois os que tinham contato com computador em casa era com sistema operacional *Windows*. Outro fator foi a falta de oportunidade de participar de cursos e oficinas de formação com esse propósito.

Uma vez realizadas as oficinas, colocamos o material introdutório em um CD e disponibilizamos aos professores, junto com os certificados de participação nas oficinas.

Do trabalho desta equipe, contribuímos para a implementação de melhorias de baixo custo e alto impacto como a presença de bebedouros e quadro branco nos Infocentros e a mudança de concepção do que seria “ensinar com uso da informática”. Porém, em reuniões do Grupo de Extensão, durante as reflexões realizadas, nos inquietamos, pois mesmo havendo pontos positivos não realizamos um acompanhamento contínuo com os professores e as ações foram com os professores de diversas escolas. Não tivemos, então, a oportunidade de saber se essa ação, de fato, se reverberou nas escolas. Foi então que se constituiu um novo Projeto de extensão.

Aprendendo na caminhada

Após um ano do projeto Melhoria do Ensino de Informática em Amargosa -MEIA, o objetivo de apresentar melhorias já havia sido atingido. Neste momento, o professor Jaylson Teixeira resolveu criar um projeto que não se detivesse apenas a Amargosa, nem se limitasse apenas à informática, mas que fosse abrangente o suficiente para estudar e intervir em outros aspectos da tecnologia no ensino. Assim, o projeto Tecnologia para o Ensino e Inovações Aplicadas (TEIA) iniciou-se em 2011. Dando continuidade ao trabalho anterior, adotamos como objetivo imediato usar tecnologias como suporte para o ensino, mostrando possibilidades a professores das redes municipais através de pesquisas realizadas pelos alunos do Centro de Formação de Professores.

No âmbito do TEIA, inicialmente, planejamos e desenvolvemos oficinas em uma escola dos anos iniciais do ensino fundamental. O objetivo, ao desenvolver essas ações, era realizar as atividades no espaço de trabalho dos professores e fazer o acompanhamento das ações mais de perto. A escola contava com um laboratório de informática, espaço onde desenvolvemos as ações.

Assim como as oficinas do MEIA, realizamos duas oficinas, sobre o *Tux-Math* (Ensino de Matemárica), *Tux-Paint* (ferramenta de desenho), *GCompris* (conjunto de jogos educacionais) e Tutorial de Digitação, além de um roteiro para instalação de Linux como um computador virtual dentro do *Windows*. Essas oficinas aconteceram em dois encontros, seguindo a mesma dinâmica das oficinas realizadas no âmbito do MEIA. As imagens, a seguir, retratam uma das oficinas.

Figura 2 – Oficina com os professores.

Fonte: Dados do projeto (2011).

A primeira oficina com professores de várias escolas, apesar da boa aceitação dos participantes, não mostrou efetivo impacto nas práticas docentes, por isso, nesta nova intervenção, concentramos a oficina em uma única escola, de modo que poderíamos avaliar a mudança de atitude dos professores. Porém, após o desenvolvimento das oficinas, retornamos à escola com o objetivo de identificar se os professores estavam fazendo uso da sala de informática em suas aulas e percebemos que a informática continuou à margem da educação, nessas escolas. Embora os professores aprovassem as oficinas, os mesmos não efetivavam a informática como ferramenta educacional, resultado que nos levou a novos questionamentos e reflexões, com o intuito de redirecionar nosso trabalho.

Retraçando o caminho

Foi então que mais uma vez, enquanto grupo de extensão, percebemos que essas ações precisavam ser redirecionadas. Nesse ínterim, nos foi proposto o desenvolvimento dessas oficinas em uma escola localizada em um distrito de Amargosa-BA. A escola atende a estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.

Nesta escola havia um laboratório de informática, espaço no qual desenvolvemos as oficinas. Participaram das oficinas as 12 professoras da escola e a coordenadora pedagógica. Além disso, todas as ações foram acompanhadas pela direção escolar. Os encontros aconteciam aos sábados das 8h às 12h.

Nos encontros, além do *Tux-Math*, *Tux-Paint*, *GCompris* e Tutorial de Digitação, também abordamos o *Impress* e criamos um blog, disponível em https://escolajuliopinheiro.blogspot.com/.

Os encontros formativos tinham a seguinte dinâmica: cada professor ficava em um computador, mas podia tirar dúvidas com seus colegas que estavam ao lado ou com os formadores. Os formadores apresentavam o *software* no Datashow e os professores iam realizando o mesmo procedimento em seu computador, em seguida, desenvolviam atividades orientadas e os formadores iam acompanhando. Essa dinâmica aconteceu em dois encontros, em que trabalhamos com o *Tux-Math, Tux-Paint* e *GCompris*.

No terceiro encontro, foi trabalhado o Tutorial de Digitação e o *Impress*. O *Impress* é utilizado para criar *slides* de apresentação no Linux, semelhante ao *PowerPoint* da *Microsoft*. Para ensinar a utilizar o *Impress*, fugimos da abordagem tradicional na qual abre-se o aplicativo e explica-se cada item do menu. Nesta abordagem, partimos da proposta de criar uma fotonovela com imagens que seriam impressas em sequência, mostrando um diálogo entre personagens. Distribuímos uma lista de adivinhações do tipo: “O que tem no meio do ovo”, resposta: “A letra V”. As professoras selecionaram algumas dessas adivinhações para fazer fotos interpretando o diálogo, este foi composto por quatro *slides* do *Impress*. À medida que o trabalho se desenvolvia, era necessário importar a foto, posicioná-la no *slide*, mudar seu tamanho e inserir balões de fala nos *slides*.

Nesse sentido, as instruções eram dadas pelos monitores do TEIA de acordo com as solicitações das professoras. Com o tempo, elas começaram a partilhar suas próprias experiências utilizando o *Impress*. Um fundo diferente, em *dégradé*, chamava a atenção e era assunto de curiosidade e questionamento. Esta parte da oficina retrata bem o processo de ensino-aprendizagem chamado de construcionismo de Seymour Papert, no qual professa que se aprende enquanto se constrói um objeto externo a sua mente, que se possa mostrar. Essa teoria é baseada no construtivismo de Jean Piaget, mas acrescenta que ao se construir um objeto externo fica mais fácil para o aprendiz para conversar e testar suas concepções. As diferentes possibilidades de construção são exploradas e com isso cria-se um conhecimento a partir das experiências e discussões com seus pares (HAREL; PAPERT, 1991). A Figura 3 apresenta um exemplo de fotonovela criada pelas professoras.

Figura 3 – Fotonovela.

Fonte: Dados do projeto TEIA (2012).

A partir desses encontros, solicitamos que as professoras elaborassem um plano de aula para ser desenvolvido em sala, com seus alunos. Na aula deveria ser utilizado algum dos recursos apresentados na oficina. Após essa elaboração, os planos foram apresentados para os formadores, que fizeram algumas considerações e em seguida, as aulas foram desenvolvidas. A Figura 4 apresenta o desenvolvimento de uma das aulas.

Figura 4 – Desenvolvimento da aula.

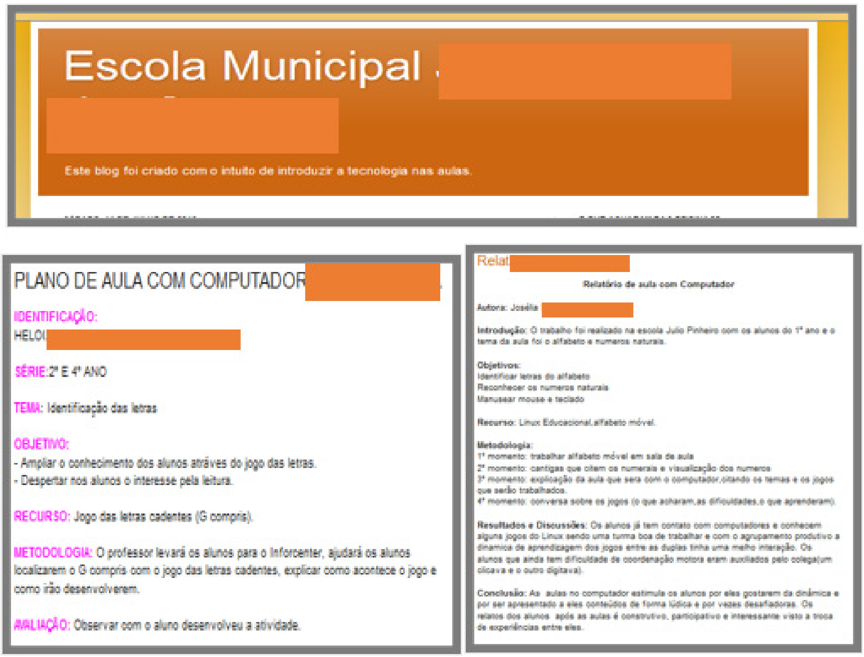
Fonte: Dados do projeto TEIA (2012).

No encontro formativo, após o desenvolvimento da aula, as professoras relataram sobre suas experiências. Foi um momento de reflexão acerca da prática desenvolvida. A professora Maria[15], no que diz respeito ao uso do computador, relatou que antes de fazer o curso ela não sabia ligar o computador e, após o curso, se viu dando uma aula no laboratório de informática. Quando tinha dificuldade, pedia ajuda à coordenação. Quanto ao envolvimento dos estudantes, ela relatou que eles interagiram bastante e que para muitos deles era a primeira vez que fazia uso de um computador. E, sobre os conceitos abordados, segundo a professora, os estudantes conseguiram desenvolver as atividades sem dificuldade, pois estavam muito envolvidos na tarefa. Outra professora disse que foi ajudada por um dos alunos e que ganhou elogios dele por ela ter aprendido a usar o computador.

15 Nome fictício, buscando manter o anonimato do sujeito.

Após esse espaço de reflexão, as professoras elaboraram os relatórios das atividades desenvolvidas e postaram o plano de aula e o relatório no blog, criado para o curso. A Figura 5 apresenta um exemplo de publicação no blog.

Figura 5 – Blog desenvolvido no TEIA.



Fonte: Dados do projeto TEIA (2012).

Depois da jornada

E após a saída dos membros do projeto de extensão TEIA da escola o que houve?

> Após o término do projeto TEIA na Escola Municipal, os professores se sentiram mais aptos para inserir o uso do proinfo rural no seu dia a dia. Aprenderam o básico, mas com certeza o projeto veio como uma motivação para sensibilizá-los ao

> entendimento de que era possível inovar, incluindo o uso do programa Linux Educacional nos seus planejamentos como mais uma ferramenta favorável para que o processo de ensino/aprendizagem, efetivamente, ocorresse.
> A cada semana era feito um cronograma incluindo o uso dos computadores para cada turma, de modo que todos os estudantes e professores fossem contemplados. Havia uma motivação muito nítida nos estudantes para participarem das aulas no intuito de poderem aplicar o que aprenderam das diversas áreas do conhecimento nas atividades, com a utilização dos computadores. Bem como se mostravam muito empolgados em utilizar este recurso na realização de pesquisas, na elaboração de trabalhos digitalizados e impressos. Esse resultado veio impulsionar os professores a quererem utilizar cada vez mais tal recurso. Foi possível, também, apresentar para nossos estudantes a utilização de redes sociais, como o Facebook, a utilização de e-mail, entre outras atividades possíveis com o uso da internet (Diretora da escola, 2020).

Diante do relato da diretora da escola podemos perceber que após a saída do grupo de extensão da escola os professores continuaram desenvolvendo ações fazendo uso do Infocentro, fator que nos indica que as oficinas podem ter colaborado para o desenvolvimento dessas ações. Infelizmente, hoje em dia, o Infocentro desta escola está desativado porque os computadores estão inoperantes por falta de manutenção.

Considerações finais

Diante dos relatos, percebe-se que havia uma necessidade de formação dos professores que possibilitasse as ações deles, fazendo uso dos laboratórios de informática. Mas é importante ressaltar que atividades pontuais, e sem acompanhamento contínuo, não fazem efeito. Para que ocorra mudança de atitude é fundamental a consolidação de tais ações. O seu desenvolvimento não significou a inserção efetiva das TIC no planejamento das aulas dos professores envolvidos. Mas, com a experiência desse trabalho, podemos concluir que é necessário estar junto com os professores, até que eles se sintam confortáveis para "caminhar" de maneira independente.

Percebe-se que não saber usar o recurso tecnológico foi um outro fator importante. Alguns professores não faziam uso e não era apenas por não saber metodologicamente discutir um conteúdo fazendo uso das TIC, mas não saber como manusear o aparelho. Essa é uma realidade ainda presente em nosso cotidiano, pois percebemos que nossos professores não estão todos alfabetizados digitalmente.

Mas, ao possibilitar uma formação sobre o uso desse equipamento, atrelado a *softwares* que trabalham conceitos matemáticos, de desenho e texto e com possibilidades metodológicas para serem utilizadas em sua prática docente, percebemos a mudança de postura dos professores quanto ao uso dos recursos tecnológicos em suas aulas, conforme relata a diretora. Assim, contribuímos positivamente para inserção das TICs no cotidiano dessa escola.

Para o grupo do projeto de extensão TEIA, ficou evidente que a formação de professores vai além da passagem de informações. É importante incentivar e apoiar a prática docente para que o professor se sinta capaz e motivado a incorporar os novos aprendizados às suas aulas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum (BNCC**), 2018. Disponível em:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2020.

FERREIRA, Jeanne Gomes. LEBON, Riverson. A Geração NET. Anais do XIII Congresso de Ciências da Comunicação na Região Nordeste - Maceió - AL, 2011.

HAREL, Idit; PAPERT, Seymour. **Constructionism:** Research reports and essays. 1991.

LUZ, Ana Maria de Carvalho. **Gestão educacional e qualidade social da educação**. Salvador, BA: UFBA / ISP, 2007.

MARTÍN, Alfonso Gutiérrez. Educación y Nuevas Tecnologias. **Revista de Educación**. Buenos Aires, n. 898, Abr. 1995.

PRETTO, Nelson**.** Educação e inovação tecnológica:um olhar sobre as políticas públicas brasileiras. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n.11, p.75, Mai/Jun/Jul/Ago. 1999.

Gráficos estatísticos interpretados em provas do ENEM

Leandro do Nascimento Diniz
Rosivan Souza Reis

O primeiro autor deste artigo é membro do Grupo de Pesquisa Educação Matemática no Recôncavo da Bahia (GPEMAR) quando esta investigação foi desenvolvida no ano de 2018. A partir do seu projeto de pesquisa, o primeiro autor deste texto fez reuniões com discentes da licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), tendo a interpretação dos gráficos estatísticos como um dos temas discutidos.

Algumas literaturas (DINIZ, 2016; GUIMARÃES; FERREIRA; ROAZZI, 2001) apontam que o uso de gráficos estatísticos pode ser importante para a compreensão de problemas do cotidiano. Neste mesmo contexto, Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001, p. 1) destacam que é preciso os alunos compreenderem a interpretação de gráficos, pois se refere à "habilidade de ler, ou seja, de extrair sentido dos dados". Estas pesquisas sinalizam a importância da compreensão dos gráficos, pois são essenciais para a resolução de problemas do dia a dia, uma vez que estão presentes nas notícias jornalísticas, nas contas de água e luz etc.

Segundo Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007), quando os estudantes se deparam com gráficos estatísticos podem apresentar dificuldades pois, de modo geral, tiveram um ensino tradicional, o qual tem como um dos princípios o foco num conjunto de procedimentos que utilizam sem compreenderem desse conteúdo, que seria a análise de dados e tomada de decisões. Assim, o ensino tradicional de gráficos estatísticos, de modo geral, não proporciona a autonomia aos discentes para refletirem sobre as informações presentes neles.

Nota-se, ainda, que os alunos podem ter dificuldades em diferenciar os tipos de gráficos e os seus respectivos elementos. De fato, Lima e Selva (2013), em uma pesquisa sobre interpretação de gráficos com alunos da Educação de Jovens e Adultos, concluíram que os participantes do estudo apresentaram dificuldades em escalas, título, nomeação dos eixos e descrição das variáveis. Estas e outras dificuldades por parte dos alunos, na interpretação de gráficos estatísticos, também foram pontuadas por autores no contexto do Ensino Médio, como Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001), Fernandes e Morais (2011) e Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007). As dificuldades na interpretação de gráficos estatísticos também podem proporcionar erros na resolução de questões nas aulas de matemática do Ensino Médio e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

O segundo autor deste artigo, ainda como estudante do Ensino Médio, teve contato com relatos de estudantes, que concluíram sua trajetória escolar, sobre as dificuldades em resolver as questões do ENEM, como a quantidade de questões para resolver num só dia, além da escrita necessária para a prova de redação.

Posteriormente, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP), responsável pela elaboração das provas do ENEM, realiza a aplicação em dois dias consecutivos e, a partir de 2017, em dois domingos. Em 2017, houve aumento da quantidade de questões sendo, no primeiro dia, 45 de Ciências Humanas e suas tecnologias e 45 de Ciências da Natureza e suas tecnologias. Já no segundo dia, houve 45 de Linguagens, Códigos e suas tecnologias e 45 de Matemática e suas tecnologias, totalizando 180, e a prova de redação. Neste ano, notou-se a presença de gráficos estatísticos não só na prova de Matemática e suas tecnologias, mas também na prova de Ciências Humanas e suas tecnologias e na de redação.

Assim, considerando as pesquisas sobre as dificuldades dos alunos na interpretação dos gráficos estatísticos e, na busca que foi realizada, a pouca quantidade de estudos quanto a esta temática no ENEM, elaborou-se a seguinte questão de pesquisa: *Como os alunos interpretaram os gráficos estatísticos no ENEM?* Para isto, tem-se como objetivo geral analisar como os alunos interpretaram os gráficos estatísticos no ENEM.

Este texto é um recorte com algumas novas reflexões da monografia de Reis (2018). Aqui, após esta introdução, tem-se a revisão de literatura sobre interpretação dos gráficos estatísticos na primeira seção. Na seção seguinte, apresentam-se os procedimentos metodológicos e os participantes desta pesquisa. Na terceira seção, tem-se a análise de dados e, por fim, as considerações finais.

Revisão de literatura

Nota-se a presença da Estatística em diversas áreas do conhecimento. Ela também foi incorporada na Educação Básica brasileira, especialmente com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Conforme já pontuado, os alunos apresentam dificuldades em conteúdos da Estatística. Nesse sentido, surgiu um movimento denominado Educação Estatística (EE), "que reconhecia a necessidade de se romper com a cultura determinística presente até então, na disciplina de Matemática. Tal movimento procurou evidenciar a importância da dimensão política e social da Estatística" (WALICHINSKI; SANTOS JUNIOR, 2013, p. 19). Assim, surgia a necessidade de desenvolver pesquisas com o intuito de sanar as dificuldades advindas dos alunos com os conteúdos estatísticos, também por professores que ministravam conceitos e procedimentos estatísticos (CAZORLA; UTSUMI, 2010). Cazorla e Utsumi (2010) acreditam que a Estatística pode ser ensinada preparando o aluno para *ler o mundo* a partir de informações estatísticas. Acredita-se, nesse viés, que o conhecimento estatístico pode contribuir para a preparação do aluno para atuar criticamente e conscientemente na sociedade.

Nesta direção, a EE veio para propor alternativas ao paradigma tradicional de ensino e ampliar as discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística. Por outro lado, possui como objetivo:

> [...] estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino etc., visando o desenvolvimento do letramento estatístico (CAZORLA; UTSUMI, 2010, p. 22-23).

Aliando-se a isto, têm-se as três competências da EE: letramento, pensamento e raciocínio estatísticos, as quais poderão contribuir para minimizar as dificuldades dos alunos e, segundo os autores, ao contemplá-las, abarcam-se todos os aspectos essenciais da EE. Aqui, entende-se competência como as formas de se lidar com uma situação, as quais devem mobilizar conhecimentos, inclusive os prévios (PERRENOUD, 1999).

Não há um consenso quanto às concepções das competências da EE. Aqui, compreende-se que para o estudante ser letrado estatisticamente, conforme Cazorla e Utsumi (2010) apresentam, há dois elementos cognitivo e afetivo para o seu desenvolvimento. Cazorla e Utsumi (2010, p. 12) definem o componente cognitivo como responsável "pela competência das pessoas para compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas", que inclui elementos como a competência para elaborar questões. O componente afetivo é responsável pelo desenvolvimento da postura crítica, atitudes e crenças das pessoas (CAZORLA; UTSUMI, 2010).

Quanto ao raciocínio estatístico, segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) compreendem, é entendida como a habilidade para desenvolver os procedimentos estatísticos, como o uso da fórmula para calcular uma média aritmética.

Já o pensamento estatístico é uma competência quando o aluno tem uma compreensão global da dimensão do problema, permitindo o questionamento espontâneo da realidade observada por meio da Estatística (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

Essas competências podem contribuir no processo de interpretação dos gráficos estatísticos. Diniz (2016) afirma que é preciso interpretar informações qualitativas e quantitativas. Para isto, ele entende que pode mobilizar a escuta, leitura, tradução, visualização, tradução, síntese interna, comparação e conexão. Este processo é finalizado, segundo Wild e Pfannkuch (1999), com a articulação com outras ideias e informações que já se conhece para a análise e tomada de decisões, a partir da crítica e do julgamento da crítica, analisando outros pontos de vista e duvidando dos resultados encontrados. Para isto, os alunos precisam mobilizar alguns conhecimentos prévios (CURCIO, 1987).

Quanto à compreensão dos gráficos estatísticos, Curcio (1987) afirma que há três níveis. No primeiro, ler os dados, os estudantes identificam informações presentes nos gráficos, como um valor de uma variável. Fernandes e Morais (2011) apontam que neste nível os alunos realizam uma leitura pontual, isto é, identificam um elemento do gráfico estatístico, como o título. Outras pesquisas também sinalizam que os alunos não apresentam dificuldades neste nível, de modo geral. Goulart e Coutinho (2015) identificaram que 64% das questões de 2009 a 2012 do ENEM foram deste nível, com gráficos de barras e linhas.

No segundo nível, ler entre os dados, estudantes utilizam informações presentes nos gráficos e as interpretam num nível inicial, por exemplo, identificando o menor valor de uma variável. Nesta perspectiva, no estudo de Fernandes e Morais (2011) com alunos do 9° ano, foi identificado que os discentes apresentaram dificuldades, pois as questões presentes na atividade desenvolvida necessitavam realizar cálculos matemáticos, como regra de três simples e porcentagem, ou seja, tiveram dificuldades na mobilização de conhecimentos matemáticos prévios.

Ainda neste nível, Lima e Selva (2013) apontam três tipos de questões que permitem a interpretação de gráficos estatísticos: comparação, igualização e combinação. Estes aspectos foram apresentados por Diniz (2016) através de exemplos com gráfico de barras. Imagine que se pode identificar o ponto máximo ou mínimo do gráfico, tem-se a comparação. Já a combinação requer a adição de dois dados de um gráfico, representados pelas duas barras e a igualização exige a adição de um valor ao de uma barra de modo que ela fique com valor igual ao da outra.

No último nível, identificado por Curcio (1987) como ler além dos dados, pode-se inferir ou predizer um determinado valor em função dos dados presentes no gráfico. Em outras palavras, os alunos realizam inferências, conjecturas e extrapolação dos dados presentes no gráfico. Conforme Diniz (2016) e Lopes (2004), por estas informações estarem implícitas nos gráficos, eles podem recorrer aos conhecimentos matemáticos prévios para alcançarem este nível. Neste nível, há relatos na literatura de que os alunos apresentam dificuldades, apesar de um nível que é pouco comum nos livros didáticos, mas há também pesquisas em que se a análise do gráfico for realizada numa atividade de modelagem matemática numa abordagem crítica, os alunos conseguem maior êxito (SILVA, 2017; DINIZ, 2016; LOPES, 2004). Assim, para os estudantes atingirem os níveis 2 e 3, é preciso que façam uma leitura global, apresentando conclusões baseadas na Matemática e/ou na Estatística.

Silva (2017) realizou uma pesquisa com alunos do 3° ano do curso de enfermagem de um Colégio Estadual de Ensino Médio Técnico da Bahia, que tinha por objetivo investigar como os alunos interpretam gráficos estatísticos em uma atividade de modelagem matemática. A turma foi dividida em grupos para aplicação da atividade. Segundo a pesquisadora os alunos não tiveram dificuldades em responder as questões referentes ao nível *ler os dados*, que foi a identificação do título do gráfico, sendo assim similar aos resultados apontados na literatura. Na categoria *ler entre os dados*, apenas um grupo teve dificuldade, tendo erros relativos à porcentagem e regra de três simples. Em relação ao terceiro nível, os alunos não apresentaram dificuldades, interpretando com experiências prévias e conhecimentos matemáticos prévios.

A partir da pesquisa de Silva (2017), percebe-se que os níveis de compreensão de gráficos estatísticos não apresentam uma hierarquia de dificuldades, ou seja, os alunos podem ter dificuldades no primeiro ou segundo nível e apresentarem facilidade no último.

A partir disso, estudos apontam que outros conhecimentos também podem ser mobilizados no processo de interpretação dos gráficos estatísticos, pois os estudantes confrontam dados com aspectos vivenciados em seu cotidiano, por exemplo. Monteiro (2006) acentua que para realizar a interpretação, os alunos precisam desenvolver conjecturas, além mobilizarem informações que não estão presentes no gráfico, pois as que estão não seriam suficientes para realizar a interpretação, uma vez que podem apresentar experiências e conhecimentos prévios. Para o autor, o processo de compreensão de gráficos estatísticos está permeado por elementos relacionados ao que nomeia de senso crítico e apresenta quatro elementos: o conhecimento matemático (contemplado nos níveis de Curcio (1987)), a referência contextual, expressão afetiva e exemplificação pessoal.

Na referência contextual, os dados e temas do gráfico estão relacionados aos conhecimentos sociais, políticos e/ou econômicos. Na expressão afetiva, manifestam sentimentos e emoções, como medos, anseios, culpas, dentre outros. Quanto à exemplificação pessoal, vivências pessoais são mobilizadas, as quais são utilizadas nos argumentos dos alunos (MONTEIRO, 2006).

Estes três últimos tópicos são nomeados por Diniz (2016) de aspectos socioculturais, diferenciando-os dos conhecimentos matemáticos. Além destes, este autor apresenta mais um elemento advindo da sua pesquisa: os conhecimentos etnomatemáticos, uma vez que conhecimentos matemáticos não-escolares podem moldar a interpretação de gráficos.

Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001) afirmam que a interpretação do gráfico pelos estudantes depende da forma como ele é apresentado pelo professor: nos livros didáticos, de modo geral, são apresentados de forma mais técnica e contempla, principalmente, os níveis 1 e 2 de Curcio (1987). Assim, o professor pode propor tarefas baseadas em situações do cotidiano, que podem concernir interpretações diferentes aos alunos, incluindo questões do ENEM, que será apresentada na próxima seção, juntamente com a metodologia da pesquisa.

Metodologia da pesquisa

Esta pesquisa é de natureza qualitativa, uma vez que o significado que as pessoas atribuem ao contexto vivenciado tem atenção especial dos pesquisadores e a análise de dados tende a seguir um processo indutivo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Neste estudo, quatro estudantes que realizaram o ENEM em 2017 foram entrevistados e, por isto, buscou-se analisar os significados que atribuíram às questões que possuíam gráficos estatísticos, ou seja, suas interpretações foram reveladas a partir de entrevistas realizadas, do tipo semiestruturadas, em que perguntas para esclarecer as respostas foram feitas, sem ser as previamente planejadas.

Neste sentido, foram analisadas suas falas, relacionando-as com a revisão de literatura. A partir desta relação, destacou-se as dificuldades e/ou facilidades encontradas pelos alunos nas resoluções realizadas e se buscou compreender como resolveram as questões.

Para preservar suas identidades, os estudantes foram identificados por P1, P2, P3 e P4 e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para conhecimento da pesquisa. P1. P2 e P3 concluíram seus estudos em escolas públicas e P4 em escola particular. P1 concluiu o Ensino Médio no ano de 1988 e revelou que fez o ENEM para testar seus conhecimentos. P2 informou ter concluído o Ensino Médio no ano 2013 e estava matriculado no curso de licenciatura em Física e revelou que, se for aprovado, tentará continuar no mesmo curso em outra instituição. P3 concluiu o Ensino Médio em 2011 e fez o ENEM para testar seus conhecimentos. P4 concluiu o Ensino Médio no ano de 2017 e foi o único que afirmou que estudou o conteúdo de gráficos estatísticos nos últimos anos escolares.

O ENEM avalia o desempenho do estudante e ajuda no acesso à Educação Superior através de programas como o Sistema de Seleção Unificada (Sisu), Programa Universidade para Todos (Prouni) e permite ingresso em instituições superiores de Portugal, no Brasil, além de Financiamento Estudantil - Fies[16].

No ano de 2017, as provas objetivas do Exame continham 180 questões, conforme já pontuado. Gráficos foram identificados na prova de redação, na questão 84 da prova de Ciências Humanas e suas tecnologias, caderno 3, 1º dia e questões 139, 147, 165, 169, 172 e 174 da prova de Matemática e suas tecnologias, caderno 7, 2º dia[17].

No ENEM, há matrizes de referências relacionadas aos gráficos estatísticos. Tem-se a competência 6 e suas metas e a meta H27 da competência 7, as quais poderiam ser contempladas para que o estudante pudesse desenvolver o letramento estatístico, que

16 Informações sobre o ENEM disponíveis no *site* https://enem.inep.gov.br.

17 Questão 84, prova branca, caderno 3, 1° dia, 1ª aplicação. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/cad_3_prova_branco_5112017.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2020. A Prova de redação e as questões da prova de Matemática e suas tecnologias: prova azul, caderno 7, 2º dia, 1ª aplicação. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/cad_7_prova_azul_12112017.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2020.

envolvem a leitura e interpretação de gráficos, com possibilidade de abordagem da previsão de tendências e realização de inferências (poderá ver mais detalhes no *site* do ENEM/INEP).

A análise de dados foi elaborada a partir de categorias *a priori*: ler os dados, ler entre os dados e aspectos socioculturais.

Análise de dados

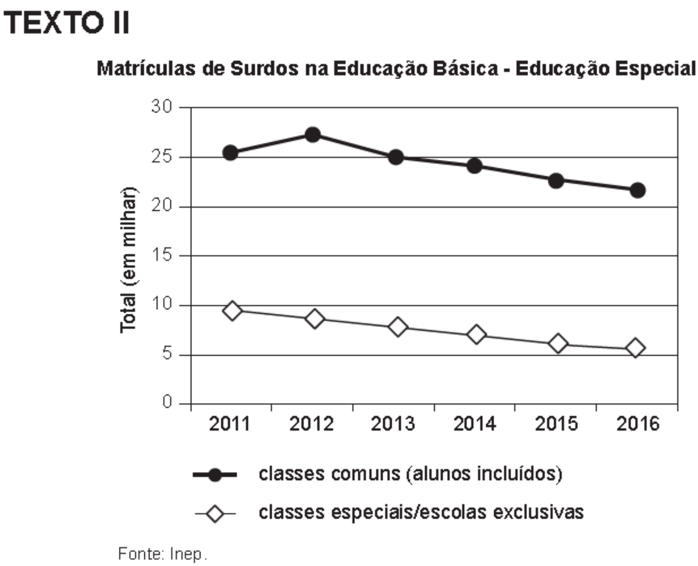
Na entrevista, cada aluno foi questionado sobre o que eles entendiam a respeito dos gráficos estatísticos. P3 não soube argumentar, pois tinha estudado este conteúdo de forma superficial. P1, P2 e P4 afirmaram que os gráficos representam algo real, ou seja, uma forma de comunicar um dado advindo do dia a dia. Segundo P4, estes dados podem ser de forma exata, enquanto P1 apontou que os gráficos crescem ou decrescem.

Quanto à categoria *ler o dado*, foi percebido que, de modo geral, os entrevistados não apresentaram dificuldades neste nível, pois conseguiram identificar as variáveis e os títulos presentes em cada gráfico. De modo semelhante ao que é pontuado na literatura, como na pesquisa de Silva (2017), em que os alunos apresentaram facilidade e também a de Diniz (2016) e Fernandes e Morais (2011), os quais afirmam que os alunos conseguiram realizar a leitura pontual dos dados sem dificuldades na interpretação.

Assim, quando os entrevistados foram questionados sobre o que um gráfico abordava, facilmente identificavam o tema pelo título do gráfico. Além disto, tiveram facilidade de identificar as variáveis, com exceção de parte de um trecho da fala de P3 na entrevista, referindo-se ao gráfico da Figura 1.

P3 – Bom! Eu posso olhar para este gráfico normal, mas como tem um bom tempo que eu estudei gráficos eu não me aprofundei muito nesse assunto para estudar. Então ao fazer essa redação não parei para interpretar esse gráfico e eu tive um pouco de dificuldade. Aí tem esses pontinhos, abaixo ele descreve né, as classes comuns de alunos incluídos e os pontinhos transparentes que são as classes especiais de escolas exclusivas. Dá um pouco de dificuldade para interpretar esse gráfico com essas duas variáveis, até porque também eu não me recordo o que são essas variáveis de um gráfico estatístico.

Figura 1 - Gráficos de Linha presentes na Prova de Redação.



Fonte: Prova do ENEM 2017, caderno 3, 1º dia, p. 19.

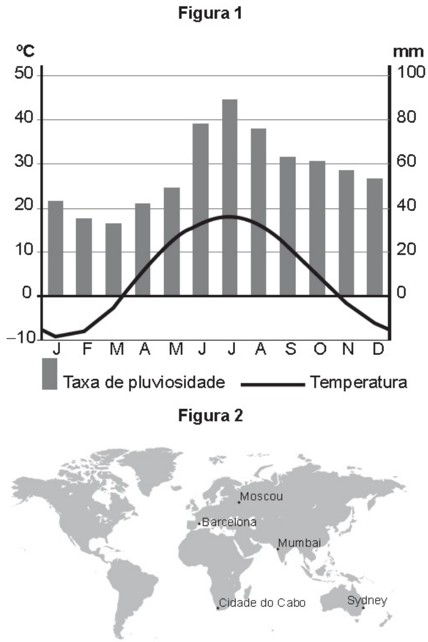
Na fala deste entrevistado houve uma confusão, pois consegue identificar as variáveis, porém no final do excerto relata que não sabe o que é uma variável, isto é, como o próprio aluno aponta, ele teve dificuldades na interpretação da questão e ter estudado de modo superficial este conteúdo. Segundo autores como Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007), o ensino tradicional não cria as condições para que os estudantes possam focar além das técnicas envolvidas na interpretação dos gráficos e isto pode ter influenciado nas dificuldades para utilizar o gráfico da prova de redação.

Mas como pontuado, o posicionamento de P3 foi exceção, já que os demais não apresentaram dificuldades neste nível. Importante pontuar que os gráficos estatísticos são instrumentos culturais, pois são utilizados como parte da cultura de vários povos, como nos meios de comunicação para apresentar informações. A partir disso, o título do gráfico precisa estar adequado, uma vez que pode influenciar as pessoas em uma reportagem de jornal, por exemplo, pois é o convite e a apresentação inicial de uma notícia (MONTEIRO; SELVA, 2001). Desta maneira, os enunciados das questões, que vêm antes dos gráficos, também podem contribuir com isto, como menciona P4 sobre a questão 59 da prova de Ciências Humanas e suas tecnologias (Figura 2).

P4 – No enunciado, ele fala dos climas típicos e me dá uma série de localidades. Como o gráfico, ele apresenta a taxa de pluviosidade e a temperatura, você associa pelo gráfico a quantidade em relação ao local e principalmente na figura dois, tem as coisas do hemisfério onde fica mais perto do Polo Norte, Polo Sul, onde fica na linha do Equador, aí você tem uma noção de onde chove mais, neva mais, onde também faz muito frio.

Figura 2 - Questão 84 da Prova de Ciências Humanas e suas tecnologias

QUESTÃO 84



Disponível em: https://pt.climate-data.org. Acesso em: 12 maio 2017 (adaptado).

As temperaturas médias mensais e as taxas de pluviosidade expressas no climograma apresentam o clima típico da seguinte cidade:

A. Cidade do Cabo (África do Sul), marcado pela reduzida amplitude térmica anual.
B. Sydney (Austrália), caracterizado por precipitações abundantes no decorrer do ano.
C. Mumbai (Índia), definido pelas chuvas monçônicas torrenciais.
D. Barcelona (Espanha), afetado por massas de ar seco.
E. Moscou (Rússia), influenciado pela localização geográfica em alta latitude.

Fonte: Prova do ENEM 2017, caderno 3, 1º dia, p. 30.

Durante o seu argumento, P4 consegue identificar a variável e associa o texto do enunciado com o gráfico. Com isto, a leitura deste texto o ajudou a interpretar o gráfico. Nesse contexto, quando as informações são apresentadas nos gráficos nas questões do ENEM, as quais o título e as variáveis estejam explícitos, podem ser de fácil entendimento e possibilitam melhor compreensão dos seus temas.

Na categoria *ler entre os dados*, os alunos tiveram facilidades com questões envolvendo comparação de valores. Na prova de redação (ver anexos), há dois gráficos de linhas com dados da matrícula dos alunos surdos na Educação Básica de 2011 a 2016, considerando escolas com classes comuns (alunos incluídos) e escolas com classes especiais – escolas exclusivas (Figura 1). P2 realizou uma comparação com os dados presentes nos gráficos, para tentar compreendê-lo.

P2 – Quando analisa o gráfico e vê que tem um período pelo menos para classes de alunos incluídos, em que o valor vai subindo no decorrer do ano [2011], total em milhar, logo, em seguida, em 2012 ele vai caindo. Já para as classes especiais de escolas exclusivas não tem nenhuma subida, ou seja, o valor só desce.

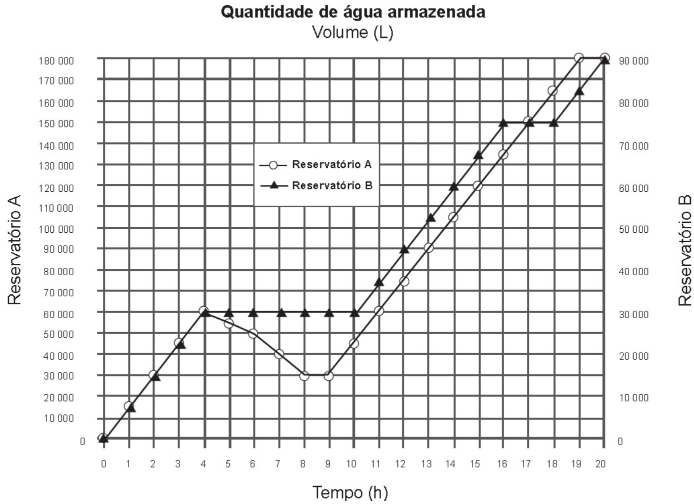
Desse modo, P2 e os demais compararam os valores das variáveis e identificaram os intervalos de crescimento e decrescimento por meio de compreensão das informações do gráfico, de modo semelhante ao que aconteceu em estudos como o de Silva (2017).

Já nas questões que envolviam cálculos matemáticos, os alunos apresentaram dificuldades, assim como também ocorreu em estudos como o de Silva (2017). Com isto, os estudantes buscaram alternativas para responder às questões sem os cálculos e, se não tivessem êxito, marcaram alguma alternativa de modo aleatório, teriam *chutado* conforme afirma P4, referindo-se a forma como respondeu à questão 172 da prova de Matemática e suas tecnologias (Figura 3). Na mesma questão, P2 afirmou que respondeu na lógica, mas que sem os cálculos poderia confundir a resposta.

Figura 3 - Questão 172 da Prova de Matemática e suas tecnologias

QUESTÃO 172

Dois reservatórios A e B são alimentados por bombas distintas por um período de 20 horas. A quantidade de água contida em cada reservatório nesse período pode ser visualizada na figura.



O número de horas em que os dois reservatórios contêm a mesma quantidade de água é

- Ⓐ 1.
- Ⓑ 2.
- Ⓒ 4.
- Ⓓ 5.
- Ⓔ 6.

Fonte: Prova do ENEM 2017, caderno 7, 2º dia, p. 29.

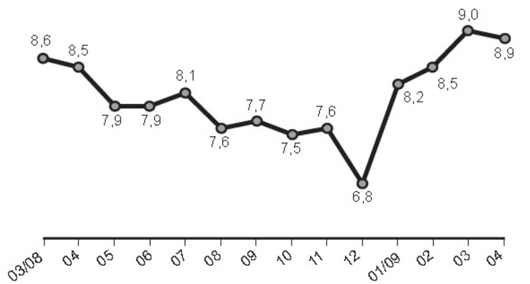
Já a questão 174 da mesma prova (Figura 4), P1, P2 e P3 afirmaram que não resolveram pois não sabiam como calcular a mediana solicitada, o que reforça o argumento de Fernandes e Morais (2011) quanto ao fato da dificuldade de os estudantes no nível *ler entre os dados* estar relacionada com os conhecimentos matemáticos prévios.

Figura 4 - Questão 174 da Prova de Matemática e suas tecnologias

QUESTÃO 174

O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.

Taxa de desemprego (%)



IBGE. Pesquisa mensal de emprego. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012 (adaptado).

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

- **A** 8,1%
- **B** 8,0%
- **C** 7,9%
- **D** 7,7%
- **E** 7,6%

Fonte: Prova do ENEM 2017, caderno 7, 2º dia, p. 30.

Dificuldades relacionadas ao mesmo aspecto mencionado também estiveram presentes na questão 169 da prova de Matemática e suas tecnologias (Figura 5), em que há dois gráficos de setores sobre o tempo de acesso a *sites* da Internet na sexta-feira e no sábado por uma pessoa. Solicitava que fosse marcado o item que correspondesse ao *site* o qual teve a maior taxa de aumento no acesso de sexta-feira para sábado. Destacam-se os comentários realizados por P1, P3 e P4 sobre suas soluções.

P3 – Eu li esses gráficos umas três vezes para entender ele. [...] *O site W estava com trinta e oito minutos no tempo de acesso na sexta-feira. E no sábado ele tinha aumentado para cinquenta e sete.*

Eu marquei a questão d, achei que seria o site W que mais aumentou da sexta para o sábado.

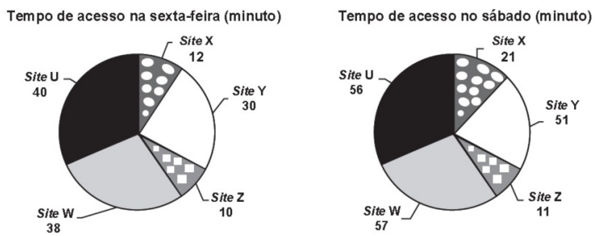
P4 – Porque ele pede em taxas e eu entendi como se fosse uma porcentagem, e tipo, o site X ele aumentou quase o dobro enquanto os outros...

P1 – Porque as outras figuras estavam praticamente do mesmo tamanho e no caso do sábado a figura estava um pouco maior do que sexta-feira. Foi por isso que eu marquei!

Figura 5 - Questão 169 da Prova de Matemática e suas tecnologias

QUESTÃO 169

Quanto tempo você fica conectado à internet? Para responder a essa pergunta foi criado um miniaplicativo de computador que roda na área de trabalho, para gerar automaticamente um gráfico de setores, mapeando o tempo que uma pessoa acessa cinco *sites* visitados. Em um computador, foi observado que houve um aumento significativo do tempo de acesso da sexta-feira para o sábado, nos cinco *sites* mais acessados. A seguir, temos os dados do miniaplicativo para esses dias.



Analisando os gráficos do computador, a maior taxa de aumento no tempo de acesso, da sexta-feira para o sábado, foi no *site*

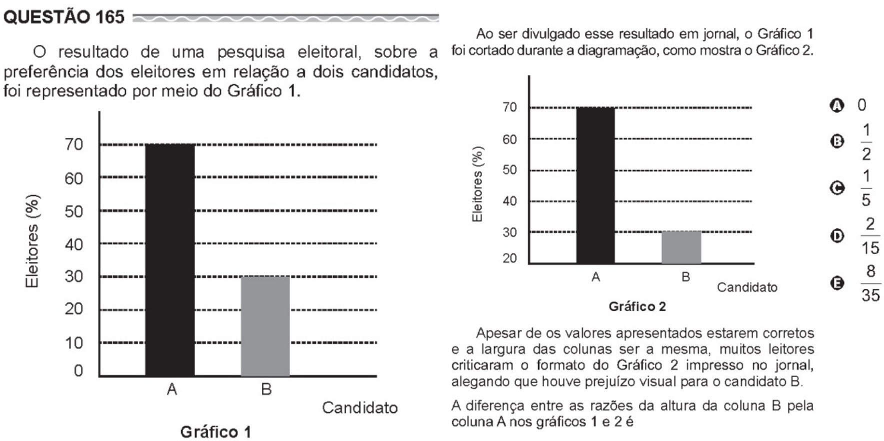
A X.
B Y.
C Z.
D W.
E U.

Fonte: Prova do ENEM 2017, caderno 7, 2º dia, p. 27.

Para responderem à questão, os alunos utilizaram diferentes estratégias. P3 errou pois considerou apenas os valores absolutos (os tempos de acesso). Já P4 e P1 utilizaram estratégias de cálculo mental e comparar as áreas dos setores, respectivamente. Essas estratégias foram utilizadas de modo que ficaram dispensados de cálculos de porcentagem ou regra de três para calcular o aumento para cada *site*. Desta forma, considerando que o ENEM tem muitas questões, parece ser uma boa estratégia.

A questão 165 da mesma prova (Figura 6) aborda o resultado de uma campanha eleitoral de dois candidatos, representados em dois gráficos de barras, sendo que a escala do eixo vertical começa do zero no gráfico um e no dois começa em 20%, o que tornou complexa a interpretação conforme P3. Dificuldades com escalas também são pontuadas na literatura, como em Monteiro e Selva (2001). De modo geral, os estudantes não compreenderam o cálculo envolvendo razões que deveriam utilizar nesta questão e utilizar a comparação e igualização para encontrar a solução.

Figura 6 - Questão 165 da Prova de Matemática e suas tecnologia


QUESTÃO 165

O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

A) 0

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{2}{15}$

E) $\frac{8}{35}$

Fonte: Prova do ENEM 2017, caderno 7, 2º dia, p. 26.

Assim, a mobilização dos conhecimentos prévios matemáticos (CURCIO, 1987; DINIZ, 2016) nesta categoria é importante no processo de interpretação de gráficos estatísticos, uma vez que sem isto pode fazer com que os alunos *chutem* uma alternativa e, portanto, errem a resposta. Esta dificuldade na mobilização pode ser substituída por outras estratégias, como cálculo mental e comparar o tamanho da área do setor, dentre outras.

Não foi identificada nenhuma questão do nível *ler além dos dados* no ENEM de 2017. Na prova de redação, os estudantes poderiam ter atingido este nível, mas não foi o que relataram. Pouca importância a este nível de compreensão dos gráficos também está presente na pesquisa de Silva (2019), a qual só identificou uma questão deste nível ao analisar uma coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.

Por fim, na categoria *aspectos socioculturais*, conforme pontuado por Monteiro (2006), os alunos mobilizaram conhecimentos que não são matemáticos e estatísticos no processo de compreensão dos gráficos. Na prova de redação, o tema dos gráficos (matrícula dos alunos surdos) foi mencionado por P1. Apesar da lembrança, isto não interferiu na sua interpretação, o que não caracteriza uma exemplificação pessoal relacionada ao senso crítico.

P1 – O que eu lembrei é que...Tem um colega meu, ele faz faculdade, ele faz libras e até na igreja dele, ele desenvolve o trabalho de libras, porque tem alguns surdos que não tem esse conhecimento, né? Aí ele faz esse trabalho na igreja dele. E ele sempre me falou um pouco sobre libras, eu me lembrei logo desse colega meu.

Já na questão 59 da prova de Ciências Humanas e suas tecnologias (Figura 2), P4 associou com seu cotidiano.

P4 – Por causa do meu dia a dia na escola, eu via o professor falar isso todos os dias. Aí, eu associei o que ele ensinava, tipo das localidades, do hemisfério quando está no inverno ou no verão. Então, eu associei basicamente no gráfico e associei também em relação às linhas imaginárias e fui tentando estabelecer uma relação entre a chuva e o calor, frio.

P4 afirmou que suas lembranças sobre o tema do gráfico (taxa de pluviosidade e temperatura) foram os conteúdos abordados em aulas de Geografia, que o auxiliaram na sua interpretação. Neste sentido, mobilizou aspectos relacionados aos conhecimentos do contexto, associados ao meio ambiente (situações climáticas), o que na literatura é conhecido como referência contextual. Com isto, os dados presentes no gráfico não foram suficientes para que ele respondesse à questão e os conhecimentos mobilizados moldaram a emergência de significados novos para a interpretação do gráfico (MONTEIRO, 2006).

Como se pode notar, os estudantes relataram apenas uma vez na entrevista a mobilização de aspectos socioculturais para a compreensão dos gráficos estatísticos. Isto se deve pois, de modo geral, as aulas tradicionais de Matemática entendem que mobilizar conhecimentos relacionados aos aspectos socioculturais atrapalha o desenvolvimento da aula. Monteiro (2006) alerta, a partir de alguns estudos, que isto pode desviar a atenção dos estudantes para as suas experiências e dificultar a interpretação da informação presente no gráfico para responderem as questões. Entretanto, o autor defende que o olhar crítico para isto pode render muitas aprendizagens aos discentes e contribuir com a compreensão. Na questão da redação, o conhecimento que eles tinham sobre o tema poderia ter sido mobilizado para ser articulado com os outros três textos sobre o tema, presentes na questão. Entretanto, como isto não está legitimado nas aulas tradicionais de Matemática, a não compreensão do gráfico estatístico fez com que ele fosse desconsiderado pela maioria dos entrevistados.

Considerações finais

Gráficos estatísticos fazem parte do nosso cotidiano e também são parte do conteúdo escolar, não só das aulas de Matemática, pois podem ser encontrados em livros didáticos de Geografia, por exemplo. Este é um dos motivos que fizeram com que, neste estudo, fosse feita a discussão dos resultados a partir de entrevistas com quatro estudantes, buscando analisar como interpretaram as questões com gráficos estatísticos nas provas do ENEM de 2017.

Neste estudo, como também está presente na literatura, os alunos apresentaram facilidades para resolverem questões do nível 1 de compreensão dos gráficos nomeado por Curcio (1987), referente a leitura pontual de dados.

Já o nível ler entre os dados se refere a uma leitura global do gráfico. Foi possível perceber que a maioria das questões foi de nível 2, diferente do estudo de Goulart e Coutinho (2015), em que nas provas de 2009 a 2012 do ENEM, 64% das questões foi do nível 1.

Neste nível, pode ser necessária a mobilização de conhecimentos matemáticos prévios, o que pode revelar dificuldades para os estudantes resolverem as questões, conforme pontuado pelos estudantes. Neste caso, ou desprezaram o gráfico estatístico, como na prova de redação, ou realizaram *chutes*, escolhendo uma alternativa, ou utilizaram cálculo mental ou compararam as áreas de dois setores. Assim, utilizaram diferentes estratégias que podem apresentar menor ou maior probabilidade de erro. De fato, as duas últimas apresentam maiores chances de acerto, além do menor tempo para encontrarem a solução, o que pode ser pertinente para o ENEM, já que muitas questões.

Em 2018, tem-se um novo documento oficial que norteará a Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), a qual alterou parte dos conteúdos propostos, com a presença de novos conteúdos, como o gráfico box-plot (caixa) no Ensino Médio.

Além disto, Silva (2019) analisou a construção e interpretação de gráficos estatísticos nas questões de capítulos de dois livros didáticos de Matemática do Ensino Médio e foram identificadas, apesar de ser de modo tímido, questões sobre a opinião dos alunos, relacionadas aos aspectos socioculturais. A autora apontou, também, a necessidade de mais questões sobre o nível ler além dos dados e sobre os erros cometidos pelos alunos na sua resolução e em reportagens da mídia. Assim, a continuidade desta pesquisa pode gerar outros resultados. Por isto, convida-se o leitor para novos estudos sobre interpretação de gráficos estatísticos do ENEM e em livros didáticos.

Referências

BOGDAN, C. R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. 2. ed. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** MEC: Brasília, 2018.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação estatística:** teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de estatística na Educação Básica. In: CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S. (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Ilhéus: Via Litterarum, 2010, p. 9-18.

CURCIO, F. Comprehension of mathematical relationship expressed in graphs. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 18, n. 5, p. 382-393, 1987.

DINIZ, L. N. **Leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das Tecnologias de Informação e Comunicação.** 2016. 273 f. Tese (Doutoramento em Ciências da Educação) - Universidade do Minho, Instituto de Educação, Braga, 2017.

FERNANDES, J, A.; CARVALHO, C. F.; RIBEIRO, S. A. L. Caracterização e implementação de tarefas de estatística: um exemplo no 7º ano de escolaridade. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 15, n. 28, p. 27- 61, 2007.

FERNANDES, J. A.; MORAIS, P. C. Leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 95- 115, 2011.

GOULART, A.; COUTINHO, C. Q. S. Letramento estatístico e o Exame Nacional de Ensino Médio. In: SAMÁ, S.; SILVA, M. P. M. (Org.). **Educação Estatística**: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior. Curitiba: Editora CRV, 2015, p. 145-153.

GUIMARÃES, L, G; FERREIRA, G. G. V; ROAZZI, A. Interpretando e construindo gráficos. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001, p. 1-19.

LIMA, I. B.; SELVA, A. C. V. Jovens e adultos construindo e interpretando gráficos. **Boletim de Educação Matemática - Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 45, p. 233-253, 2013.

LOPES, C. A. E. Literacia estatística e INAF 2002. In: FONSECA, M. C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil:** habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004, p.187-197.

MONTEIRO, C. E. F. Explorando a complexidade da interpretação de gráficos entre professores em formação inicial. **Cadernos de Estudos Sociais**, Recife, v. 22, n. 2, p. 211-224, 2006.

MONTEIRO, C. E. F; SELVA, A. C. Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino fundamental. REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001, p. 1-16.

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola.** Porto Alegre: Artmed. 1999.

REIS, R. S. **Interpretação de gráficos estatísticos na prova do ENEM**. 2018. 77f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Amargosa, 2018.

SILVA, F. S. S. **Interpretação de gráficos estatísticos por meio da modelagem matemática.** 2017. 77f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Amargosa, 2017.

SILVA, F. S. S. **A interpretação e a construção de gráficos estatísticos em livros didáticos de matemática com base nas orientações da BNCC.** 2019. 99f. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Amargosa, 2019.

WALICHINSKI, D.; SANTOS JUNIOR, G. Educação Estatística: objetivos, perspectivas e dificuldades. **Imagens da Educação**, Maringá, v. 3, n. 3, p. 31-37, 2013.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, Voorburg, v. 67, n. 3, p. 223-248, 1999.

ANEXO

Figura - Prova de Redação do ENEM 2017

INSTRUÇÕES PARA A REDAÇÃO

- O rascunho da redação deve ser feito no espaço apropriado.
- O texto definitivo deve ser escrito à tinta, na folha própria, em até 30 linhas.
- A redação que apresentar cópia dos textos da Proposta de Redação ou do Caderno de Questões terá o número de linhas copiadas desconsiderado para efeito de correção.

Receberá nota zero, em qualquer das situações expressas a seguir, a redação que:

- desrespeitar os direitos humanos.
- tiver até 7 (sete) linhas escritas, sendo considerada "texto insuficiente".
- fugir ao tema ou que não atender ao tipo dissertativo-argumentativo.
- apresentar parte do texto deliberadamente desconectada do tema proposto.

TEXTOS MOTIVADORES

TEXTO I

CAPÍTULO IV
DO DIREITO À EDUCAÇÃO

Art. 27. A educação constitui direito da pessoa com deficiência, assegurados sistema educacional inclusivo em todos os níveis e aprendizado ao longo de toda a vida, de forma a alcançar o máximo desenvolvimento possível de seus talentos e habilidades físicas, sensoriais, intelectuais e sociais, segundo suas características, interesses e necessidades de aprendizagem.

Parágrafo único. É dever do Estado, da família, da comunidade escolar e da sociedade assegurar educação de qualidade à pessoa com deficiência, colocando-a a salvo de toda forma de violência, negligência e discriminação.

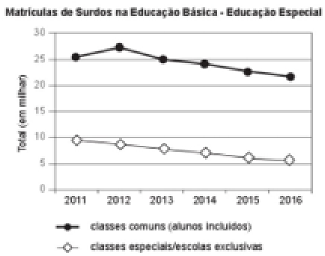
Art. 28. Incumbe ao poder público assegurar, criar, desenvolver, implementar, incentivar, acompanhar e avaliar: [...]

IV - oferta de educação bilíngue, em Libras como primeira língua e na modalidade escrita da língua portuguesa como segunda língua, em escolas e classes bilíngues e em escolas inclusivas; [...]

XII - oferta de ensino da Libras, do Sistema Braille e de uso de recursos de tecnologia assistiva, de forma a ampliar habilidades funcionais dos estudantes, promovendo sua autonomia e participação.

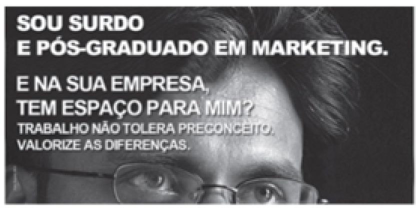
BRASIL. **Lei nº 13.146**, de 6 de julho de 2015. Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 9 jun. 2017 (fragmento).

TEXTO II



Fonte: Inep.

TEXTO III



Disponível em: http://servicos.prt4.mpt.mp.br. Acesso em: 3 jun. 2017 (adaptado).

TEXTO IV

No Brasil, os surdos só começaram a ter acesso à educação durante o Império, no governo de Dom Pedro II, que criou a primeira escola de educação de meninos surdos, em 26 de setembro de 1857, na antiga capital do País, o Rio de Janeiro. Hoje, no lugar da escola funciona o Instituto Nacional de Educação de Surdos (Ines). Por isso, a data foi escolhida como Dia do Surdo.

Contudo, foi somente em 2002, por meio da sanção da Lei nº 10.436, que a Língua Brasileira de Sinais (Libras) foi reconhecida como segunda língua oficial no País. A legislação determinou também que devem ser garantidas, por parte do poder público em geral e empresas concessionárias de serviços públicos, formas institucionalizadas de apoiar o uso e difusão da Libras como meio de comunicação objetiva.

Disponível em: www.brasil.gov.br. Acesso em: 9 jun. 2017 (adaptado).

PROPOSTA DE REDAÇÃO

A partir da leitura dos textos motivadores e com base nos conhecimentos construídos ao longo de sua formação, redija texto dissertativo-argumentativo em modalidade escrita formal da língua portuguesa sobre o tema **"Desafios para a formação educacional de surdos no Brasil"**, apresentando proposta de intervenção que respeite os direitos humanos. Selecione, organize e relacione, de forma coerente e coesa, argumentos e fatos para defesa de seu ponto de vista.

LC - 1º dia | Caderno 3 - BRANCO - Página 19

Fonte: Prova do ENEM 2017, caderno 3, 1º dia, p. 19.

Reflexões em aulas de matemática

Indianara Alves dos Santos de Almeida
Lilian Aragão da Silva

O presente artigo é um recorte do Trabalho Final da Conclusão de Curso, cujo objetivo foi apresentar e analisar como os alunos desenvolveram, na sala de aula, o conhecimento reflexivo em um ambiente de Modelagem Matemática (MM), na perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC). Esta investigação segue uma abordagem qualitativa que foi realizada em uma escola pública de Amargosa-BA, tendo como participantes alunos da Educação de Jovens e Adultos e a primeira autora desta pesquisa na função de professora-pesquisadora.

A fundamentação teórica desta pesquisa está pautada na EMC proposta por Ole Skovsmose (2008), cuja preocupação é eminentemente política e social, ao assumir que o conhecimento pode ser capaz de levar a postura crítica perante a sociedade. O autor destaca o conhecimento reflexivo como primordial no desenvolvimento da postura crítica do aluno, visto que o conduz para uma reflexão sobre o uso da matemática na sociedade.

Além disso, duas temáticas envolveram esta pesquisa, a saber: a MM e o professor-pesquisador. Em relação a MM, nos apoiaremos nos estudos de Barbosa (2009), já que ele a compreende como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Essa compreensão da MM toma como pressupostos os estudos de Skovsmose (2008), ao considerar que as indagações e/ou investigações produzidas pelos estudantes poderão fomentar uma postura crítica. Trata-se, portanto, de uma conexão viável entre a EMC e a MM.

No que tange a temática professor-pesquisador, destacamos a importância de o professor refletir e analisar sua própria prática, ao assumir a função de professor e a função de pesquisador, ou seja, uma dupla função. Tomando como base os estudos de D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006), o professor-pesquisador é visto como um sujeito pensante que investiga e reflete sobre suas ações visando sua aprendizagem e a dos seus alunos.

Há pesquisas que envolvem a EMC e a MM (ARAÚJO, 2009; FREITAS, 2013; JACOBINI, 2004; TERES, 2014), entretanto, não encontramos pesquisas que relacionem essas duas perspectivas tendo o professor como pesquisador da sua própria prática. Espera-se, portanto, que esta investigação possa contribuir no âmbito científico e, também, na esfera profissional, ao incentivar futuros professores e professores da educação básica a trabalharem com atividades de MM e EMC, permitindo que os alunos desenvolvam um posicionamento reflexivo e crítico perante temas da realidade, e as reflexões, do professor, sobre/na prática contribuam para isso também.

Educação Matemática Crítica

A partir da década de 80, surgiram os primeiros estudos sobre a Educação Matemática Crítica (EMC), que segundo Skovsmose (2008), preocupa-se em desenvolver habilidades que vão além do conhecimento matemático. Essa educação permite ao estudante uma participação crítica na sociedade a fim de entender e discutir questões políticas, sociais e econômicas, nas quais a matemática é usada como "pano de fundo" para sua sustentação.

Para Skovsmose (2008), a EMC se propõe a ressaltar uma formação que tenha algo mais que informação e que o cidadão se comprometa com questões culturais, sociais e políticas que estejam relacionadas à sua realidade. Nessa perspectiva, há o intuito de interligar os conteúdos aprendidos com o contexto histórico da comunidade, estimulando o questionamento e conduzindo a uma reflexão.

A EMC, portanto, é vista como uma possibilidade de extrapolar o ensino tradicional, na qual a matemática pode ser analisada, questionada e refletida criticamente. As atividades baseadas nessa perspectiva podem não evocar apenas uma única resposta, pois depende de como a matemática está operando e dos conhecimentos prévios dos estudantes.

Skovsmose (2008) argumenta que o conhecimento capaz de levar a uma postura crítica diante da sociedade é de natureza complexa e não é unidimensional. Nesse sentido, ele defende uma educação voltada para o desenvolvimento de três conhecimentos distintos, tais como: o conhecimento matemático, o conhecimento tecnológico e o conhecimento reflexivo. Para o autor, o conhecimento matemático diz respeito às habilidades matemáticas, domínio de teoremas e algoritmos, já o conhecimento tecnológico está atrelado as habilidades em aplicar matemática na construção de modelos matemáticos, e, por fim, o conhecimento reflexivo remete às habilidades em refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo nas consequências das execuções tecnológicas. Esse último é basilar na promoção de alfabetização matemática na dimensão crítica.

Para resolver problemas com situações reais é necessário aliar os conhecimentos matemáticos a outros, de forma a construir um modelo matemático adequado à situação em questão. O conhecimento tecnológico está relacionado à construção e utilização desses modelos matemáticos, porém não é suficiente para permitir uma postura reflexiva diante da sociedade, perante o poder formatador da matemática.

Como o conhecimento tecnológico não é capaz de analisar resultados da sua própria produção, há uma necessidade de uma junção com o conhecimento reflexivo para que seja possível interpretar e entender a realidade que o cerca. O conhecimento reflexivo, por sua vez, não é consequência direta do conhecimento matemático e nem do tecnológico, porém necessita dos outros dois conhecimentos para capacitar os indivíduos a avaliarem as situações em questão.

Podemos concluir que trabalhar somente com o conhecimento tecnológico em sala de aula não leva o aluno a uma formação crítica, mesmo reconhecendo que ele seja capaz de estabelecer conexões com questões reais por meio de uma ligação com o conhecimento matemático. De forma análoga, trabalhar apenas com o conhecimento matemático não contribui para a formação crítica dos alunos. Portanto, o conhecimento reflexivo é fundamental para desenvolver uma postura crítica na sociedade.

Vale destacar que o conhecimento matemático tem uma ligação com o que a literatura denomina de ideologia da certeza, colocando esse conhecimento em uma posição de superioridade, no que diz respeito ao poder atribuído à matemática de conter o argumento definitivo (SKOVSMOSE, 2008). À medida que o professor propõe atividades em que seja possível desenvolver o conhecimento reflexivo, o conhecimento matemático será questionado e permitirá desafiar essa ideologia da certeza.

No que se refere aos alunos, o trabalho de Silva (2005) apresenta resultados e estabelece a importância do conhecimento matemático e sua associação com o conhecimento reflexivo. A autora analisou as reflexões sobre os aspectos relativos à construção do conhecimento matemático, o desenvolvimento do conhecimento reflexivo e a relação das atividades com o exercício de cidadania. A análise apontou indicativos de reflexões, reações e ações dos alunos alinhadas com os interesses da EMC. Ou seja, foi estabelecido conexões que garantiram a criação de um espaço para reflexão, para o desenvolvimento do senso crítico que favoreceu o aprendizado.

Já em relação ao professor, Teres (2014) argumenta que uma atividade, pautada na EMC, para ser bem desenvolvida, precisa estar atenta aos pensamentos elaborados pelos alunos, cabendo ao professor desenvolver estratégias que oportunizem a aprendizagem. Para esse autor, tanto erros quanto acertos, dependendo de como são explorados, propiciam a aprendizagem, por isso deverão ser considerados pelo professor. Nessa perspectiva, o professor estará aberto a ouvir mais o pensamento dos alunos.

Portanto, entendemos que a EMC pode ser vista como um caminho possível para aulas de matemática à medida que relaciona o ensino ao ato de questionar e tomar decisões, estabelecendo um vínculo com a matemática e a sociedade.

Modelagem Matemática

De maneira geral, a Modelagem Matemática (MM) está associada a resolução de problemas e a situações do cotidiano. Essa associação permite encontrar na literatura diferentes concepções de MM, as quais dependem das concepções de ensino e de matemática dos pesquisadores (KLUBER; BURAK, 2008), bem como da visão teórica deles. Dentre as concepções de MM, nos aproximamos da visão de Barbosa (2003, 2006, 2009), pois nela o conhecimento matemático é visto como um meio para desenvolver a investigação de situações reais, tendo como foco a formação crítica dos alunos. De acordo com esse autor, essa visão possibilita questionar o poder formatador da matemática na sociedade e desafiar a ideologia da certeza.

Barbosa (2006) sugere que as atividades de MM podem ser analisadas através das discussões dos alunos. Ao se basear nos estudos de Skovsmose (2008), o autor propõe a noção de discussões matemáticas, técnicas e reflexivas para categorizar as discussões desenvolvidas através das interações dos alunos em ambientes de MM.

De acordo com o autor, as discussões matemáticas referem-se a conceitos e procedimentos da disciplina matemática pura. Por sua vez, as discussões técnicas referem-se à translação do fenômeno eleito para estudar em termos matemáticos. Já as discussões reflexivas referem-se à natureza dos modelos matemáticos e a influência de critérios usados em seus resultados.

As discussões reflexivas têm o papel fundamental de estimular os alunos a debaterem a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade. Essas discussões foram importantes para fortalecer a perspectiva sociocrítica delineada por Barbosa (2009), a qual se preocupa com o desenvolvimento de uma alfabetização matemática que inclui a capacidade de agir e interpretar em situações sociais, políticas e econômicas, estruturadas pela Matemática. Nas palavras do autor, "Podemos dizer que um dos pontos principais da perspectiva sociocrítica é convidar os alunos a se envolverem em discussões reflexivas" (BARBOSA, 2003, p. 10). Em particular, essa perspectiva está amparada na EMC.

No campo de pesquisa há alguns trabalhos que abordam MM na perspectiva da EMC (ARAÚJO, 2009; FREITAS, 2013; JACOBINI, 2004; TERES, 2014). Entretanto, esses trabalhos não aprofundam sobre o conhecimento reflexivo. Entendemos que os objetivos desses trabalhos não tinham essa preocupação em foco, mas essa "lacuna" suscitou em nós o desejo de ampliar o entendimento acerca desse propósito, ou seja, de compreender de que forma os alunos desenvolvem o conhecimento reflexivo em uma atividade de MM na perspectiva da EMC. E, propomos entrelaçar essas temáticas também com a do professor-pesquisador, visto que essa articulação não encontramos na literatura.

O professor-pesquisador

A temática professor-pesquisador possui uma aproximação com a noção de reflexão sobre a própria prática, pois espera-se que essa reflexão permita que o professor desenvolva uma posição crítica sobre/na prática e repense as metodologias de ensino utilizadas (D'AMBRÓSIO; D'AMBROSIO, 2006; BACKES, 2007). Nessa perspectiva, a pesquisa contribuirá para o campo científico, mas também contribuirá no campo profissional, à medida que ajuda o professor a refletir, repensar ou se autocriticar.

D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006) caracterizam como elemento fundamental para ser professor-pesquisador a disposição do professor de "escutar" os seus alunos de forma a lhes dar voz visando a aprendizagem. Nessa direção, os professores passam a entender o pensamento dos alunos como aliado, direcionando os seus objetivos e as suas decisões curriculares e metodológicas. Dar voz aos alunos significa, muitas vezes, mudar a prática pedagógica a fim de atender a essa disposição.

Além disso, o professor precisa desenvolver uma postura de produtor de conhecimentos sobre as situações vividas em sua prática docente de tal modo que possa observar as ações dos alunos, a fim de analisar e refletir sobre/na prática (D'AMBROSIO; D'AMBROSIO, 2006). Em suma, espera-se que o professor compreenda que a mudança na prática depende do desenvolvimento da capacidade de se autoanalisar.

Na área da Educação Matemática autores como Bicudo (1992, apud FIORENTINI; LORENZATO, 2006), discutem a possibilidade de o professor que ensina matemática se constituir também em um pesquisador, de forma que ao interrogar seus alunos na sala de aula e perceber sua interrogação de modo sistemático e rigoroso, esteja realizando uma pesquisa sobre a prática. A autora reforça que a finalidade não é apenas a realização de uma pesquisa acadêmica, mas autoavaliação de sua prática. A pesquisa, então, é um meio de tornar a reflexão e a mudança possíveis.

No âmbito da formação de professores, Backes (2007) aponta a importância de formarem professores pesquisadores, capazes de analisar as suas práticas e através dessas análises aprimorar as práticas pedagógicas no sentido de formar cada vez mais pessoas capazes de pensar e não simplesmente para recepção de informações.

Metodologia e contexto da pesquisa

Esta pesquisa segue uma abordagem qualitativa (ALVES-MAZZOTTI, 2002), visto que sua realização requer o maior envolvimento entre a pesquisadora e os alunos da educação básica. Além disso, essa investigação está voltada à produção de dados descritivos e interpretativos (ALVES-MAZZOTTI, 2002), o que também justifica a opção por essa abordagem metodológica.

O principal procedimento metodológico adotado, nesta pesquisa, foi a observação. Em particular, a observação foi do tipo participante (ALVES-MAZZOTTI, 2002), pois a pesquisadora vivenciou e participou intensamente da aula, assumindo a dupla função de professora e pesquisadora. Tendo em vista o objetivo desta pesquisa, julgamos necessária a combinação de múltiplos instrumentos de coleta de dados, como a gravação de imagem, o áudio e o diário de campo (realizado após as aulas). Tais instrumentos possibilitaram uma confiabilidade nas transcrições e análises de dados, permitindo que o pesquisador verifique os dados diversas vezes e não se esqueça do ocorrido.

A instituição de ensino onde realizamos a pesquisa foi o Colégio Estadual Santa Bernadete, o qual está localizado no centro de Amargosa-BA. Os sujeitos participantes desta pesquisa foram 27 alunos de uma turma do eixo VII da EJA, os quais são adultos[18] e encontram-se na faixa etária de 25 a 52 anos. As turmas da EJA

18 Todos os estudantes foram convidados a participar da pesquisa e, ao aceitarem, assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido da pesquisa, o qual afirmava que os pesquisadores utilizariam nomes fictícios com a finalidade de preservar a identidade dos participantes.

são formadas por pessoas que ingressaram no mercado de trabalho muito cedo ou deixaram os estudos na idade regular e retornaram posteriormente.

A proposta de atividade de MM orientada pela perspectiva da EMC proporcionava uma discussão em torno da conta de água e o seu desperdício. Com essa atividade, esperava-se que os alunos desenvolvessem o conhecimento reflexivo por meio do diálogo e da análise do papel da matemática na sociedade. Para a construção dessa atividade de MM adotamos o caso 1, proposto por Barbosa (2009). Nesse caso, a elaboração da situação-problema, a simplificação e obtenção dos dados qualitativos e quantitativos ficam a cargo do professor, cabendo aos alunos a resolução da situação-problema, com apoio do professor. Esse caso 1 fornece ao professor maior controle e desenvolvimento da atividade, proporcionando mais segurança, principalmente, para professores iniciantes.

Discussão e análise dos dados

Os dados analisados foram categorizados a partir de três momentos que aconteceram na aula. O primeiro momento da atividade refere-se a discussão do tema proposto, o segundo momento refere-se a discussão entre o conhecimento matemático e a realidade, e o terceiro momento a discussão em torno da socialização das respostas dos alunos. Com base nesses momentos capturamos nos dados as reflexões dos alunos e categorizamos da seguinte forma: reflexão do tema, reflexão entre o conhecimento matemático e a realidade, bem como reflexão em torno da socialização.

Reflexão do tema

No primeiro encontro, a professora provocou discussões em torno da problemática: Como racionalizar água e evitar gastos na conta de água? Vale destacar que os alunos se dispuseram a investigar a problemática, mostrando motivação para debater essa situação.

Nessa etapa foram mediadas as discussões e as reflexões sobre o consumo de água. Como professora, conduzi[19] a aula baseada em um texto que apresentava informações de como racionalizar água e evitar desperdícios. As discussões foram desenvolvidas com participação e reação dos alunos diante dos dados expostos no texto, sendo que alguns desses dados referiam-se a uma média que representa a quantidade de água que uma pessoa pode consumir por dia. O diálogo seguinte ilustra essa discussão:

> (1) **Professora**: O que vocês acham desse consumo que a organização contabiliza por pessoa? É muito? É pouco?
>
> (2) **Isa**: Muito! Nem todo mundo gasta essa quantidade de cento e dez litros.
>
> [...]
>
> (7) **Ana:** Eu não gasto isso tudo, não. Eu não fico lavando roupa todo dia.
>
> (8) **Isa**: Eu fico o dia todo fora de casa. Eu saio sete e meia da manhã, só chego em casa seis horas e saio seis e meia e só chego nove e meia para dez horas. E por que eu vou gastar essa quantidade toda de água? E por que eu pago esse valor todo?

Os alunos ao analisarem o consumo de água, relacionado a realidade deles, não concordaram com uma pesquisa feita pela Organização das Nações Unidas que apontava uma média de quantidade em litros que uma pessoa deveria consumir por dia. Dessa forma, os alunos relacionaram os dados da pesquisa com o cotidiano deles, em como eles gastavam essa quantidade de água. Eles refletiram que o consumo de água na sua residência não condiz com o valor pago na conta de água, pois pagam uma taxa fixa alta, considerando o pouco consumo. Isso ficou mais evidente nas falas (2), (7) e (8), nas quais

19 Por se tratar de reflexões pessoais da primeira autora deste artigo, nessa seção sentimos a necessidade de utilizar a primeira pessoa do singular.

há um desenvolvimento inicial do conhecimento reflexivo com base na comunicação entre os envolvidos.

Para Skovsmose (2008), as discussões são importantes para facilitar e provocar reflexões, tanto sobre elementos matemáticos quanto sobre sua representatividade no contexto social. Para o autor, "devemos trabalhar na direção de estabelecer ambientes de aprendizagem nos quais as reflexões possam ser estimuladas por meio de diálogos" (SKOVSMOSE, 2008, p. 63). Além disso, essas reflexões no contexto da EMC podem desafiar a ideologia da certeza atribuída à matemática e arraigada na sociedade. Isso aconteceu nas falas (2) e (8), quando os alunos desacreditaram nos dados da pesquisa.

Quanto às minhas reflexões como professora-pesquisadora, tive o cuidado de não convencer os alunos a aceitarem os dados da pesquisa, exercendo um controle sobre minha própria fala diante das repostas deles, pois, se eu me manifestasse poderia fazer com que os alunos mudassem sua opinião. Como mediadora do processo, provoquei discussões e reflexões em torno das respostas dos alunos, objetivando a construção do conhecimento reflexivo. Em vista disso, introduzi a seguinte pergunta:

> (9) **Professora:** Digam-me mais sobre o consumo de água e a conta de vocês.

Nesse momento, imperou um silêncio absoluto. Sendo assim, provoquei-os com mais uma pergunta, conforme podemos notar no diálogo a seguir:

> (10) **Professora**: Vocês acham justo o valor que vocês pagam na conta de vocês?
>
> [...]
>
> (13) **Mira**: Eu acho que deveríamos pagar a quantidade consumida. Minha casa fica fechada e tenho que ficar pagando uma taxa.
>
> (14) **Lis**: Lá no meu comércio pagamos o triplo.

> (15) **José**: Lá é assim, se eu gastar até seis metros cúbicos por mês eu pago setenta e quatro reais.
> (16) **Dan**: É porque comércio é mais caro. [...].

Podemos perceber nesse diálogo as inquietações da aluna na fala (13) sobre o preço que eles pagam nas contas de água, sugerindo que o valor a ser contabilizado na conta deveria se limitar ao que realmente foi consumido no mês. E nas falas (14), (15) e (16) percebemos a indignação dos alunos em relação ao valor que pagam em um comércio ou em uma residência. Essas discussões caracterizam o diálogo "como um processo envolvendo atos de estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular e desafiar" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 135) em um ambiente democrático, favorecendo a participação em discussões críticas (SKOVSMOSE, 2008).

Na função de professora-pesquisadora reflito que no momento que realizei a primeira pergunta e os alunos ficaram em silêncio, poderia dar a aula como encerrada, pois concluí que eles não estavam mais entusiasmados em participar da discussão ali proporcionada. Porém, percebi que eles estavam tímidos. Dessa forma, perguntei de um modo que os pudesse fazer participar, pois acredito que o termo "justo" na pergunta fez com que os alunos se sentissem incomodados, expressando sua opinião. Nessa intervenção, percebi que o professor precisa ter o cuidado com o silêncio dos alunos, pois não significa que eles não saibam responder à pergunta exposta.

Para Barbosa (2003), o professor é "orquestrador" das atividades, pois o papel dele é convidar os alunos a produzirem conhecimentos reflexivos. Esse convite precisa estimular os alunos a continuarem o debate e os motivarem cada vez mais a reflexão. Portanto, esse convite precisa soar como uma motivação, ao invés de servir como um comando ou imposição (SKOVSMOSE, 2008). Esse momento serviu de introdução para o segundo momento do desenvolvimento da atividade.

Reflexão entre o conhecimento matemático e a realidade

As discussões nesse momento geraram em torno do desenvolvimento das questões da atividade de MM, as quais proporcionaram aos alunos analisarem as contas de água da casa da professora e da sua residência. Sendo assim, orientei os alunos para o desenvolvimento da atividade, fazendo a leitura das questões e questionando como poderíamos desenvolver cada questão ali proposta, conforme podemos observar no fragmento abaixo:

> (18) **Professora:** Na casa da professora foi consumido quatorze metros cúbicos de água. Qual o valor pago? Aqui na tabela da frente tem explicando.

Os alunos se mantiveram em silêncio. Senti a necessidade de realizar outros questionamentos, como mostra o diálogo abaixo:

> (26) **Professora**: O que vocês pensam? Como vai ser calculado?
>
> (27) **João**: Professora, a gente pega esse sete e seis [7,06] e multiplica por quatorze?
>
> (28) **Professora**: Você acha que é assim?
>
> (29) **João**: Sete e seis vezes quatorze é igual noventa e oito.
>
> (30) **Dan**: Está errado.
>
> (31) **João**: Não é assim.
>
> (32) **Dan:** Não.
>
> (33) **Lu**: Aqui na tabela se consumir até dez metros, pago esse valor aqui [a aluna aponta para os dados da tabela].
>
> [...]
>
> (35) **José**: Então a cada mil litros que ele ultrapassar ela vai pagar sete reais e seis centavos.
>
> (36) **Tina:** Então temos que multiplicar até chegar a quatorze.

> (37) **Lu:** Então se ela gastar onze metros no caso ela vai pagar vinte e cinco e trinta [25,30] e mais sete reais e seis centavo. Se for para doze mais sete reais e seis centavos e aí vai.

Nesse momento, alguns alunos apresentaram dificuldades em realizar os cálculos como podemos notar na fala (27) e (29). Contudo, nota-se que houve a interação entre os alunos, um ajudando o outro para que todos compreendessem os cálculos, ficando explicito nas falas (30), (31), (32), (33), (35), (36) e (37). Outro momento identificado nesse diálogo foi o papel do professor nas mediações da tarefa, dando suporte nas discussões matemáticas, ficando evidente nas falas (25), (26) e (28).

Enquanto professora-pesquisadora notei que no momento que fiz o convite aos alunos para participarem da discussão, eles não se sentiram motivados. Segundo Barbosa (2009), a motivação e o interesse dos alunos são elementos favoráveis para a utilização da MM, além de facilitar a aprendizagem da matemática. Na verdade, fiz com que os alunos se sentissem convidados ao debate. A pergunta inicial não os convidou, por isso refiz a pergunta tentando direcioná-los para a tabela, na qual eles encontrariam os dados que os ajudariam a responder à questão.

Após essas discussões, indaguei os alunos sobre o consumo gasto por dia, como visto no diálogo a seguir:

> (58) **Professora:** Na casa dele cada pessoa consome quarenta e oito litros [...].
>
> (59) **Lis**: Tu gasta isso tudo na sua casa? Não está racionando água não.
>
> [...]
>
> (61) **Lis**: Gastando demais. Eu fico com minha casa fechada e pago o mesmo valor?
>
> (62) **Professora:** Porque tem uma taxa mínima. Se você não gasta nada ou gastar até dez metros cúbicos você vai pagar esse valor.

> (63) **Lis**: Então vou gastar água para continuar pagar esse valor. Porque eu economizo água e vem o mesmo valor.

O momento dessa discussão gerou questionamento sobre o racionamento de água, visto que uma das alunas questionou o colega sobre o seu consumo, pois ela considerou alta a quantidade de água consumida na casa dele por dia, como podemos observar nas falas (59) e (61). Percebemos também nesse diálogo que quando a professora explicou sobre o valor atribuído à taxa mínima, a aluna se questionou se é preciso racionalizar água, visto que pagaria o mesmo valor, como notamos na fala (63). Embora essa fala manifeste uma ação contra o meio ambiente e racionamento de água, também representa uma indignação por parte da estudante, pois, para ela, a instituição que compete a cobrança e medição realiza uma cobrança injusta.

Essa análise da situação real por meio da matemática provocou discussões que, para Barbosa (2009), abrangem os pressupostos utilizados na construção do modelo, os resultados e sua implicação na sociedade. Essas discussões acarretaram o desenvolvimento do conhecimento reflexivo por meio da análise da matemática na situação real, desenvolvendo a capacidade de discutir e argumentar os resultados matemáticos com base na situação do contexto social (BARBOSA, 2003).

Na função de professora-pesquisadora tentei fazer perguntas que pudessem questionar o porquê de cada passo ou o caminho percorrido. Dessa forma, fiz com que os alunos refletissem sobre os cálculos ali apresentados. Portanto, o professor precisar ter o cuidado ao questionar os alunos, de modo que não entregue de “bandeja” a resposta a eles, correndo o risco de perder o caráter investigativo e reflexivo da atividade. Vários momentos na aplicação da atividade tive que me conter para não fazer isso. Nesse sentido, Skovsmose (2008) acredita que a comunicação, os questionamentos e desafios são imprescindíveis para provocar reflexões.

Reflexão em torno da socialização

Nesse momento foram socializados os dados encontrados de tal forma que resultaram em discussões e, consequentemente, reflexões. Os alunos foram a lousa para socializar suas respostas. Enquanto professora, realizei perguntas para que os alunos buscassem argumentos que esclarecessem os resultados da atividade, o contexto social envolvido e o posicionamento dos alunos na sociedade. A fala da aluna a seguir retrata uma implicação social:

> (64) **Lu**: Professora, a gente pensa no bolso, mas também que a água do mundo está acabando. Muitas pessoas aí fora procuram uma gota de água para beber e não tem, porque a gente ver aí nos jornais, muita gente bebendo água da poça de chuva.

Nessa fala, a aluna demonstrou preocupação com o contexto social, não se preocupando apenas com valor que ela vai pagar com a conta de água, mas com as pessoas que necessitam dessa água e não possuem acesso. Nessa direção, a MM possibilitou a interferência na realidade dos alunos dando condições para os alunos participarem ativamente da estruturação da sociedade e a cidadania (BARBOSA, 2003). Atrelado a isso, Skovsmose (2008) aponta o desenvolvimento da EMC na medida em que a atividade pode favorecer a cidadania e a reflexão sobre a natureza crítica da matemática.

Outras discussões também aconteceram na socialização dos dados, as quais levaram a um questionamento em torno do consumo de água utilizado por pessoa na casa deles, conforme podemos observar no diálogo a seguir:

> (65) **Professora**: Observando a fatura da casa de vocês, qual a quantidade consumida por pessoa?
>
> [...]
>
> (69) **Professora**: Comparando o da casa dele com o da casa dela que tem a mesma quantidade de pessoas?
>
> (70) **Lia**: Ele gasta demais!

> [...]
>
> (73) **João:** Isso não significa que uma pessoa gaste quatorze litros de água é porque não gosta de tomar banho, não. Se você for escovar o dente e abriu lá a torneira e deixou lá ligado você vai gastar mais água.
>
> (74) **Professora:** O dele aqui gastou por dia sessenta e seis litros. E, só é ele em casa?
>
> (75) **João:** Só ele? Estou pagando por ele.
>
> (76) **Lia**: Desse jeito a gente vai ficar sem água.

Mediei essa discussão no grupo com objetivo de buscar respostas por meio de conceitos e procedimentos matemáticos, como podemos notar nas falas (65), (69) e (74). Podemos notar nas falas (70) e (75) o desenvolvimento do conhecimento reflexivo com a "finalidade de fomentar a reflexão em torno da aplicação da matemática e de seus efeitos no contexto em que é aplicado" (SKOVSMOSE, 2008, p. 65).

Araújo (2009) acredita que o desenvolvimento do pensamento crítico sobre o papel da matemática na sociedade e a análise dos modelos matemáticos é o pilar da perspectiva sociocrítica da MM que objetiva a construção do conhecimento reflexivo. As falas (73) e (76) evidenciam o desenvolvimento de um posicionamento crítico. A atividade de MM possibilita criticar questões sociais com base em argumentos matemáticos, potencializando a participação deles em tomadas de decisões coletivas, caracterizando o conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2003).

Ao desenvolver o conhecimento reflexivo, os alunos desenvolveram também a capacidade de aplicar conceitos matemáticos em diferentes situações e refletirem sobre essas aplicações. Minhas reflexões como professora-pesquisadora recaem sobre o papel do professor na condução de atividades dessa natureza, pois é preciso questionar os alunos de como eles conseguiram chegar ao resultado exposto e fazer com que eles reflitam e socializem. Dessa maneira, haverá benefícios para que meu ensino melhore, avaliando sempre minhas falhas e acertos.

Considerações finais

O objetivo, deste estudo, foi apresentar e analisar como os alunos desenvolveram, na sala de aula, o conhecimento reflexivo em um ambiente de MM, na perspectiva da EMC. Os resultados mostram que em diferentes momentos da aula, os alunos desenvolveram conhecimentos reflexivos, ao utilizarem a matemática como uma importante ferramenta para ler e compreender o mundo e a sociedade em que estão inseridos. Além disso, apontamos reflexões da professora-pesquisadora ao conduzir uma atividade dessa natureza.

Este estudo revela contribuições para o desenvolvimento de atividades MM na perspectiva da EMC, visto que a reflexão, a análise e a discussão geraram um ambiente de forte interação entre os estudantes, entre eles e a professora, visando o efetivo exercício da cidadania e da participação dos estudantes nas questões sociais. Os alunos passaram a ser o agente do próprio conhecimento, adquirindo o senso crítico que, muitas vezes, é cobrado não só em sua futura caminhada escolar, mas também na atuação na sociedade.

Em torno da discussão professor-pesquisador, espera-se, portanto, que esta pesquisa possa contribuir para ampliar os estudos no campo da Educação Matemática. Da mesma forma, esperamos que os resultados inspirem investigações em que os professores assumam também a função de pesquisadores e àquelas que tomem como foco o desenvolvimento do conhecimento reflexivo em ambientes de MM e/ou da EMC.

Referências

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. (Orgs.). **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. 2. ed., São Paulo: Pioneira, 2002, cap. 6-7, p. 129-178.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. ALEXANDRIA: **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v.2, n.2, p. 55-68, jul. 2009.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 160 p.

BACKES, L. H. **Professor Pesquisador.** Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/pesquisa/texto_Backes.pdf. Acesso em: 10 de maio de 2017.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais.**.. São Paulo: SBEM. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. A Dinâmica das Discussões dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006, Águas de Lindóia. **Anai**s… São Paulo: SBEM. 1 CD ROM

BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 26, p. 17-25, mar. 2009.

D'AMBROSIO, B. S.; D'AMBROSIO, U. Formação de professores de Matemática: professor-pesquisador. **Atos de Pesquisa em Educação** (FURB), v. 1, n. 1, p. 75-85, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas-SP: Autores associados, 2006. Cap. 4, p. 59-80.

FREITAS, W. S. **A matematização crítica em projetos de modelagem.** 2013. 261f. Tese (Doutorado em Educação, Conhecimento e Inclusão Social) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

JACOBINI, O. R. **A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004. 225f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p.17-34, 2008.

SILVA, A. G. O. **Modelagem Matemática:** uma perspectiva voltada para a Educação Matemática Crítica. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas-SP: Papirus, 2008.

TERES, S. L. L. **Em direção à Educação Matemática Crítica:** A análise de uma experiência de Modelagem pautada na Investigação e no uso da Tecnologia. 2014. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, 2014.

Operações com inteiros: um trabalho do PIBID na EJA

Luis Eduardo Silva Góes
Gilson Bispo de Jesus

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) é uma ação do Plano Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) que tem a finalidade de proporcionar a discentes de cursos de licenciatura, participantes do programa, uma aproximação com o cotidiano das escolas públicas de Educação Básica. Assim, por meio da atuação de estudantes de graduação em desenvolvimento de projetos nessas escolas, o PIBID atua no estímulo à docência e na valorização do magistério. Cabe destacar que esses projetos se destinam à aproximação da teoria da licenciatura à prática em salas de aula da rede pública de ensino, o que contribui para que os estudantes de licenciatura tenham contato com experiências metodológicas e práticas docentes de caráter inovador sob a supervisão de professores de escolas públicas (CAPES[20], 2008).

Na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) o PIBID foi iniciado no ano de 2010 e desde o seu início o curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Formação de Professores faz parte desse programa com pelo menos um subprojeto.

Destacamos que o subprojeto de Matemática buscou implementar ações de natureza investigativa, interdisciplinares, inclusivas e que respeitassem a diversidade. Dessa forma, estabeleceu parcerias com os atores escolares, não só levando propostas para contribuir com a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mas também dialogando com os docentes das escolas

20 Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

públicas parceiras para atender demandas surgidas a partir de dificuldades vivenciadas pelos seus alunos, que são identificadas por esses docentes. Dessa forma, entendemos que o PIBID contribuiu para criar condições para que houvesse maior integração entre a universidade e as escolas públicas de Amargosa, estabelecendo diálogos frutíferos e parcerias que podem ter resultado na qualidade da educação, sobretudo no processo de ensino e aprendizagem da matemática local.

Neste texto abordaremos uma experiência que vivenciamos por meio de um conjunto de intervenções de ensino realizadas em uma turma de Eixo V da Educação de Jovens e Adultos (EJA)– sobre as quatro operações básicas com números inteiros em uma das escolas públicas parceiras.

Destacamos que foi uma experiência bastante desafiadora, pois, enquanto professores e futuros professores tivemos que realizar uma readaptação de materiais para as especificidades do público da EJA e criamos um ambiente favorável para um processo de “reconstrução” desses conceitos pelos estudantes a partir de jogos e atividades que proporcionassem esse processo.

Proposta de intervenção

A demanda pelas intervenções foi pleiteada por uma das professoras supervisoras do subprojeto de Matemática, professora da escola pública que atua junto ao PIBID. Segundo relatos da professora, os estudantes apresentavam de maneira recorrente dificuldades em resolver questões envolvendo as quatro operações básicas (Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão) com Números Inteiros, apesar de estarem cursando o Eixo V da EJA, que corresponde ao 8º e 9º anos do Ensino Regular, ou seja, se espera que estudantes desses anos escolares já tenham superado essas dificuldades.

Para atender a essa demanda, primeiro aplicamos um teste de sondagem objetivando saber qual o nível de compreensão desses estudantes sobre o conteúdo, para que pudéssemos planejar uma proposta de intervenção mais eficiente. Após a aplicação do teste de sondagem, foi possível constatar que a professora supervisora nos encaminhou uma demanda pertinente, pois notamos que os estudantes apresentavam dificuldades em calcular o resultado de operações como (+3) – (–8), que entendemos ser um tipo de questão aparentemente simples, considerando o Eixo V da EJA.

Desta forma, para contribuir com a superação dessas dificuldades, em discussão nas reuniões do subprojeto decidimos utilizar parte do trabalho de Araújo et al. (2013), *Operações com números inteiros: jogos e atividades*, que está presente nos anais do XV Encontro Baiano de Educação Matemática (EBEM). Em seu trabalho Araújo et al. (2013) apresentam quatro atividades: o jogo *Subindo no Tobogã*, para a adição; o jogo *Bolinhas que se anulam*, para a subtração; a atividade *Menos vezes menos dá mais*, para a multiplicação; a atividade *Como dividir inteiros?,* para a divisão. Cabe destacar que o trabalho de Araújo et al. (2013) foi resultado de intervenções realizadas pelo PIBID da UFRB em subprojetos anteriores.

Como nas intervenções retomaríamos conceitos relativos às quatro operações básicas com números inteiros no contexto da EJA, notamos as potencialidades da atividade de adição com números inteiros, o jogo *Subindo no Tobogã*, devido ao seu caráter exploratório e investigativo e da atividade *Como dividir inteiros?*, referente a divisão com números inteiros. As outras atividades não foram utilizadas pois a intenção delas era de introduzir o conteúdo, subtração e multiplicação, o que não era o nosso objetivo, já que os alunos já tinham tido, em alguma medida, contato com o conteúdo. Avaliamos que um trabalho partindo do princípio que eles não conheciam o conteúdo poderia não ter o sucesso desejado.

Com relação ao uso de jogos como um recurso metodológico no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, a Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos (PCEJA) destaca que:

> Os jogos podem contribuir para o trabalho de formação de atitudes necessárias para a aprendizagem da Matemática, tais como enfrentar desafios, buscar soluções, desenvolver a argumentação, a organização do pensamento, a crítica, a intuição, a criação de estratégias (BRASIL, 2002, p. 30).

Corroborando com essa ideia, destacamos ainda que para o ensino de Matemática "o jogo pode representar uma simulação matemática na medida em que se caracteriza por ser uma situação irreal criada pelo professor ou pelo aluno, para (re)significar um conceito matemático a ser compreendido pelo aluno" (GRANDO, 2004, p. 19), além disso, com o recurso dos jogos é possível ter um espaço de construção do respeito mútuo entre os estudantes e da autoestima, o que corroborou para a escolha de iniciar o processo de intervenção com o jogo *Subindo no Tobogã*.

Como seria usado um jogo, fez-se necessário conhecer as características que são inerentes a ele, diante disso Kishimoto (1998, apud CASSIANO, 2009) afirma que os jogos possuem:

- → Regras: que podem ser explícitas ou implícitas, mas que devem ser respeitadas durante a realização do jogo.
- → Tempo e espaço: é necessário um local adequado para o jogo ser realizado, além disso, deve existir um número finito de jogadas, ou seja, o jogo precisa ter um fim.
- → Incerteza: faz parte dos jogos, ou seja, inicialmente não se sabe qual o rumo que o jogo tomará. Contudo, o fato de a incerteza fazer parte dos jogos, não implica que o vencedor seja aquele que tiver mais sorte. Um jogo em que a sorte é fator determinante, não é um bom jogo, pois a estratégia é que deve favorecer ao jogador a ganhar ou a perder.

As duas primeiras características são contempladas pelo jogo *Subindo no Tobogã*, já que, ele possui regras e tem um fim. Apesar de também contemplar a incerteza, pois não se sabe quem vai ganhar, é um jogo que depende de sorte, pois envolve resultados a partir do lançamento de dois dados, não sendo necessário traçar estratégias que favoreçam ganhar ou perder. Contudo, avaliamos ser um jogo adequado para os objetivos pretendidos.

Outro critério também usado para escolher esse jogo está relacionado aos diversos usos cabíveis a sua inserção no processo de ensino e aprendizagem. Corbalán (1996, apud GRANDO, 2004) sugere critérios para classificar jogos com finalidade educacionais que são:

- → Jogos Pré-Instrucionais: utilizados previamente para a aquisição dos conceitos e procedimentos. Trata-se de jogo para induzir um conceito antes de formalizá-lo.
- → Jogos Co-Instrucionais: utilizados quando se introduz conceitos e procedimentos para que se reforcem mutuamente os conceitos e a compreensão deles.
- → Jogos Pós-Instrucionais: utilizados para reforçar conhecimentos ou procedimentos já conhecidos há algum tempo e/ou para reforçá-los e atualizá-los.

Segundo esta classificação, o jogo *Subindo no Tobogã* pode ser classificado como co-instrucional, pois pode ser utilizado tanto para introduzir quanto para fixar o conteúdo, neste caso, adição com números inteiros. No que se refere ao uso de jogos no ensino das operações com números inteiros, vale destacar que eles servem não só para atribuir significado, mas também, para justificar as operações de adição e subtração (CAMPOS; PIRES; CURI, 2001), no nosso caso, apenas a operação de adição.

É importante destacar que para as demais operações, exceto a divisão, foram elaboradas um conjunto de atividades de sistematização buscando retomar o conceito de cada uma delas, uma vez que os estudantes já tinham visto o conteúdo em alguma medida. Diante disso, pretendemos aqui, discutir uma intervenção de ensino com as quatro operações com números inteiros numa turma de Eixo V (8º e 9º anos) da Educação de Jovens e Adultos.

Intervenção de ensino

Nosso objetivo com a intervenção de ensino era trabalhar as operações básicas com números inteiros, já que esta era uma dificuldade da turma, segundo relatos da professora supervisora. Dessa maneira, decidimos retomar o conceito de adição com números inteiros a partir do jogo *Subindo no Tobogã* e de atividades de sistematização que proporcionassem a retomada do conceito de subtração e multiplicação com números inteiros, sendo que nessa última seria construída a regra de sinais, e ao final a divisão com números inteiros com a atividade *Como dividir inteiros?*.

Como já pontuamos, antes de iniciarmos as intervenções na turma, foi aplicado um teste de sondagem para identificarmos em que nível os estudantes da turma de Eixo V da EJA estavam com relação ao conteúdo proposto pela professora supervisora para a intervenção de ensino. Vale destacar que todo o processo de intervenção durou oito aulas consecutivas de 45 minutos, exceto a aplicação do teste de sondagem.

Iniciamos a intervenção com o jogo *Subindo no Tobogã*, Figura 1, e para desenvolver a atividade proposta pelo jogo dispomos os estudantes em grupos de até quatro componentes. Cada grupo recebeu: um par de dados, sendo um branco e outro de cor diferente; um tabuleiro do jogo, que possui uma trilha que simula a reta numérica sendo zero o ponto de partida; e os peões.

Figura 1 –Tabuleiro do jogo *Subindo no Tobogã.*

Fonte: Acervo do Laboratório de Matemática UFRB/CFP (2020).

Araújo et. al. (2013) apresentam as seguintes regras para este jogo:

> o jogo precisa ter pelo menos dois jogadores, e recomenda-se que não tenha mais de cinco jogadores para que as partidas não sejam tão longas. O jogo de inicia com todos os "peões" partindo da casa zero e utiliza-se dois dados de cores distintas, uma cor define quantas casas o jogador irá subir e a outra cor define quantas casas o jogador irá descer. Se um jogador está na casa zero e tira, por exemplo, cinco no dado que define quantas casas ele irá subir, e três no dado que define quantas casas ele deverá descer, isso significa que o jogador deverá andar cinco casas para frente e três casas para traz, assim ao final dessa rodada (jogada) ele ficará na casa dois. O objetivo do jogo é chegar ao topo do tobogã (casa 10) e sempre que um jogador chegar na casa –10

> será eliminado da partida. Vence o jogador quem chegar primeiro na casa 10 ou o último jogador a permanecer no jogo (ARAÚJO et al., 2013, p. 7).

No nosso contexto o dado branco significava quantas casas o jogador iria subir e o dado de cor diferente quantas casas iria descer. Na primeira etapa o jogador/estudante tinha a possibilidade de contabilizar as casas que vai subir e descer para saber onde ficará o seu peão, já na segunda parte ele não poderia mais fazer essa contabilização, deveria criar uma estratégia mental (a operação) para posicionar o peão apenas na casa que ficaria ao final da jogada. Na Figura 2 é possível notar a participação dos estudantes durante a aplicação do jogo *Subindo no Tobogã*.

Figura 2 – Estudantes participando do jogo *Subindo no Tobogã.*

Fonte: Os autores (2020).

Em seguida, foi proposto aos estudantes uma atividade referente ao jogo, Figura 3, nesse momento alguns deles pensaram em consultar o tabuleiro do jogo para responder, porém não era desejável, já que o objetivo da atividade era levá-los a abstração. Vale destacar que a atividade iniciava se remetendo ao jogo e finalizava com questões de adições com números inteiros sem referência ao concreto. Dessa forma, esperávamos realizar uma transição do jogo para atividades em que esse pudesse ser descartado, contribuindo com o processo de abstração.

Figura 3 – Uma das questões da atividade referente ao jogo *Subindo no Tobogã.*

> 4º) Você se encontra nesta jogada na casa –7. Sabendo que na jogada anterior você retirou no dado que lhe permite subir o número 2 e o dado que lhe permite descer indicou o número 5. Então, em qual casa você se encontrava na jogada anterior?

Fonte: Araújo et al. (2013).

Foram feitas várias inferências durante o processo e discutimos de maneira coletiva todas as questões que compunham a atividade, julgamos o resultado satisfatório, pois tivemos a participação de todos os presentes e percebemos que boa parte conseguiu se libertar do jogo.

Durante a execução das atividades envolvendo as outras operações julgamos importante manter os estudantes em grupo, com o objetivo de incentivá-los a trabalhar com os colegas de classe e para favorecer a troca de informação entre seus pares, que é um ponto importante destacado pela PCEJA (BRASIL, 2002).

Na atividade de subtração com números inteiros, Figura 4, foi apresentada aos estudantes uma forma de interpretar o sinal de menos que antecedia os parênteses, mostrando que aquele sinal indicava *o oposto do valor que está no interior dos parênteses,* por exemplo a $(-2) - (-5) = -2 + 5 = +3$, ou seja, temos -2 e o oposto de -5 que é $+5$ e, a partir daí, como eles já dominavam a adição com inteiros foi possível avançar. Aqui cabe uma reflexão que fizemos em conjunto com o coordenador do subprojeto de matemática, a qual nos levou a pensar a respeito da importância de ter realizado um trabalho satisfatório com a adição, o que provavelmente poderia colaborar com o processo de subtração, que nada mais é que adicionar o número da primeira parcela com o oposto do número da segunda parcela.

Figura 4 – Uma das questões da atividade de subtração com números inteiros.

4) Elimine os parênteses e calcule:

a) $(+10) - (-23) =$

b) $(+20) - (+12) =$

c) $(-32) - (-5) =$

d) $(-27) - (-30) =$

Fonte: Os autores (2020).

Assim como na atividade anterior, fizemos algumas inferências e discutimos toda a atividade e dessa vez com muito cuidado, pois os estudantes estavam habituados a fazer uso das regras de sinais (utilizadas para a multiplicação com inteiros), que por vezes influenciavam de maneira equivocada no resultado das operações.

Na atividade de multiplicação com números inteiros, Figura 5, inicialmente os estudantes foram incentivados a reescrever a multiplicação como uma adição com parcelas iguais, por exemplo, $(+3) \cdot (+4) = (+4) + (+4) + (+4) = + 4 + 4 + 4 = 12 = +12$. Em seguida, foram apresentadas outras situações de multiplicação de fatores com sinais iguais e de fatores com sinais diferentes para que os alunos percebessem que para o primeiro caso, o produto seria positivo e para o segundo caso, negativo.

Figura 5 – Uma das questões da atividade de subtração com números inteiros.

Multiplicar (+4) . (+5) é o mesmo que 4 . (+5) = (+5) + (+5) + (+5) + (+5) = 5 + 5 + 5 + 5 = 20 = +20.

O mesmo vale quando temos (+3) . (+7) = ___ + ___ +___ = ___.

Vamos acompanhar as seguintes situações:

- (+3) . (–4) =
- (–2) . (+9) =
- (–4) . (–2) =

Com isso podemos afirmar que:

O produto de números com **sinais iguais** é ________________________.

O produto de números com **sinais diferentes** é ______________________.

Fonte: Os autores (2020).

Utilizamos alguns artifícios, como podemos ver no quadro da Figura 6, para resolver cada um dos casos e a partir daí (re) construímos as regras.

Figura 6 – Possibilidades respostas às situações propostas na atividade de multiplicação.

SITUAÇÕES	POSSIBILIDADE DE RESPOSTA
(+3) . (+7) =	3 . (+7) = (+7) + (+7) + (+7) = +21 = 21
(+3) . (–4) =	3 . (–4) = (–4) + (–4) + (–4) = –12
(–2) . (+9) =	– (+2) . (+9) = – [2 . (+9)] = – [(+9) + (+9)] = – (+18) = –18.
(–4) . (–2) =	– (+4) . (–2) = – [4 . (–2)] = – [(–2) + (–2) + (–2) + (–2)] = – (–8) = +8 = 8

Fonte: Os autores (2020).

Fazer com que os estudantes reescrevessem as multiplicações como adições com parcelas iguais foi um passo importante, pois eles se remetiam algumas vezes às atividades anteriores, como pode ser notado no segundo e terceiro itens do quadro da Figura 6, em que para resolver o produto final era necessário se remeter à interpretação do sinal de menos, apresentada na atividade de subtração.

Vale ressaltar que após essas discussões os estudantes resolviam as questões apenas com uso das regras de sinais. O caminho escolhido por nós, ao apresentar essa proposta de trabalho com a multiplicação com números inteiros se remete ao fato desses estudantes, em sua maioria, já apresentarem conhecimentos prévios sobre essa operação, ou seja, tínhamos que ajustar as ideias que eles já tinham aos nossos propósitos de aprendizagem.

A atividade *Como dividir inteiros?*, Figura 7, para construir as regras de sinais para a divisão com números inteiros parte do pressuposto que a multiplicação foi bem construída.

Figura 7 – Uma das questões da atividade de subtração com números inteiros.

Para encontrarmos o resultado da operação de **20** dividido por **4**, ou seja, (+20) : (+4), devemos buscar o número que multiplicado por +4 resulte +20. Logo, (+20) : (+4) = 20 : 4 = +5.

Com base nessa ideia, encontre o resultado das seguintes operações:

a) (+20) : (+5) =........, pois ....

b) (+30) : (–5) =........, pois ....

c) (–10) : (+2) =........, pois ....

d) (–40) : (–8) =........, pois ....

e) 0 : (+5) =.............., pois ....

O que você pôde observar no decorrer dessa atividade?

____

____

Fonte: Araújo et al (2013).

Assim como na atividade anterior, nesta atividade foram apresentadas situações de divisão em que dividendo e divisor tinham o mesmo sinal e sinais diferentes, sendo que no primeiro caso o quociente é um número positivo e no outro caso, um número negativo.

Em todas as atividades após o processo de retomada dos conceitos foram propostas atividades de fixação para que os estudantes pudessem se apropriar e pôr em prática os conceitos que estavam sendo abordados. Outro aspecto importante a se destacar diz respeito a participação ativa dos estudantes em todo o processo, que vai ao encontro à ideia de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) quando afirmam que a participação ativa do estudante é fundamental para a aprendizagem, pois o aprendizado acontece a partir do momento que ele mobiliza os seus recursos cognitivos para atender determinado objetivo, que no nosso caso foi o de retomar os conceitos das operações básicas com números inteiros.

Considerações finais

Buscamos aqui, apresentar uma das formas de trabalho proposto pelo subprojeto de matemática no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência da UFRB, ou seja, discutir uma intervenção de ensino com as quatro operações básicas com números inteiros numa turma de Eixo V da EJA. Inicialmente, fez-se necessário refletir a priori sobre o contexto em que foi realizada a intervenção de ensino, uma vez que, a rotina da EJA é totalmente diferente da rotina de uma turma de ensino regular, até pelo próprio público que ela comporta, além do estereótipo de que são estudantes "mais fracos" e "sem potencial". Dessa forma, ter apresentado a esses estudantes, atividades nas quais eles foram estimulados a serem protagonistas do processo de aprendizagem foi um ponto crucial, uma vez que eles "viam" os conceitos emergindo a partir das suas próprias ações e não do professor.

Além disso, a intervenção ocorreu numa turma que já havia visto o conteúdo em alguma medida, o que tornou todo o processo ainda mais enriquecedor, pois tivemos que desconstruir e em seguida reconstruir àqueles conceitos. Então foi proporcionado aos estudantes da EJA a experimentação, manipulação e formulação com o objetivo de que eles se apropriassem daquele saber, neste caso, as quatro operações básicas com números inteiros através de jogos e atividades que foram readaptados para essa situação.

Destacamos então o grande e enriquecedor desafio, desde o planejamento da proposta até a realização da intervenção de ensino. No contexto dessa turma de Eixo V da EJA, apresentou resultados promissores, que foram relatados pela professora supervisora, e mostraram também que independente do público é possível e válido realizar a "reconstrução" de um conceito que foi entendido de maneira equivocada ou que precise ser reforçado.

Por fim, julgamos pertinente destacar uma atitude rotineira nas nossas reuniões do subprojeto de matemática: a socialização, realizada sempre ao fim ou durante os processos interventivos que aconteciam. Momento importante, pois compartilhamos os acertos, erros e sugestões e que por sua vez acabam por contribuir de maneira significativa tanto para formação dos bolsistas, quanto das professoras supervisoras que faziam parte do subprojeto, além do coordenador.

Referências

ARAÚJO, J. S; JESUS, G. B; ALMEIDA JUNIOR, J; OLIVEIRA, V. B; SANTOS, S. F.. Operações com números inteiros: jogos e atividades. In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2013, Teixeira de Freitas. **Anais...** . Teixeira de Freitas, 2013.

BRASIL. Secretaria do Ensino Fundamental. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos:** segundo segmento do ensino fundamental – 5ª a 8ª série. vol. 3. Brasília: MEC/SEF, 2002.

COORDENAÇÃO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR (CAPES). **Pibid – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.** 2008. Disponível em: https://capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid . Acesso em: 19 maio 2020.

CASSIANO, M. **O jogo do NIM**: uma alternativa para reforçar o algoritmo da divisão no sexto ano do ensino fundamental. 2009. 154 f.

Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

CAMPOS, T. M. M; PIRES, C. M. C.; CURI, E. **Transformando a prática das aulas de matemática:** Textos Preliminares. 1 v. São Paulo: Proem, 2001.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

PONTE, J. P; BROCARDO, J; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 1.ed. 2ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

Equivalência, soma e subtração de frações: uma experiência

Jean Paixão Oliveira
Lucineide Almeida da Silva
Kátia Cristina Lima Santana

Este trabalho apresenta resultados de uma intervenção, no âmbito do Programa Residência Pedagógica vinculado a Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, realizada com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, no turno oposto às aulas regulares, numa escola pública Municipal na cidade de Amargosa-BA. A intervenção teve por objetivo construir com os alunos os conceitos de equivalência, soma e subtração de frações, por meio da manipulação da tira das frações e dos copos graduados.

O programa Residência Pedagógica (RP), instituído pela portaria nº 38, de 28 de fevereiro de 2018, tem por finalidade "[...] apoiar Instituições de Ensino Superior (IES) na implementação de projetos inovadores que estimulem a articulação entre teoria e prática nos cursos de licenciatura, conduzidos em parceria com as redes públicas de educação básica" (BRASIL, 2018, p. 1).

Considerando a finalidade do RP e a partir de observações realizadas pelos alunos da licenciatura em Matemática, bolsistas do programa, durante as aulas regulares na escola, surgiu a proposta de se trabalhar os conceitos de soma e subtração de frações com os alunos. Ainda no processo de observação, os bolsistas constataram que o professor regente, durante as aulas a respeito desses conceitos, utilizava a tira das frações como material ilustrativo, ou seja, apenas o professor manuseava o referido material manipulável. De acordo com Lorenzato (2006), durante as aulas que tem como plano de fundo o uso de Materiais Manipuláveis, é importante que os alunos tenham a oportunidade de manuseá-los, pois é a partir dessa interação que conceitos são construídos.

Diante do exposto, os bolsistas passaram a refletir acerca daquela situação e, apoiado nas ideias de Elias (2014), que propõe sequência de ensino com a utilização de jogos e Materiais Manipuláveis sobre o ensino de frações, propuseram ao professor realizar uma intervenção com vistas a construir os conceitos de equivalência, soma e subtração de frações, utilizando tiras de fração e copos graduados.

Para Lorenzato (2006), há uma diferença pedagógica entre uma aula em que o professor apresenta o assunto ilustrando-o com o material didático e uma aula em que os alunos manuseiam o matérial e, tendo por base o que é proposto pelas Diretrizes e Bases da Educação Nacional, sancionadas pela Lei N° 9.394 de 20 de dezembro de 1996 (LDB 9394/96), que determinam aos sistemas de ensino o compromisso de "prover meios para a recuperação dos alunos de menor rendimento" e aos docentes "estabelecer estratégias de recuperação para os alunos de menor rendimento" (BRASIL, 1996, p. 16), entendemos que a proposta dos alunos bolsistas vem ao encontro dessas duas proposições tanto no que se refere ao manuseio dos materiais por parte dos estudantes e não somente do professor, quanto à busca por estratégias e metodologias para atender as demandas e dificuldades que os estudantes apresentam com relação à temática.

Materiais Manipuláveis

Na tentativa de sugerir outras práticas de ensino de Matemática, além da tradicional, pautada em definição, exemplo e exercício, diversas tendências em Educação Matemática estão à disposição dos professores: Jogos, Tecnologias da Informação, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Materiais Manipuláveis, dentre outras. Durante a experiência apresentada neste trabalho, não buscamos propor comparações entre essas tendências, nem sinalizar as suas eficácias ou não. Defendemos o pensamento que direciona o planejamento do ensino de Matemática por meio de diferentes tendências metodológicas, possibilitando ao aluno mobilizar diversos caminhos para a construção de conceitos matemáticos.

A respeito do uso dos Materiais Manipuláveis, Nacarato (2005, p.3), baseada nos estudos de Matos e Serrazina (1996), definiu como “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia”. Corroborando com as ideias de Matos e Serrazina, Lorenzato (2006, p. 18), considera os Materiais Manipuláveis como sendo “instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”.

Assim, a calculadora, o ábaco, o dado, o material dourado, a tira das frações e os copos graduados, são exemplos de Materiais Manipuláveis, pois fazem parte de alguns dos recursos utilizados pelos professores durante os processos de ensino e de aprendizagem. Nesse sentido, os Materiais Manipuláveis podem tornar a aulas de Matemática mais dinâmicas, uma vez que possibilitam um caminho para a construção do conhecimento.

Contudo, Passos (2006) sugere que a simples manipulação empírica destes objetos pode não garantir uma aprendizagem com significado para os alunos. Reiteramos que o material manipulável não deve ser o único recurso utilizado para o trabalho com a Matemática na Educação Básica, mesmo que estes, segundo Turrioni (2004, p. 78), “auxiliam o aluno na construção de seus conhecimentos”, é preciso explorar outras possibilidades.

Na mesma direção, mas com referência ao papel do professor durante a utilização de Materiais Manipuláveis, Rêgo e Rêgo (2006, p. 54) sugerem alguns cuidados acerca de seu uso:

> i. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem o livremente);

ii. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;

iii. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo realizadas, conclusões e dúvidas;

iv. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;

v. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos q serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e

vi. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Nesse sentido, percebemos que ao valer-se do material manipulável para se trabalhar a Matemática, se faz necessário alguns cuidados, para que o mesmo não seja utilizado com um recurso sem conexão com o conteúdo. Para além do cuidado na escolha do material, é de fundamental importância que se tenha um planejamento detalhado das atividades e os passos a serem desenvolvidos; além do conhecimento, por parte do professor, do material a ser utilizado. Destacamos também o papel do professor no processo, este deve mediar (atuar como mediador) a comunicação entre os alunos ao usarem o material e a participação de todos, além de dispor de tempo necessário para que todos conheçam e se familiarizem com o material.

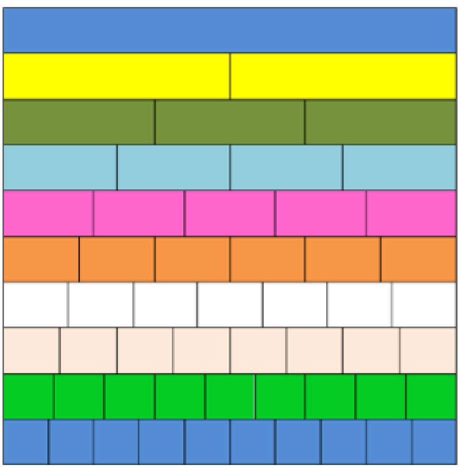
Como mencionado anteriormente, a falta de alguns cuidados pode transformar o material manipulável em apenas um passatempo, sem conexão com o conteúdo e sem contribuições para a aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, Nacarato (2005, p. 3) apresenta que um dos elementos que dificultam a aprendizagem, com base em Materiais Manipuláveis, diz respeito a sua não relação com os conceitos que estão sendo trabalhados.

Assim, pontuamos o quão importante é trabalhar com múltiplas possiblidades, isto é, diferentes Materiais Manipuláveis tendo em vista a aprendizagem do aluno e a compreensão das ideias e conceitos matemáticos. Além disso, vale ressaltar que o trabalho com múltiplas possibilidades inclui os jogos, a resolução de problemas, a investigação matemática e outras.

A tira das frações

O material manipulável, tira das frações, tem por objetivo fazer com que os estudantes entendam o significado de fração, frações equivalentes e perceber a importância da utilização das frações equivalentes para somar ou subtrair frações. O material necessário são as tiras das frações coloridas e cortadas. A Figura 1 representa o material manipulável.

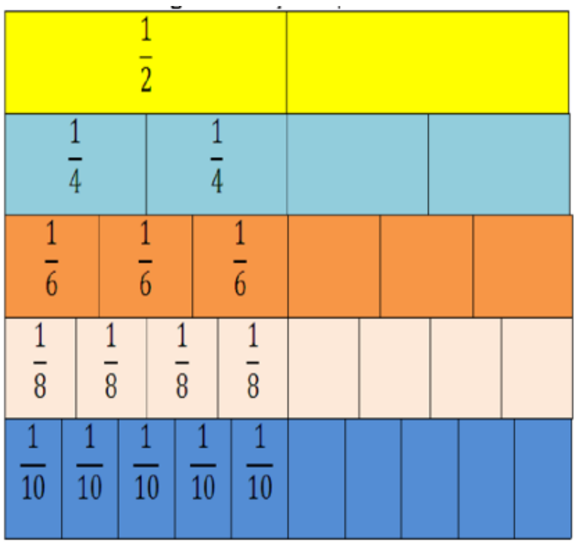
Figura 1 – Tira das Frações.



Fonte: Elias (2014).

De posse do material, o aluno consegue compreender a fração como parte de um todo por meio de questionamentos do tipo: em quantas partes iguais a tira azul foi dividida? O professor deve estimular os estudantes a observarem, o que acontece quando se divide a tira em mais pedaços? Quantas partes de cor marrom[21] são necessárias para formar uma parte de cor amarela por exemplo. Tais questionamentos dará aos estudantes a ideia de fração como parte de um todo e identificação de frações equivalentes. É possível também, se necessário, solicitar que os alunos sobreponham as tiras, como podemos observar na Figura 2, as tiras correspondentes às frações equivalentes: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$.

Figura 2 – Frações Equivalentes.



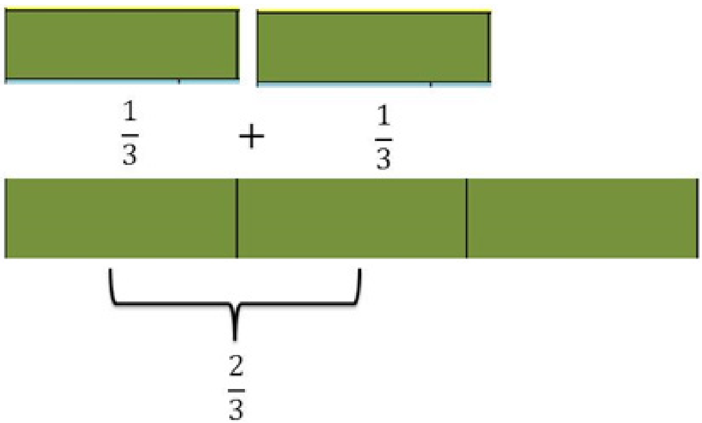
Fonte: Elias (2014).

O auxílio do material, por meio da sobreposição das tiras, pode favorecer aos estudantes à construção dos conceitos de frações equi-

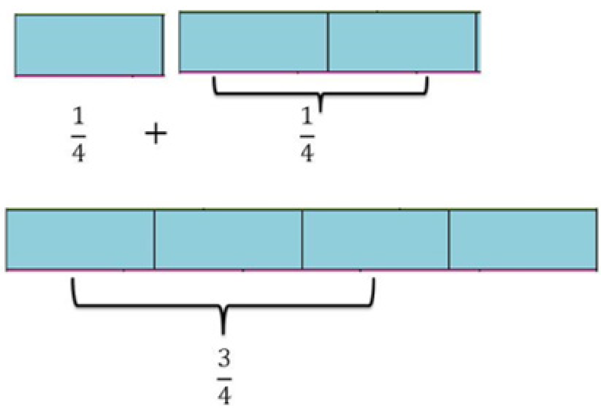
21 As cores das tiras podem variar de acordo ao material.

valentes, que são essenciais para a aprendizagem das operações de soma e subtração de frações. A partir dos conhecimentos construídos sobre frações equivalentes os estudantes serão convidados a somar e subtrair frações, inicialmente com denominadores iguais (ver Figura 3), em que os estudantes operam com numeradores e denominadores iguais e posteriormente com numeradores diferentes e denominadores iguais, mas ambos, operando com figuras de mesma cor.

Figura 3 – Soma de frações com denominadores iguais.



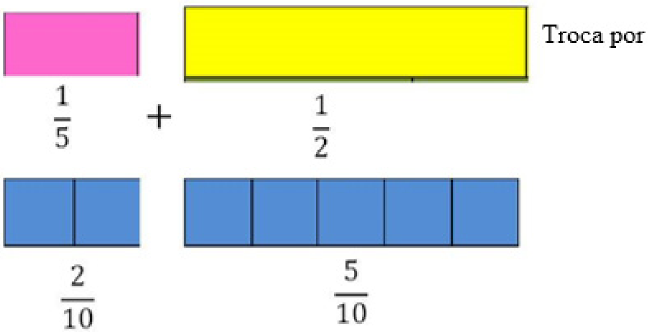
- Depois com denominadores iguais e mineradores diferentes:



Fonte: Elias (2014).

Seguindo, os estudantes deverão efetuar cálculos, envolvendo frações, com denominadores diferentes. Nesse momento, é fundamental que os estudantes busquem nas tiras, as frações que correspondem às quantidades com mesmo denominador, como podemos ver no exemplo da Figura 4.

Figura 4 – Soma de frações com denominadores diferentes.

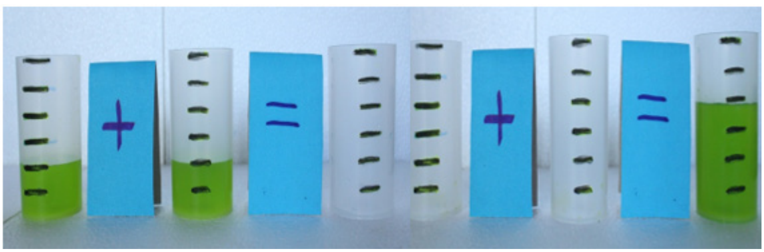


Fonte: Elias (2014).

Os copos graduados

Os copos graduados têm por objetivo trabalhar com os estudantes a ideia de fração como parte do todo, identificar as frações equivalentes e comparar frações. A Figura 5 representa o material manipulável.

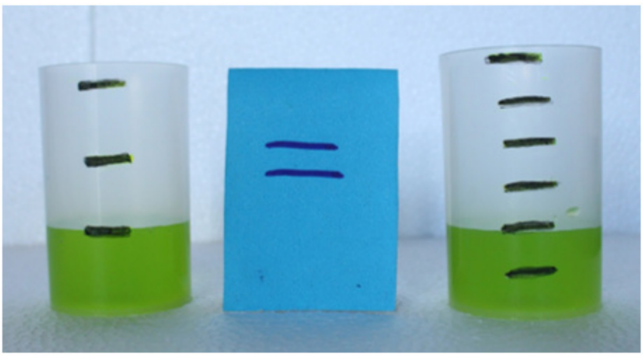
Figura 5 – Copos Graduados.



Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Para esse trabalho é necessário que os copos graduados sejam todos do mesmo tamanho, e com o auxílio de água colorida, para uma melhor visualização, (usar corantes coloridos) pedir que os estudantes manuseiem a água entre os copos e percebam, por exemplo, que as frações 2/6 e 1/3 são equivalentes, visto que a água utilizada para atingir a marca de 2/6 foi a mesma quantidade usada para atingir a marca de 1/3, como podemos observar na Figura 6.

Figura 6 – Frações Equivalentes.



Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

O processo para soma e subtração de frações com denominadores iguais ou diferentes é análogo à tira das frações, o exemplo segue da Figura 5.

Estrutura da intervenção

O planejamento da intervenção de ensino se deu da seguinte forma: foi desenvolvida ao logo de 3 horas/aulas, com os alunos do 7° ano do Ensino Fundamental de uma escola situada no município de Amargosa-BA, turno matutino, a intervenção foi pensada em quatro momentos, a saber: (i) apresentação e explanação do conteúdo; (ii) resolução de exemplos; (iii) vivência do material manipulável e resolução de atividades propostas; e (iv) validação dos resultados. Objetivou discutir os conceitos de equivalência, soma e subtração de frações por meio de atividades que requisitaram o uso de Materiais Manipuláveis, a saber: tira das frações e copos graduados. Mostraremos a seguir a forma como planejamos cada momento da intervenção e, posteriormente, faremos o relato de como foi desenvolvido na prática.

No primeiro momento, apresentação e explanação do conteúdo, foi constituído da apresentação dos alunos bolsistas que iriam conduzir a intervenção, dos estudantes do 7º ano presentes e apresentação do material a ser utilizado. Seguindo da explicação do conteúdo abordado na intervenção, por meio de definição e exemplos. O segundo momento é destinado à resolução de alguns exemplos, utilizado o material manipulável e a lousa, relacionados aos assuntos. Os exemplos envolvem situações contextualizadas relacionadas à equivalência, soma e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes. Esse momento será abordado de forma expositiva, em que os bolsistas apresentam um exemplo e propõem que a resolução seja com a participação dos alunos, inicialmente utilizando o material manipulável e, posteriormente, na lousa, por meio do cálculo algébrico.

No terceiro momento, os alunos serão convidados a se dividirem em duplas. Em seguida, será distribuído para cada dupla, o material manipulável a ser utilizado e as atividades propostas. Inicialmente atividades sobre equivalência de frações, usando a tira das frações, e em seguida atividades sobre soma e subtração de frações, usando os copos graduados. As tiras das frações serão entregues impressas, para que os estudantes possam recortar, já vivenciando o material. Os copos graduados serão entregues já com as devidas medidas, visto que o tempo não seria suficiente para os alunos construírem no decorrer da intervenção. Os alunos terão um tempo para vivenciar o material e, posteriormente resolver as atividades, que serão corrigidas no momento seguinte.

O quarto momento é destinado à discussão sobre as atividades, apoiando-se nos dois materiais utilizados em sala para a validação das respostas, a saber: a régua das frações e copos graduados. Esses quatro momentos configuram o planejamento da intervenção proposta. No próximo tópico, relatamos o modo como a atividade foi realizada.

Relato

Com base nos conteúdos *frações equivalentes* e *adição e subtração de frações*, trabalhados em sala de aula e nas dificuldades em relação a eles, foi elaborada esta intervenção que teve por objetivo compreender as noções de frações equivalentes bem como reconhecer e desenvolver a adição e subtração de frações. A elaboração desta intervenção, aconteceu por meio de adaptações em duas sequências de ensino propostas por Elias (2014), que discutem conceitos de frações.

O desenvolvimento da intervenção se deu por meio de uma sequência de atividades. À medida que os estudantes realizavam o que era solicitado durante a atividade, utilizando o material manipulável, eles faziam um paralelo com o que tinham visto durante as aulas de Matemática, no turno regular.

A utilização do material na resolução das atividades chamou bastante atenção dos alunos, desde o início da intervenção, sendo um diferencial que os instigou a questionar e participar do que foi proposto, possibilitando que eles investigassem, compreendessem e assimilassem o que havia sido discutido em sala e no decorrer da intervenção e o que eles estavam desenvolvendo naquele momento.

Durante o desenvolvimento da atividade, foi possível perceber que os estudantes apresentavam dificuldades em questões relacionadas à simplificação de frações, mas, à medida que eles resolveram as questões e utilizavam os Materiais Manipuláveis, notavam que havia uma assimilação do conteúdo dado com o que estava sendo desenvolvido. Na socialização, foi possível perceber através da participação deles que, conseguiram compreender as ideias matemáticas envolvida na atividade.

No primeiro momento, foi realizada a apresentação da intervenção. Nele explicamos que as questões seriam resolvidas com a utilização do material manipulável, régua das frações e os copos graduados. Esse momento foi importante para criarmos um espaço de convivência entre alunos (estudantes do 7º ano) e bolsistas (estudantes da licenciatura). Posteriormente, os bolsistas realizaram uma explicação do conteúdo equivalência, soma e subtração de frações. Os alunos ali presentes já tinham conhecimentos básicos sobre frações.

No segundo momento, os bolsistas, colocaram na lousa alguns exemplos e resolveram com a ajuda dos Materiais Manipuláveis para que os alunos pudessem compreender melhor a sua utilização. Este momento foi importante, pois permitiu que eles compreendessem como poderiam resolver as questões que foram propostas no momento seguinte.

No terceiro momento, os alunos foram convidados a se dividirem em duplas e realizarem a solução das atividades sobre equivalência, utilizando a régua das frações como suporte e soma e subtração de frações, usando os copos graduados. Destacamos que estavam presentes alunos das turmas A e B, e que no momento de criação das duplas foi solicitado que houvesse participantes de membro da turma A e outro da B, objetivando uma maior interação entre as turmas. Durante a resolução das atividades os bolsistas estavam dando o apoio necessário aos alunos. Nesse momento os alunos explicaram como responder a atividade utilizando os recursos dados e de forma algébrica. Essa etapa da intervenção permitiu que os alunos construíssem o seu próprio conhecimento, sobre equivalência de frações, utilizando diferentes estratégias para resolver a tarefa, relacionando assim o uso do material manipulável e o registro algébrico para uma mesma situação proposta.

Destacamos que durante a realização de toda a intervenção estivemos sempre circulando na sala tirando dúvidas sobre a atividade, instigando os alunos a descobrir qual caminho seguir e a responder usando o material e a forma algébrica, como visto em sala. Além disso, estimulando a verificação dos resultados auxiliando assim no seu processo de aprendizagem.

No quarto momento, ocorreu a correção e socialização dos resultados das atividades, em que cada dupla utilizou material manipulável para, na prática, resolver uma das questões. Os alunos socializaram como fizeram para chegar à resolução, por meio do material manipulável e, na sequência, como resolveram por meio do método algébrico. Dessa forma, na socialização, os estudantes foram à lousa mostrar como resolviam a mesma questão utilizando o registro algébrico, para reafirmar o resultado encontrado com a utilização do material. Para, além disso, os alunos realizam uma avaliação oral da intervenção realizada.

Durante esse processo foi possível explicitar as dúvidas em relação aos dois modos de conduzir a atividade, seja com a manipulação do material, seja com o registro algébrico e a relação entre os dois.

Considerações finais

A sala de aula é um espaço multicultural, com alunos que aprendem em tempos diferentes e de formas diferentes. Com isso, faz-se importante que o professor busque diferentes metodologias para ser trabalhada em sala, dentre elas, sugerimos nesse trabalho o uso de dois Materiais Manipuláveis, mas destacamos a importância do professor conhecer o material didático, suas limitações e possibilidades.

Desse modo, a escolha de uma atividade utilizando o material manipulável foi importante, pois possibilitou que os alunos pudessem manusear o material para a resolução das questões, favorecendo sua aprendizagem por meio da aplicação da teoria, vista em sala de aula, na prática. Desta maneira, permitindo a compreensão do conteúdo matemático abordado.

Os alunos participaram ativamente da intervenção utilizando o material manipulável com curiosidade e mostrando interesse em resolver as questões, estando assim ativos durante todo o desenvolvimento da atividade. Destacamos aqui a importância da realização de atividade com esse tipo de material, pois estimula a curiosidade e também favorece a aprendizagem dos alunos.

Concluímos que os Materiais Manipuláveis utilizados na intervenção podem contribuir na aprendizagem dos alunos, tornando a aprendizagem mais prazerosa e com maior significado.

A realização dessa intervenção, em sala de aula, contribuiu de forma significativa no nosso processo de aprendizagem enquanto futuros docentes. A aula do professor regente, usando como recurso a ilustração com o material manipulável, nos trouxe uma provocação sobre a necessidade da elaboração de uma intervenção que colocasse os alunos como sujeitos ativos no processo de aprendizagem, reflexão importante para a nossa formação inicial, enquanto estudantes de Licenciatura e bolsista do Programa Residência Pedagógica. Essa experiência contribuiu para a nossa formação, pois nos permitiu uma ampla visão da sala de aula provocando-nos reflexões e aprendizagens sobre o contexto escolar.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Lei de Diretrizes e Bases daEducação Nacional. **Diário Oficial da União**. Brasília: 1996. Disponível em: http://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf Acesso em: 21 mai. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Portaria CAPES nº 38, de 28 de fevereiro de 2018. **Diário Oficial da União**, Brasília. 2018. Disponível em: https://www.semesp.org.br/legislacao/portaria-capes-no-38-de-28-de-fevereiro-de-2018/. Acesso em 21 de mai. de 20-20.

ELIAS, M. R. C. S. Unidade Didática. **Frações:** Trabalhando a Contextualização. SEED/PDE. Foz do Iguaçu – Paraná. 2014.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In LORENZATO, S. (org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3 – 38.

PASSOS, C. L. B. Materiais Manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In LORENZATO, S (org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77 – 92.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro o concreto. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo- SP , v 9, n 9-10, p. 1-6, (2004-2005). Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4291874/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf. Acesso em: 21 mai. 2020.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In LORENZATO, S.. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39 – 56.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. 165 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2004. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91124. Acesso em: 20 mai. 2020.

O uso do Tangram no ensino de geometria para surdos

Laina Souza Costa
Salvador Cardoso Silva Muniz
Thaine Souza Santana

O presente capítulo trata-se de um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso desenvolvido pela primeira autora desta pesquisa no Centro de Formação de Professores (CFP), da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Esta pesquisa coloca lentes sobre a perspectiva inclusiva em práticas pedagógicas para o ensino de Matemática, em particular de alunos surdos.

É fácil notar, a partir das leituras atuais, que, historicamente, com a implementação da Educação Inclusiva tivemos muitos avanços no que diz respeito a esta política pública. No entanto, Silva e Domenico (2014) defendem que embora a educação inclusiva esteja sendo discutida por pesquisadores e governantes, em termos práticos ainda temos muito o que avançar, pois os professores que atuam nas instituições não estão, na maioria das vezes, capacitados para o desenvolvimento de tal aspecto, visto que, ainda há um abismo muito grande entre as Leis em vigor e as condições de ensino desses estudantes.

Ao refletir sobre o contexto da Educação Inclusiva, esta tem sido um desafio para os professores da Educação Básica e Superior. Nesta direção, Dias e Oliveira (2018) apontam que é importante propor mudanças nos cursos de formação inicial, assim como criar e manter espaços de formação continuada nos contextos escolares que abordem sobre a inclusão e a heterogeneidade para então almejarmos uma educação que promova verdadeiramente a inclusão no ambiente da sala de aula.

Muniz (2018) acredita que é necessário compreendermos que a camada escolar precisa se atentar para as demandas da educação inclusiva, sejam em suas práticas educativas, avaliativas e em seu currículo. Dessa forma, espera-se que a escola como um todo a sensibilize sobre a necessidade de reformular seu sistema educativo na perspectiva de atender todos os alunos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) tem proposto o desenvolvimento de currículos diferenciados e adequados, cujo objetivo é atender as diversidades sociais encontradas no contexto escolar. Além disso, a BNCC reafirma seu compromisso de tentar mudar o cenário da exclusão, pois, eles reconhecem a necessidade de práticas pedagógicas inclusivas e de diferenciação curricular, em que deficiente é o sistema que não se adequa às pessoas com deficiência (BRASIL, 2017).

É perceptível o reconhecimento da necessidade de práticas pedagógicas inclusivas por parte dos órgãos oficiais, porém, indicações que deem suporte ao trabalho do docente em sala de aula ainda se constituem como uma limitação nestes documentos. Vale destacar os esforços do campo de pesquisa em discutir e indicar caminhos de como trabalhar a Matemática na perspectiva inclusiva (SILVA, 2017).

Como este trabalho tem como foco investigar as contribuições do material manipulável Tangram na compreensão do conteúdo de área de figuras planas por uma aluna surda de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, a seguir, de maneira mais específica, discutiremos sobre a surdez e o ensino da Matemática.

Surdez e materiais manipuláveis

A lei Nº 10.436 do Art. 2º, enfatiza que para os fins deste Decreto, considera-se pessoa surda, o sujeito que, por ter perda auditiva, compreende e interage com o mundo por meio de experiências visuais, manifestando sua cultura principalmente pelo uso da Língua Brasileira de Sinais (Libras). Desse modo, percebe-se que a definição de surdo é reforçada através da sua cultura, pois há entre os surdos uma cultura pela qual Perlin (1998) descreve que é através das suas experiências visuais e culturais que eles compreendem melhor o mundo. É preciso compreender o sujeito surdo e a sua heterogeneidade inerente de todo ser humano, o que o torna diferente de outros surdos, do mesmo modo como cada ouvinte tem as suas particularidades. É interessante compreendermos isso para entender que cada surdo possui maneiras diferentes de assimilação e aprendizagem.

Desse modo, Costa, Sales e Mascarenhas (2013) dizem que as dificuldades vivenciadas pelos surdos na compreensão do conteúdo de Matemática se dão por vários fatores, no entanto os três principais são: a linguagem matemática, as posturas tradicionais do professor e a falta de domínio da língua de sinais.

Ao refletirmos sobre as dificuldades vivenciadas pelos surdos durante as aulas de Matemática, para que haja uma aprendizagem de qualidade, o professor deverá desenvolver uma prática de ensino que busque atender as necessidades específicas desses alunos, pois o docente tem um papel fundamental na disseminação do conhecimento.

Corrêa e Souza (2017) enfatizam que se os alunos surdos não fizerem uso de suas habilidades naturais, pode haver dificuldades em sua capacidade de resolver problemas matemáticos. Assim, para que possam desenvolver uma aprendizagem matemática, a utilização de propostas pedagógicas que buscam o concreto e o visual, o manipulável se constitui como uma oportunidade. Deve-se considerar, portanto, abordagens no ensino da Matemática como, por exemplo, jogos matemáticos, *softwares* educacionais e materiais manipuláveis. Todas elas com grande capacidade visual-espacial que podem ajudar os alunos surdos a terem mais sucesso com a disciplina. Porém, é importante evidenciar que as aulas tradicionais ainda são importantes, sendo os recursos e materiais, complementos pedagógicos.

A partir disso, neste trabalho, discutimos sobre o material manipulável. Segundo as ideias apresentadas por Morás (2017), a utilização deste recurso poderá instigar os alunos surdos e ouvintes ao raciocínio para que ocorra a transição da compreensão do material para o conhecimento abstrato durante a abordagem do conteúdo matemático. Nesta direção, Oliveira (2005) aponta que devido os surdos se comunicarem através da língua de sinais, para que haja uma compreensão desses sujeitos sobre o que está sendo ensinado pelo docente, faz-se necessário o uso de abordagens apoiadas em recursos visuais.

De acordo com Reys (1971, apud NACARATO, 2005, p. 3), os materiais manipuláveis são "objetos ou coisas que o estudante é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia". Jesus (2013) destaca que a utilização destes recursos pode motivar os alunos contribuindo para uma melhor aprendizagem.

Nesse sentido, entendemos que o material manipulável é um recurso favorável ao ensino e aprendizagem de alunos surdos, entretanto, a realidade da educação inclusiva ainda é muito distante do que pode ser considerado ideal, assim, torna-se urgente a construção de novos materiais para o ensino a alunos com deficiência, de forma a incluí-los efetivamente no ensino regular (SILVA; DOMENICO, 2014). Na pesquisa discutida por Silva e Domenico (2014), são apresentados alguns materiais construídos para o ensino de geometria, tais como o "geoplano" e a "circunferência dos ângulos", ou seja, ainda que a escola não disponibilize recursos para o trabalho do professor, se a formação inicial e/ou continuada dos professores tiver uma perspectiva voltada para a inclusão, ele poderá produzir seus próprios materiais para trabalhar em sala de aula, os quais poderão ter implicações na aprendizagem dos alunos surdos e ouvintes.

Corroborando sobre a utilização de materiais manipuláveis no ensino da geometria com alunos surdos, Lima, Araújo e Sales (2016) percebem que, por meio da interação com as peças do Tangram[22] (Figura 1), os alunos surdos poderão desenvolver competências, sendo elas: perceber, compreender, praticar, remontar, sobrepor, analisar, corrigir e pensar matematicamente a solução ou o entendimento de um raciocínio geométrico.

Figura 1 – Tangram.

Fonte: Parmeggiani (2019).

Gemaque e Sales (2014) também defendem que o material pode ser um instrumento que auxilia os professores para introduzir os conceitos geométricos de maneira desafiadora e agradável. Dessa forma, compreendemos que as potencialidades do Tangram são inúmeras, das quais é possível indicar contribuições tanto para o professor quanto para os alunos. Com base nisso, na tentativa de proporcionar ao professor fer-

22 Tangram é um antigo jogo chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos por meio de 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo).

ramentas que possam contribuir na compreensão dos alunos surdos sobre o conteúdo de área de figuras planas, investigamos como o material manipulável Tangram pode contribuir na aprendizagem deste conteúdo por uma aluna surda.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa, pois a problemática a ser investigada requer uma participação ativa do pesquisador para realização de uma análise descritiva dos dados que serão coletados. Segundo Lüdke e André (1986), neste tipo de abordagem, durante o procedimento da coleta de dados, o investigador é minucioso em sua investigação para que possa adquirir dados que proporcionem resultados acerca de sua questão norteadora.

A pesquisa foi realizada no contexto da sala de aula em que foi desenvolvida uma atividade exploratória através do uso do Tangram em uma turma do 9º ano, anos finais do Ensino Fundamental, contendo alunos do sexo feminino e masculino. Dentre eles uma aluna surda para a qual direcionamos um olhar mais cuidadoso durante a investigação, visto que um dos objetivos principais foi identificar as contribuições que o material poderia proporcionar na aprendizagem dessa aluna.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram realizadas observações da turma, em que o objetivo era conhecer o perfil dos alunos, bem como a interação da aluna surda com o professor e os demais colegas durante as aulas. Em seguida, foi realizada uma entrevista com o professor da turma no intuito de conhecer o seu perfil e dos sujeitos envolvidos na pesquisa, bem como a opinião a respeito da interação da aluna surda durante aulas.

Buscamos também observar a dificuldade da aluna em compreender os conteúdos da disciplina, se ela utilizava os materiais manipuláveis e por fim, dialogamos sobre a possibilidade do desenvolvimento de uma atividade que poderia contribuir para a aprendizagem da aluna surda e dos ouvintes sobre o conteúdo de área de figuras planas através do uso do manipulável Tangram.

A atividade desenvolvida foi elaborada no subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), é importante salientar que, inicialmente, esta não havia sido elaborada levando em consideração a aprendizagem dos alunos surdos. No entanto, para realização da pesquisa fizemos adaptações na parte introdutória da atividade, visto que, antes dos ajustes, na primeira questão era apresentada a fórmula da área do quadrado de maneira expositiva e a partir disso os alunos por meio da manipulação e visualização do Tangram poderiam conjecturar nas questões seguintes a respeito da fórmula do cálculo de área do paralelogramo e triângulo. É válido destacar que durante as observações foram entregues aos alunos um termo de consentimento e responsabilidade que seus pais ou responsáveis deveriam ler e assinar.

Análise dos dados e discussões

As falas transcritas aqui em relação a Érica (pseudônimo utilizado para a aluna surda), refere-se às traduções feitas pela intérprete referente ao que a aluna comunicava por meio da língua de sinais. Todos os nomes apresentados, nesta análise, são fictícios.

A interação entre aluno surdo - aluno ouvinte – professor, por meio da utilização do Tangram promovendo a compreensão do conteúdo de áreas.

A princípio buscamos investigar a compreensão dos alunos sobre a área de figuras planas, conteúdo que deveria ter sido abordado em anos letivos anteriores, porém ao fazer o questionamento sobre o que eles compreendiam a respeito do assunto, percebi que apenas alguns deles tinham um prévio conhecimento.

Em seguida, a pesquisadora principal (primeira autora), denominada Professora Pesquisadora (PP), mostrou as peças do material manipulável Tangram e realizou alguns questionamentos introdutórios. Com isso através do Tangram, explicou aos alunos o que seriam os lados e a área dessas figuras. Observe o diálogo abaixo:

> **PP**: [...] Então o que seria polígono, gente? Polígono nada mais é do que as figuras planas, prestem atenção aqui, a exemplo eu trouxe um material manipulável chamado de Tangram que contém algumas figuras geométricas planas. Quem aqui sabe que figura é essa? [a professora mostra aos alunos cada peça do Tangram e solicita que eles respondam qual a nomenclatura da figura que ela estava segurando]
>
> **Maicon**: quadrado.
>
> **Érica**: triângulo.
>
> **PP:** Isso, turma, observem aqui o material, esses lados chamaremos de segmentos. E essa parte interior a linha poligonal é a área do polígono. Observando aqui esse triângulo vocês sabem me dizer onde ficam os segmentos?
>
> **Ana**: nas laterais.
>
> **PP**: A aluna Érica concorda?
>
> **Érica**: Sim, são as laterais.
>
> **PP:** E a área?
>
> **Érica:** no meio [aponta para parte interior do manipulável referente ao triângulo].
>
> **PP:** A turma concorda com Érica?
>
> **Alunos:** Sim, professora.
>
> **PP:** Isso, a área é a região interior do polígono.

Com isso, acredita-se que essa prática desenvolvida através da utilização do material contribuiu para a interação da aluna surda durante a aula, pois o uso das peças do Tangram mostrou aos alunos onde se localizam os segmentos e a região poligonal da figura geométrica plana. Desse modo, foi possível estabelecer uma interação da aluna surda com a PP, motivada pelo uso do material na explicação.

É importante salientar que através de algumas observações das aulas ministradas pelo professor regente da turma, nota-se que

Érica em geral tentava esclarecer suas dúvidas com a intérprete, o que pode "dificultar" a interação da aluna com os demais colegas e até mesmo com o professor da turma. Entretanto, o uso do material manipulável para o ensino do conteúdo, parece ter favorecido para que Érica participasse esclarecendo suas dúvidas com o PP, conforme as ideias apresentadas por Lima, Araújo e Sales (2016).

É válido destacar também, que a PP, a princípio, não caracterizou as respostas apresentadas pelos alunos como certas ou erradas, pelo contrário, ela permitiu que os alunos expressassem suas opiniões acerca do que eles compreendiam sobre área.

Destacamos também a importância de o professor refletir em que medida o manipulável poderá trazer contribuições para a aprendizagem, seja na promoção da interação durante a abordagem do conteúdo, no desenvolvimento cognitivo, ou na compreensão do conteúdo que está sendo ensinado.

Dando segmento a atividade, posteriormente, foi solicitado que os alunos encontrassem imagens de objetos do "dia a dia" que tivessem os formatos das peças contidas no Tangram. Observe as falas abaixo:

> **Rebeca**: O Tangram tem três figuras diferentes.
> **TILS**[23]: Então já que temos três formatos, logo cada um escolhe uma figura e procura os objetos [...].
> **Érica**: O triângulo tem formato do telhado da casa [mostra à colega e à interprete o objeto que se assemelha ao formato do triângulo].
> **TILS:** essa tem formato de qual figura?
> **Rebeca:** quadrado?
> **TILS:** Sim, Rebeca. Isso Érica, o telhado dessa casa tem o formato de triangulo, agora olha aqui para o material, vamos encontrar com o formato dessa figura.
> **Érica**: esse relógio [aponta para Rebeca um relógio com formato circular]

TILS: essa não, pois tem formato de círculo e não é esse o formato que tem no material.

23 Tradutor e Intérprete da Língua Brasileira de Sinais

Após a interação da aluna surda com a aluna ouvinte, nota-se que elas perceberam que há três formatos de figuras planas contida no material manipulável Tangram. Ao analisar os dados, nota-se que durante o desenvolvimento da atividade, o uso dos materiais manipuláveis contribuiu para interação dos alunos, visto que na interação entre as alunas Érica e Rebeca, em geral, se remete ao material para explicar seu ponto de vista.

Percebemos, nesse momento, uma possibilidade de interação de Érica com uma das alunas, pois uma delas estava à procura de figuras que tinham formato de quadrado e de triângulos. Érica olhava para as peças do manipulável e apontava as figuras que tinham o formato da peça que outra aluna estava procurando.

Ao refletir sobre a potencialidade do manipulável, levando em consideração a interação dos alunos surdos no ambiente da sala de aula, Jesus (2013) aponta que a utilização do material manipulável traz motivação para a aprendizagem dos alunos.

Também em outro momento da atividade foi perceptível a interação de Érica com seus colegas:

> **PP**: [...] vocês conseguem observar algum padrão nas áreas das figuras acima?
>
> **Rebeca**: que um desenho é diferente do outro, eu percebi também que cada uma se encaixa.
>
> **PP:** sim. O que mais? Gente, observem que a área das figuras planas é essa região limitada pelo polígono, então a área dessas imagens que vocês construíram são diferentes, iguais, maiores? São o que?
>
> **Rebeca:** as áreas são diferentes
>
> **Érica**: nada disso, a área é a mesma porque as peças foram iguais.
>
> **PP:** Gente, nesse grupo aqui, as colegas de vocês, uma disse que as figuras construídas são diferentes, pois as imagens são diferentes. Já a outra acha que a área é igual porque foram utilizadas as mesmas peças. Então quem concorda com a primeira e quem concorda com a segunda e o porquê?

> **Pedro:** concordo com Érica, porque se as peças utilizadas são iguais então as áreas são as mesmas.
>
> **PP:** [...] de fato se eu utilizei as mesmas peças, então obteremos as mesmas áreas, ou seja, se eu tenho esse triângulo, e eu girar ele para o lado, ele deixa de ser triângulo? Ele aumenta? Ele diminui?
>
> **Luiza:** não, ele continua o mesmo tamanho professora.
>
> **Carlos**: continua a mesma coisa professora.
>
> **PP:** Isso nos mostra que a área independe da posição que colocamos a figura. Pois independentemente da posição que colocamos a figura a região interior, que neste caso é a área, permanecerá a mesma.

Ao analisarmos o recorte anterior, nota-se que houve interação entre Érica e os demais colegas, diálogo este que promoveu a compreensão do conceito, pois nota-se que Érica discordou que as áreas das figuras seriam diferentes ao utilizarmos todas as peças do material. O diálogo com o professor parece que também contribuiu para a interação de Érica com os outros alunos, pois a docente trouxe um debate para que todos pudessem expor suas opiniões.

É importante destacar, que essa interação permitiu que Rebeca, através do posicionamento da aluna surda, conjecturasse que mesmo que as figuras construídas fossem diferentes, se utilizassem as mesmas peças obteriam mesmas áreas, uma vez que independente das posições que colocassem as figuras geométricas planas elas não perderiam suas propriedades, logo a área permaneceria a mesma. O uso do recurso didático permitiu essa manipulação e visualização, trazendo benefícios para a aluna surda e alunos ouvintes em termos da interação entre eles e também com a professora a fim de compreender o conteúdo de área.

Desse modo, ficou claro que Érica compreendeu que quando construímos imagens utilizando todas as peças do material, de fato obteremos a mesma área, é possível que esta compreensão seja oriunda de suas interações com o material e com o seu grupo durante as construções.

Em vista deste argumento, ao analisar os dados obtidos durante a atividade com o uso do material manipulável, foi possível perceber que uma das potencialidades encontradas durante o desenvolvimento da atividade, é a interação de Érica na utilização do manipulável, pois os sujeitos (professor, alunos surdos e ouvintes), compartilharam conhecimentos, mostrando que não há um único detentor do saber, mas todos interagem na tentativa de construir o conhecimento matemático.

O recorte que segue também permite observar a interação da aluna, neste caso, com a professora:

> **PP**: [...] Quando vocês sobrepuseram as figuras, perceberam que cabem quantos triângulos no quadrado?
>
> **Rebeca:** Cabem dois.
>
> **PP:** Comparando com a área do quadrado qual será a desse triângulo?
>
> **Erica**: É o meio [a aluna indica com a mão a metade da área do quadrado].
>
> **PP**: Se eu tenho um e quero dividir ele na metade, então devo dividir em quantos pedaços?
>
> **Ana**: Divide por dois.
>
> **Professora**: então qual será a área do triângulo em relação a área que encontramos anteriormente do quadrado?
>
> **Erica:** a metade.
>
> **PP**: já que é a metade então vamos dividir por quanto?
>
> **Ana:** por dois.

Este é outro momento que observamos que por meio da interação do professor e da manipulação das figuras houve uma compreensão do conteúdo de área de figuras planas. Podemos observar que tanto a aluna surda quanto a aluna ouvinte conseguiram perceber que caberiam dois triângulos menores no quadrado. Logo, por meio do contato com o manipulável, nota-se que as alunas, de fato, concluíram que a área do quadrado equivale a duas vezes a área do triângulo menor contido no material, o que induziu ambas a perceberem que a área do triângulo equivale à metade da área do quadrado.

Convergindo sobre as potencialidades do uso do Tangram na aprendizagem dos surdos, Lima, Araújo e Sales (2016) retratam que o manipulável é um recurso didático e pedagógico que pode promover a compreensão por parte desses sujeitos sobre os conteúdos geométricos, proporcionando a reflexão do conteúdo ensinado, bem como, a utilização do Tangram pode contribuir para uma prática mais lúdica e prazerosa, instigando a interação dos surdos durante as aulas de matemática.

De acordo com Costa, Sales e Mascarenhas (2013) o fato de, em geral, professores e alunos ouvintes não saberem Libras já exclui o aluno surdo e dificulta e/ou limita a aprendizagem desse estudante. Desse modo, observamos que, durante as aulas, existem momentos em que os alunos fazem perguntas ao professor ou contribuem para a discussão do conteúdo apresentado, entretanto, esses comentários não são passados ao aluno surdo pelo intérprete e perde-se a oportunidade de interação com a turma e o docente. Nesse sentido, o Tangram parece uma possibilidade frutífera de inserir o aluno surdo e promover a interação deste com seus colegas e o professor.

No segundo momento da atividade, a pesquisadora entregou aos alunos alguns “quadradinhos de papel”. Cada um dos quadradinhos representava uma unidade de área, neste momento o objetivo da atividade era que através das sobreposições e manipulação, os alunos conjecturassem que para se obter a área do polígono (um quadrado maior) era necessário que eles multiplicassem as medidas de dois lados da figura. Observem as falas:

> **TILS:** Érica percebeu que quando faz multiplicação ou a soma dos lados do quadrado, encontramos 16.
>
> **Professora**: Ela percebeu como?
>
> **TILS**: Ela só percebeu a partir da sobreposição dos quadradinhos.
>
> **Beatriz**: Percebi nesse quadrado com lado 3cm, couberam nove quadradinhos. Então é só multiplicar esse lado por esse lado, pois quando eu fiz com o quadrado de 4cm aconteceu a mesma coisa, coube 16 quadrinhos [...]
>
> **PP:** Você já tinha visto algo relacionado a área em outros momentos?
>
> **Beatriz**: não, eu vi quando coloquei os quadradinhos.
>
> **PP**: se tivesse com lados 5cm através dos quadradinhos qual seria a área, Érica?
>
> **Érica:** Quando coloca os quadradinhos o resultado dá 25. Mas quando somamos os lados temos 20 e quando multiplicamos os lados o resultado é 25.
>
> **PP**: Então você conclui o que com isso, Érica?
>
> **Érica**: que vai multiplicar esse lado com esse lado.

Desse modo, por meio do contato direto com o material, através da sobreposição, alguns deles conseguiram compreender que para calcular a área do quadrado basta multiplicar as medidas de dois lados dessa figura. Por outro lado, foi possível perceber que Érica chegou à conclusão que para calcularmos a área do quadrado, poderíamos também somar os lados da figura.

Dessa forma, acredita-se que neste momento o que induziu a aluna a compreender que a área da figura seria a soma dos lados, foi devido ao primeiro exemplo da atividade apresentar um quadrado com lado medindo quatro centímetros, então quando sobrepõem os quadradinhos ela percebe que a área deste seria 16 cm^2. Assim, a relação encontrada por ela, através da manipulação dos quadradinhos, é que para se obter a área do quadrado é necessário multiplicar dois de seus lados ou então somar os lados do polígono. Uma vez que, ambos os resultados coincidiram com o resultado encontrado através da sobreposição do material.

Em vista dos argumentos apresentados por Érica, na tentativa de mostrá-la que para encontrar a área do quadrado é necessário fazer apenas a multiplicação de quaisquer dois lados da figura, a professora solicitou que a aluna com a utilização do material encontrasse a área de um quadrado cujos lados medem 5 cm, e logo ela concluiu que a área será 25cm². Neste caso, a soma dos lados levou a um resultado diferente em relação ao produto da medida de dois lados. Desse modo, é importante que o professor trace objetivos a serem alcançados através da atividade com o auxílio do material, pois, caso os alunos apresentem possíveis equívocos, no que diz respeito a compreensão do que o professor objetiva que eles aprendam, então saberá como intervir tendo o cuidado de não dar a resposta, mas intervir de tal forma que instigue o aluno a pensar sobre o conteúdo. Morás (2017), coadunando com esse pensamento, entende que os materiais manipuláveis são capazes de produzir reflexões nos alunos que caminham para a compreensão dos conceitos matemáticos. Destacamos também a importância de um planejamento pedagógico bem traçado com objetivos definidos para que os recursos não sejam utilizados por si mesmos, perdendo o sentido de ensino e aprendizagem da matemática.

No sentido de apurar o campo visual através do uso do material e almejando que os alunos tivessem uma possível noção do conceito de “área de figuras planas”, a princípio a PP mostra aos alunos as peças do material (quadrado, triângulos e paralelogramo). Ao mostrar aos alunos as peças, ela pergunta: como se chamam essas figuras? Após os alunos responderem, com base na visualização das figuras planas contidas no material, ela aponta para figura onde se localiza os lados, os vértices e a área do polígono. Analise o seguinte diálogo:

> **PP**: Observando aqui o material. Que figura plana é essa?
>
> **Maicon**: Quadrado!
>
> **PP**: ainda observando a figura, aqui são os lados, essa região interior é área do polígono. E de acordo ao enunciado, ainda observando o material, como se chama os lados do quadrado?
>
> **Maísa**: Os segmentos.
>
> **PP**: Observe na lousa esse quadrado, vamos chamá-lo de ABCD, então essa distância aqui de A até B são os segmentos de retas do polígono. Já os pontos "A, B, C e D'' são chamados vértices do polígono". Então como exemplo, de segmento, teremos esse lado AB [...]. Alguém poderia me dizer outro segmento?
>
> **Julia**: Poderia ser esse lado AD.
>
> **PP**: A aluna Érica poderia dizer outro segmento de reta?
>
> **Érica**: o outro é o lado BC.

Ao fazer uma análise, nota-se que depois dos alunos demonstrarem conhecimento das figuras contidas no manipulável e até mesmo se familiarizarem quanto aos lados e área das figuras através da visualização do manipulável, a PP explica o que são segmentos, os vértices e área do polígono. Ainda convergindo sobre a relevância da utilização do material manipulável na compreensão das figuras geométricas planas, Menezes (2005 apud GEMAQUE; SALES, 2014) defendem que o Tangram pode ser um instrumento mediador no desenvolvimento da visualização de figuras geométricas planas.

Com isso foi possível perceber que houve uma compreensão dos alunos sobre vértice, lados e que a região limitada pelo polígono é área dele. Este momento foi crucial para o desenvolvimento da atividade, pois caso os alunos não compreendessem o que seriam esses elementos contidos nas figuras planas, teríamos grandes chances de eles não conseguirem avançar no desenvolvimento da atividade.

Na perspectiva de proporcionar a apuração da visualização e do tato, em um dos momentos da atividade era solicitado que os alunos construíssem imagens utilizando todas as peças do Tangram. O objetivo da questão era que os alunos concluíssem que a área do polígono, independentemente da posição que ele estivesse, sempre seria a mesma. E durante o desenvolvimento das construções das imagens, ocorreu o seguinte diálogo:

> **Rebeca**: Eu fiz a da seta e a do gato
> **Alice**: Eu fiz uma aeronave.
> **PP:** E vocês aqui construíram quais figuras?
> **Érica:** eu fiz o homem, a aeronave, o gato e seta.
> **PP:** Pessoal preciso dar continuidade a atividade.

Neste momento, a professora percebeu que houve um entusiasmo maior para o desenvolvimento da atividade por parte de Érica, analisou também que foi uma das questões que a aluna mais utilizou da manipulação. Ao utilizar todas as peças do material para construir imagens diferentes, o enunciado da questão solicitava que eles construíssem apenas duas das imagens, mas a aluna fez para além do que foi solicitado.

Outro momento que a aluna aparenta ter compreendido o conteúdo de área por intermédio do uso do Tangram foi quando ela ratificou que, de fato, para calcularmos a área do retângulo era necessário a multiplicação entre dois lados do polígono.

> **PP:** na segunda questão você encontrou qual conclusão, Érica?
>
> **Érica:** que a área seria 15 cm², multipliquei 5 x3 =15.
>
> **PP:** tenta agora somar esses lados, será que dá o mesmo resultado?
>
> **Érica:** não, dá diferente. Porque é para fazer 5x3= 15 cm².
>
> **PP:** então você já consegue dizer como encontramos a área?
>
> **Érica:** que é só multiplicar esse lado com esse lado [a aluna aponta para os lados que possuem medidas iguais a 3cm e 5cm].

Em virtude dos comentários destacados anteriormente, percebe-se que Érica não demonstrou dificuldade em compreender que para calcular a área de qualquer retângulo é necessário multiplicar a medida da base pela medida da altura. A partir desta compreensão por parte da aluna, podemos perceber que houve um avanço, pois quando solicitado que ela respondesse como é possível encontrar a área do quadrado a princípio ela respondeu que era necessário realizar a soma ou multiplicação dos lados.

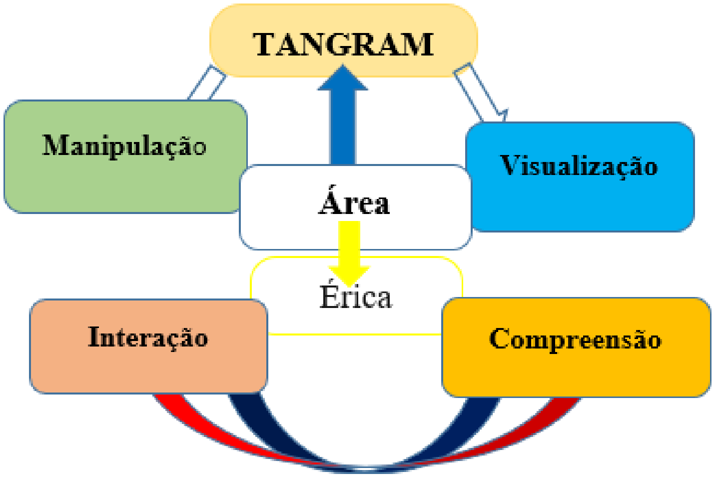
Considerações finais

É possível observar que o Tangram favoreceu a representação dos polígonos, pois caso os alunos desenhassem as figuras geométricas planas em posições diferentes, elas poderiam não sair exatamente iguais devido a alguns fatores como imprecisão da régua, a coordenação motora que interferem durante a construção. Isso poderia levá-los a concluir que a depender da posição que colocamos o polígono a área deixa de ser a mesma.

Levando em consideração o que foi dito durante a análise dos dados no que diz respeito ao "entusiasmo" da aluna surda para a construção das figuras solicitadas, alguns autores ratificaram o uso dos materiais concretos/manipuláveis para estudantes surdos (as), uma vez que a Libras é uma língua espacial-visual, quanto maior for o número de possibilidades de visualização e investigação do conteúdo matemático, mais fácil será o ensino e a aprendizagem para esse público.

Com base nos resultados encontrados durante a realização da pesquisa, construímos um diagrama para ratificar as contribuições do uso do Tangram na aprendizagem do conteúdo de áreas dos sujeitos surdos.

Figura 1 – A interação de Érica com o Tangram.



Fonte: Costa (2019).

De acordo o diagrama apresentado, podemos perceber que a utilização do Tangram, contribuiu para Érica apurar outros sentidos, sendo eles o campo visual e o tato. Além disso, o uso do manipulável permitiu que a PP abordasse o conteúdo de área das figuras geométricas planas, momento este que houve interação da aluna com a PP e os demais colegas, bem como oportunizou a compreensão sobre o conteúdo de área tanto para Érica quanto os alunos ouvintes.

No que tangencia o uso do Tangram para interação do surdo com os demais sujeitos envolvidos na pesquisa, podemos concluir que o contato com as peças do material proporcionou um ambiente rico para a construção do conhecimento, onde não havia um único detentor do conhecimento, mas ambos interagiam na tentativa da construção da aprendizagem do conteúdo de área.

Por fim, percebe-se que o uso de material concreto pode contribuir no aprendizado dos surdos, sendo capaz de proporcionar o ensino de maneira lúdica, motivadora, prazerosa e até mesmo despertar nesses sujeitos o ato de pensar matematicamente possibilitando a compreensão dos conteúdos geométricos. Nessa direção, em futuras intervenções pretende-se desenvolver outras possíveis atividades com a comunidade surda na abordagem dos conteúdos matemáticos, com a utilização de materiais como ábacos, material dourado, entre outros.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/imagesBNCC_públicação.pdf. Acesso em:20 de julho de 2019.

CORRÊA, W.C.R; SOUZA, L.O. O ensino de matemática para surdos: uma análise sobre o uso de materiais concretos, jogos e softwares matemáticos. In: 6º Encontro Goiano de Educação Matemática, 2017. **Anais**...Urutaí, GO, 2017, p.1-12.

COSTA. L, S. **O Tangram na aprendizagem de área de figuras planas por uma aluna surda**. 2019. 61f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Centro de Formação de Professores, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Bahia.

COSTA, W. C. L., SALES, E. R.; MASCARENHAS, R. C. S. O ensino e aprendizagem de matemática para surdos no ensino regular: O que dizem professores e alunos? **Experiências em Inclusão Social e Diferenças Culturais**, *v.1 n.2*, p.1–17, 2013.

DIAS, S. C.; OLIVEIRA, M. S. O. Educação matemática e inclusão: investigação quanto a formação inicial dos discentes em relação ao acesso as disciplinas de educação especial. In: XIII CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2018. Paraná. **Anais**...Paraná, 2018.

GEMAQUE, R. M.L. SALES, E.R. **Geometria para alunos surdos por meio do tangram**. Monografia (Licenciatura Integrada em Educação em Cências, Matemáticas e Linguagens). 2015. 19f. Universidade Federal do Pará.

JESUS, G. B. Os materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem de Matemática: algumas implicações no trabalho do professor. In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15f., 2013. Teixeira de Freitas- Ba. **Anais**... Teixeira de Freitas: UNEB, 2013.

LIMA, C.M.S. L; ARÁUJO, M. M.A; SALES, E.R**.** Aprendendo geometria através do uso do Tangram: um relato de experiência em uma sala especializada com alunos surdos**.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12f., 2016. São Paulo – SP. **Anais**... ENEM, 2016.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas.11a reimpressão. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda,1986.

MORÁS, N.A.B. A aplicação de materiais manipuláveis com alunos surdos nos anos iniciais do Ensino Fundamental 1. In: Congresso Nacional da Educação Matemática, 9f. 2017. Canoas – RS. **Anais**... Canoas: ULBRA, 2017.

MUNIZ, S.C. S. **A inclusão de surdos nas aulas de matemática:** uma análise das relações pedagógicas envolvidas na tríade: professora-intérprete-surdo**.** 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), UESC, Ilhéus-BA, 2018.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto**. Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1- 6, 2005.

OLIVEIRA, J. S. de. **A comunidade surda**: perfil, barreiras e caminhos promissores no processo de ensino aprendizagem em Matemática. Rio de Janeiro. 2005. 55 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET), 2005.

PARMEGGIANI. C, D, C. **A Lenda do Tangra**m. Disponível em: <https://www.pequenosyogis.com.br/blog/a-lenda-do-tangram>. Acesso em 08 Jul, 2020.

PERLIN, G. Identidades surdas. In: SKLIAR, C. (Org.). **A surdez**: um olhar sobre as diferenças. Porto Alegre: Mediação, 1998.

SILVA, A.; DOMENICO, C. N. B. D. Confecção de materiais manipuláveis para o ensino de matemática a alunos portadores de necessidades visuais e auditivas. In: Salão do Conhecimento, 8f. 2014. Unijuí, RS, 2014. **Anais**... Unijuí, RS, 2014.

SILVA, F.C. A matemática inclusiva e a deficiência intelectual. In: III Congresso Internacional de Educação Inclusiva, 8f. 2017. Paraíba: CINTEDI. **Anais**... CINTEDI, PB, 2017.

Ensino de geometria: um mapeamento dos relatos nos EBEM

Edmilson Ferreira Pereira Junior
Gilson Bispo de Jesus

O presente texto é resultado de um trabalho de conclusão de curso desenvolvido na modalidade monografia, apresentado como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em matemática no Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB).

Na monografia objetivamos investigar de que maneira são apresentados os Relatos de Experiências que constam nos anais do XI ao XV Encontros Baianos de Educação Matemática – EBEM (2005 – 2013), que abordam o Ensino de Geometria, mas, para este texto ampliamos o número de anais até o XVII EBEM (2017). Assim, visamos discutir a respeito de que maneira são apresentados os Relatos de Experiências – RE que versam sobre o Ensino de Geometria que estão disponíveis nos anais dos EBEM no período de 2005 – 2017, XI EBEM ao XVII EBEM. Para isso, nos debruçamos sobre os RE a fim compreender e ter pistas de como se dava o Ensino de Geometria, além de saber como os trabalhos realizados nessa área abordam a Geometria, tomando como referência o estado da Bahia.

No que se refere ao Ensino de Geometria, percebemos a importância de uma discussão focada na sala de aula. Jesus (2008, p. 62) aponta que “a Geometria constitui uma parte importante da matemática, ela estuda o espaço, as formas nele existentes e suas relações. Sua importância pode ser percebida tanto do ponto de vista prático, quanto na organização do pensamento lógico dedutivo”. Já Martins (2008, p. 28) destaca a importância da Geometria na vida do indivíduo e sua influência em seu cotidiano, ao relatar que:

> Por estar em muitos ramos de atividades, e de estar presente no cotidiano, a Geometria é sem dúvida uma das disciplinas da Matemática mais importante, o seu entendimento faz com que o indivíduo raciocine diferente do ramo aritmético e do algébrico, e favorece o desenvolvimento da percepção visual e também o raciocínio geométrico e lógico.

Assim, percebemos o quanto o Ensino de Geometria é importante na formação do indivíduo, sendo que, constantemente, ele poderá se deparar com situações no seu cotidiano em que precisará de conhecimentos geométricos.

Deste modo, nos propomos investigar de que forma vem sendo discutida a Geometria e o seu Ensino no contexto da Educação Matemática, tomando como referência os anais dos sete últimos Encontros Baianos de Educação Matemática – EBEM, no período de 2005 a 2017. Assim, para essa investigação tomamos como questão de pesquisa: *quais as características dos Relatos de Experiências apresentados nos anais dos EBEM que abordam a Geometria e seu Ensino?*

Ao tentar responder esta questão temos o propósito de contribuir para o debate teórico a respeito do Ensino de Geometria e sua importância para a Educação Matemática. Para isso, utilizamos o estado da arte, modelo de pesquisa que busca conhecer e delimitar o que vem sendo publicado em certa área do conhecimento. Segundo Ribeiro e Darsie (2012, p. 4), as pesquisas neste modelo são "identificadas também sob outras denominações como pesquisa da pesquisa e balanço da produção, as pesquisas do tipo estado da arte têm como característica a realização de mapeamento da produção científica numa determinada área". Dessa forma, buscamos realizar um mapeamento dos trabalhos que versam sobre a Geometria e seu ensino encontrados, categorizando-os e analisando-os, tendo em vista apresentar posicionamentos críticos.

Justificamos a utilização dos RE por acreditarmos que a grande maioria deles se referem às atividades que foram experiências de sala de aula e este é o nosso foco de estudo. Segundo Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (2012, p.01), “o relato de experiência é um documento em que deve estar registrado todo o percurso desenvolvido pelo aluno em sua experiência de estágio, pesquisa de iniciação científica, projeto de extensão ou participação em movimento estudantil/associativo”.

Já nas modalidades de trabalhos previstos para o XVII Encontro Baiano de Educação Matemática, que ocorreu em Alagoinhas-BA em 2017, é destacado que um Relato de Experiência refere-se “[....] à apresentação reflexiva a respeito de uma ação ou conjunto de ações que versem sobre Educação Matemática, como, por exemplo, uma prática de sala de aula, de formação de professores, de desenvolvimento de produtos, etc.”.

Como referencial teórico desta pesquisa estudamos o Modelo de Van Hiele por consideramos pertinentes suas contribuições no Ensino de Geometria. Além disso, destacamos as *Dimensões* para a compreensão da Geometria apontadas por Usiskin (1994) em seu artigo intitulado “Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar”.

Cabe destacar que, de início, tínhamos o propósito de investigar todas as dezessete edições dos EBEM em que foram apresentados trabalhos na modalidade de Relatos de Experiências. No entanto, tivemos acesso apenas às últimas sete edições. Dessa forma, nossa pesquisa foi realizada tomando-se como referência esses anais.

Fundamentação teórica

O Modelo dos Van Hiele descreve um formato em que os alunos progridem ao passarem por uma sequência de níveis de compreensão de conceitos geométricos enquanto estão desenvolvendo alguma atividade. Kaleff et al. (1994, p. 24) descrevem o Modelo de Van Hiele como um “guia de aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em geometria”.

Este modelo sugere que os alunos passem por todos os níveis sem poder pular o nível antecessor, ou seja, para vivenciar o nível *n* é necessário passar pelo nível *n – 1*, pois para obter progresso no desenvolvimento de suas habilidades é necessário que os alunos passem pela vivência das atividades de forma adequada e que seja atenciosamente coordenada pelo professor. Neste caso, o professor exerce um papel fundamental no processo do desenvolvimento das atividades.

De acordo com Nasser e Sant’anna (2010), os níveis de Van Hiele são classificados da seguinte forma: Nível 1º – Reconhecimento; Nível 2º – Análise; Nível 3º– Abstração; Nível 4º – Dedução; Nível 5º – Rigor. Pontuamos que a discussão apresentada a respeito dos Níveis de Van Hiele tem por base o trabalho de Crowley (1994).

No *1º Nível – Reconhecimento*, percebemos que os alunos são capazes de identificar figuras geométricas, fazer relação dessas figuras com situações de seu cotidiano. São capazes, por exemplo, de classificar recortes de quadriláteros em quadrados, retângulos, losangos e trapézios, porém, ainda não identificam as propriedades.

No *2º Nível – Análise*, um aluno é capaz de compreender as propriedades de um quadrado no que se refere aos seus quatro ângulos retos, quatros lados iguais e os lados opostos paralelos. Outro exemplo que podemos citar nesse nível é que o aluno já é capaz de identificar que entre os vários paralelogramos seus ângulos opostos têm medidas iguais, bem como que um triângulo equilátero possui os três lados e os três ângulos com medidas iguais.

No *3º Nível – Abstração*, o aluno é capaz de identificar, por exemplo, que se num quadrilátero seus lados opostos são paralelos, então os ângulos opostos são iguais. Também são capazes de perceber que um quadrado é um retângulo por preservar todas as propriedades do retângulo.

Referindo-se ao *4º Nível – Dedução*, os alunos são capazes de desenvolver sequências de um enunciado deduzindo uma afirmação a partir de outras. Suas capacidades estão na demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos. Um aluno desse nível pode construir provas e não apenas memorizá-las. Além de notar a possibilidade de desenvolver uma prova de outras maneiras, ou seja, ele consegue provar de várias maneiras o teorema de Pitágoras, por exemplo.

Por fim, o *5º Nível – Rigor*, segundo Crowley (1994) é menos desenvolvido, e nas investigações sobre o Modelo de Van Hiele tem tido pouca atenção dos pesquisadores. Realizando estudos sobre esse modelo percebemos que muitos trabalhos mencionam esse último nível, porém não o utilizam em suas pesquisas, justificando que os quatros primeiros níveis são mais relevantes para a Geometria discutida na Educação Básica.

No que diz respeito às *Dimensões* para a Geometria presentes no currículo escolar, de acordo com Usiskin (1994), tem-se quatro tipos: *A geometria como estudo de visualização, do desenho e da construção de figuras*; *A geometria como estudo do mundo real, físico*; *A geometria como veículo para representar conceitos matemáticos, ou outros, cuja origem não é visual ou física*; *A Geometria como exemplo de um sistema matemático*.

Dimensão 1: A geometria como estudo de visualização, do desenho e da construção de figuras. Nesta Dimensão Usiskin (1994) destaca que os alunos conseguem visualizar figuras geométricas básicas e reproduzi-las, no entanto, não conseguem compreender algumas situações mais complexas. Nos anos iniciais, por exemplo, quando são solicitadas às crianças que desenhem círculos, retângulos, retas paralelas, e posteriormente são orientadas para fazer rotação e mudança de tamanho elas são capazes. Por outro lado, os alunos não conseguem compreender que existe uma impossibilidade de trisseção dos ângulos apenas com régua e compasso. O autor afirma também que nesta Dimensão os alunos podem aprender muita Geometria que não está em seu currículo de matemática e que pode também usar qualquer instrumento ou limitar-se apenas a régua e compasso.

Dimensão 2: A geometria como estudo do mundo real, físico. Esta dimensão de acordo com Usiskin (1994), vem de uma Geometria ligada ao mundo real, físico. Nela observamos situações naturais e/ou construídas/modificadas pelo o homem. Por exemplo, a regularidade dos hexágonos construídos pelas abelhas numa colmeia natural, ou até mesmo na construção de uma casa feita pelo carpinteiro, mesmo podendo ter pouca instrução Geométrica ele pode realizar medições e procedimentos empiricamente. Embora essa Geometria derive de um mundo físico, suas ligações, segundo o autor, são ignoradas na maioria dos textos escolares elementares, e quando são encontradas, as ligações da geometria com o mundo real parecem não ter um norte preciso para o aluno. Isso revela que ele não consegue relacionar situações do seu cotidiano com a geometria trabalhada na sala de aula.

Dimensão 3: A geometria como veículo para representar conceitos matemáticos, ou outros, cuja origem não é visual ou física. Usiskin (1994) destaca que nesta dimensão todos conhecem representações geométricas de ideias não geométricas, afirmando o poder que a Geometria tem de representar ideias da aritmética, álgebra, análise, computação gráfica, por exemplo. Dentre várias situações, podemos identificar esta dimensão quando o conceito de simetria, com sua origem no mundo real, é muitas vezes abordado em álgebra como propriedade dos gráficos de certas funções e são esquecidos os conceitos geométricos, o mesmo acontece com gráficos diversos que representam informações numéricas. Ou seja, existe uma tendência de ignorar a Geometria que os alunos tiveram antes.

Por fim, temos a *Dimensão 4: A Geometria como exemplo de um sistema matemático*. Usiskin (1994) revela que nesta dimensão a Geometria tem objetivo de justificar, discutir lógica e dedução e descrever demonstrações. E ainda aponta que ideias de lógica e dedução não precisam esperar até a escola secundária (em nosso caso anos finais do Ensino Fundamental), pois até uma criança da pré-escola é capaz de entender alguns aspectos relacionados a demonstração indireta. Por exemplo, qualquer criança tem capacidade de determinar que se uma bola A é mais pesada que uma bola B e uma bola B é mais pesada que uma bola C, então a bola A é mais pesada que a bola C, a bola A é a mais pesada entre as três bolas. As demonstrações diretas são mais complexas, no entanto, as crianças podem tirar algumas conclusões lógicas.

Usiskin (1994), ainda, aponta que as quatro dimensões são aplicadas a todos os níveis de estudo e que não devem ser negadas aos alunos. Apontamos aspectos do Modelo Van Hiele na compreensão dos conceitos geométricos e as Dimensões para a compreensão da Geometria posta por Usiskin (1994), por serem os construtos teóricos que contribuíram para a construção das categorias de análise.

Aspectos metodológicos

Tomamos como aporte metodológico, a pesquisa bibliográfica e caracterizamos este trabalho como uma investigação qualitativa. Além disso, para melhor compreensão desta pesquisa, adotamos a construção de categorias no mapeamento intitulado “estado da arte”.

Entendemos nossa pesquisa como bibliográfica por concordarmos com Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 102), ao apontarem que pesquisa bibliográfica “é aquela que se faz preferencialmente sobre documentação escrita”. Esse campo pode ser caracterizado por bibliotecas, pelos museus, pelos arquivos e pelos centros de memorias. Nesse tipo de pesquisa a coleta é feita por meio de fichamento das leituras e dos dados coletados.

Fiorentini e Lorenzato (2007) destacam três entre os vários tipos de estudo bibliográficos, que são: A *metanálise*, os estudos do *estado da arte* e *os estudos tipicamente históricos*. Nessa perspectiva, classificamos nosso trabalho como estudos do estado da arte, pois estes, segundo Fiorentini (1994, apud FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 103), procuram "inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) do conhecimento" tentando apresentar tendências de uma área ou de um tema de estudo. No que diz respeito aos documentos Fiorentini e Lorenzato (2007) afirmam que se o pesquisador conseguir construir boas categorias de análise podem refletir com mais clareza o objetivo da pesquisa.

Além disso, caracterizamos nossa pesquisa como de abordagem qualitativa, por concordar com Lüdke e André (1996) quando afirmam que uma pesquisa qualitativa supõe contato direto do pesquisador com o ambiente ou objeto estudado, via de regra por meio do trabalho intensivo de campo. Em nosso caso, tivemos os anais dos EBEM como fonte de pesquisa utilizando como técnica de abordagem dos dados qualitativos a análise documental.

Assim, entendemos que nossa pesquisa se enquadra nessa perspectiva, pois levantamos hipóteses, contudo, realizamos um estudo teórico com o intuito de nos direcionar a análise dos dados.

No que se refere às categorias de análise abordadas na pesquisa nos ancoramos em estudos apresentados por Fiorentini e Lorenzato (2007) que apontam essas categorias como um procedimento de classificação das informações, destacando elementos que devem ser considerados pelo pesquisador.

Como supracitado, nossa investigação baseou-se na realização de um mapeamento dos trabalhos que constam nos anais dos últimos sete EBEM. E para desenvolvimento deste estudo optamos pela pesquisa denominada estado da arte, utilizando como fonte de pesquisa os RE com objetivo de investigar de que maneira são apresentados os Relatos de Experiências que constam nos anais do XI ao XVII EBEM que versam a respeito do Ensino de Geometria. Ferreira (2002) aponta que o que nos move enquanto pesquisador é a sensação do não conhecimento da totalidade de estudos e pesquisas em determinada área, afirmando que o pesquisador é levado pela sensação de conhecer o já construído e produzido, para que possa dedicar atenção ao que não foi feito, é justamente este o trabalho que realizamos.

Romanowski e Ens (2006, p. 39) revelam que as pesquisas do tipo estado da arte podem trazer contribuições para o campo teórico de uma certa área do conhecimento, pois, pesquisas desse tipo buscam, entre outras deliberações, "identificar aportes significativos na construção da teoria e prática pedagógica, apontar as restrições de um campo em que se move a pesquisa, suas lacunas de disseminação e identificar experiências inovadoras".

Nas pesquisas do tipo estado arte, segundo a perspectiva de Ferreira (2002), o pesquisador age em dois momentos distintos: num primeiro momento fazendo uma análise primitiva dos trabalhos, levantando uma visão geral dos trabalhos apresentados; afirmando que o investigador interage com a produção acadêmica por meio da identificação dos dados, para mapear a referida produção num período delimitado, local, área de produção, tendência. Ademais, aponta que nesse primeiro momento, o pesquisador terá um conforto maior, pois ele lidará com os dados objetivos e reais encontrados nos trabalhos analisados.

Já no segundo momento, a autora retrata que o pesquisador faz questionamentos no que se refere à possibilidade de catalogar a produção, imaginando tendências, escolhas metodológicas e teóricas, diferenciando os trabalhos entre si, na escrita de uma certa área do conhecimento, na qual o pesquisador "[...] deve buscar responder, além das perguntas 'quando', 'onde' e 'quem', produz pesquisas num determinado período e lugar, àquelas questões que se referem a 'o quê' e 'o como' dos trabalhos" (FERREIRA, 2002, p. 265).

Entretanto, nesse processo, o pesquisador possivelmente encontrará dificuldades com o material pesquisado, isso porque, ele não fará uma leitura apenas das indicações bibliográficas e dos títulos das produções, mas principalmente dos resumos, sabendo que estes não lhe darão um formato como "verdadeiramente" se apresenta a pesquisa.

Dessa forma, selecionamos os RE que constam nos anais dos sete últimos EBEM, pontuando que a escolha pelos relatos se deve ao fato de que a maioria deles, em geral, são atividades que foram aplicadas em sala de aula que é nosso foco de estudo e identificando os que versavam sobre o Ensino de Geometria. Fizemos a análise em dois momentos como recomenda Ferreira (2002) e utilizamos categorias para essa análise com base em Fiorentini e Lorenzato (2007). Salientamos que as categorias foram definidas a partir da literatura estudada, tomamos como base os cinco níveis de compreensão de Geometria baseados no Modelo de Van Hiele e as Dimensões para a compreensão da Geometria, com base em Usiskin (1994).

Construção das categorias

Tomamos como referência a construção de categorias apresentadas no trabalho de Pereira Junior (2015). Para definir as categorias o autor apresentou uma discussão por meio de aproximações e divergências entre os estudos realizados a respeito do Modelo de Van Hiele, com base em Nasser e Sant'anna (2010) e Crowley (1994), e nas Dimensões para a compreensão da Geometria, com base em Usiskin (1994). Assim, elegemos as categorias que seguem, idênticas as apresentadas por Pereira Junior (2015). Além disso, Fiorentini e Lorenzato (2007) defendem que, o processo de análise de dados pode ser aperfeiçoado quando o pesquisador consegue construir boas categorias de análise que possam refletir o objetivo da pesquisa. Assim, baseado nesses autores defendemos que as categorias que seguem se encaixam nas definidas a priori, já que foram definidas tomando como parâmetro o referencial teórico.

Categoria 1 – A geometria no processo de visualização e reprodução conceitos geométricos. Esta categoria abrange as atividades em que o público alvo passa pelo processo de reconhecimento de figuras e formas geométricas, são capazes de identificar as nomenclaturas e consegue reproduzi-las.

Categoria 2 – A geometria como particularidade de conceitos geométricos e suas aplicações. Nesta categoria se enquadram as atividades em que o público alvo é levado a reconhecer e identificar as propriedades das figuras e formas geométricas e posteriormente são levados ou são capazes de realizar provas informais.

Categoria 3 – A geometria como processo dedutivo. Nesta categoria elencamos todos os trabalhos em que o público alvo tem capacidade de justificar, discutir lógica, dedução e escrever demonstrações formais e que possuem reconhecimento de condições necessárias e suficiente. E que são capazes de perceber a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações.

Categoria 4 – Insatisfatória, nesta categoria elencamos os trabalhos que versam sobre o Ensino de Geometria e que não se enquadram nas categorias descritas anteriormente.

Discussão dos resultados

Como descrito anteriormente, nas pesquisas denominadas "estado da arte", o pesquisador atua em dois momentos. Em nosso caso, no primeiro momento, fizemos uma análise inicial dos 273 relatos de experiências apresentados nas sete últimas edições dos EBEM por meio dos títulos, resumos e palavras-chave, nos fornecendo, assim, uma visão ampla sobre a temática pesquisada. Destes RE, 57 versavam a respeito da Geometria e seu Ensino. Em seguida fizemos uma leitura completa dos Relatos de Experiências para aprofundar nosso entendimento em cada trabalho.

Outro aspecto que merece destaque é que foram utilizados na seleção dos RE trabalhos que abordaram conteúdo do bloco Grandezas e Medidas e de Trigonometria, mesmo sabendo que existem muitas discussões sobre esses conteúdos pertencerem ou não a Geometria. Utilizamos como critério para selecionarmos esses trabalhos todos que utilizaram conceitos geométricos na descrição das atividades.

Selecionamos também os RE que descreviam situações de grupos de estudos e projetos com ênfase na formação de professores, mesmo os que não levaram atividades para sala de aula. Eles foram selecionados porque discutiam a respeito do Ensino de Geometria, o que se enquadra em nosso objetivo geral que é investigar de que maneira são apresentados os Relatos de Experiências que constam nos anais do XI ao XVII EBEM que versam a respeito do Ensino de Geometria.

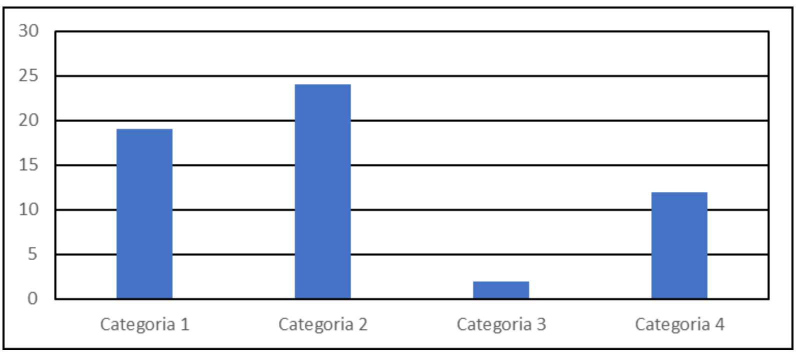
Percebemos que nenhum dos RE analisados utilizaram como aporte teórico o Modelo de Van Hiele. No entanto, pontuamos que, mesmo de modo intuitivo, esses RE descrevem suas atividades com base no aporte teórico utilizados neles.

No que se refere às descrições dos RE, percebemos que os trabalhos apresentaram uma preocupação com o Ensino de Geometria, além das alternativas de atividades para trabalhar em sala de aula, destacaram os grupos de estudos e os projetos que discutem atividades e alternativas para ensinar Geometria e a preocupação com a formação geométrica dos professores de matemática. Feita essa análise inicial nos debruçamos de maneira mais intensa sobre os trabalhos levantando uma visão geral desses RE por meio de uma leitura minuciosa em cada obra e destacando as principais características de cada produção como recomenda Ferreira (2002).

No segundo momento da análise, como indica Ferreira (2002), fizemos uma investigação mais profunda por volta do objetivo de cada RE e a partir das indagações levantadas classificamos os trabalhos diferenciando-os entre si. Optamos pela categorização corroborando com Fiorentini e Lorenzato (2007), quando afirmam que o procedimento de análise de dados é favorecido na pesquisa mediante a sua categorização, desse modo, classificamos e organizamos as informações obtidas da leitura dos textos em categorias.

Baseados em nossa fundamentação teórica, definimos as categorias de análise a qual utilizamos para catalogar os RE de acordo com o objetivo de cada obra, reafirmamos que concordamos com o Modelo de Van Hiele por acreditarmos que o processo de aprendizagem em Geometria deve ser gradual e que se deve levar em consideração os objetos e representações presentes no contexto do aluno. Conforme descrevemos nas categorias de análise, dos 57 RE analisados que versavam sobre o Ensino de Geometria, apresentamos no gráfico 1 a distribuição dos RE por categorias.

Gráfico 1 – Distribuição dos Relatos de Experiências por categorias.



Fonte: Autores (2020).

Baseados na distribuição dos 57 RE por categorias percebemos que 19 dos trabalhos se enquadraram na *categoria 1*. Desse modo, entendemos que uma grande quantidade das obras analisadas se preocupa com o processo de visualização das figuras e formas geométricas e boa parte dos trabalhos estimulavam os alunos a reproduzirem os objetos/figuras que seriam analisados.

Percebemos que 24 dos trabalhos analisados se enquadraram na *categoria 2*, identificamos que os autores destes trabalhos se preocupavam em explorar algumas propriedades dos conceitos geométricos que seriam analisados e em seguida, mesmo que de maneira informal, realizavam algum tipo de prova simples ou utilizavam algum artifício matemático para convencer os alunos. Segundo Nery (2013, p. 14), o termo prova é um discurso que "visa mostrar a verdade de uma afirmação, não necessariamente aceita pela comunidade matemática, mas sendo aceito num determinado momento por um grupo social e podendo ser classificada em diferentes níveis de generalidade". Foi nesse contexto que nos referimos à prova, não se tratando de uma demonstração formal.

Mencionamos que alguns dos trabalhos que estão nesta categoria informam que apresentaram as figuras/formas geométricas, no entanto seu objetivo principal foi explorar as propriedades e/ou realizar algum tipo de prova informal, uma justificativa.

Com relação à *categoria 3*, classificamos apenas dois trabalhos, desse modo percebemos que as obras apresentadas não costumam abordar as demonstrações ou provas formais das atividades realizadas.

Por fim, destacamos seis trabalhos na *categoria 4* dos RE apresentados. Nesta categoria evidenciamos os trabalhos que abordam o Ensino de Geometria, no entanto, não se enquadram nas categorias descritas anteriormente, pois alguns trabalhos apresentados foram baseados em discussões de grupos de estudos e, nesses relatos não ficou claro os conteúdos de Geometria que discutiram. Isso pode ter acontecido porque em alguns RE seus objetivos principais estavam em descrever os projetos e sua preocupação com a formação dos professores, outros, simplesmente utilizaram conceitos geométricos para resolução de problemas e nos relatos estes conceitos não eram descritos.

De acordo com os resultados apresentados nas análises, percebemos que muitos dos RE apresentados se preocupam com o processo inicial de reconhecimento das figuras/formas geométricas. Desse modo, baseados na discussão que fizemos na fundamentação teórica entendemos que os critérios que adotamos no processo de construção das categorias foram os mais indicados para termos uma dimensão do que propomos em nosso objetivo, dessa forma nos auxiliando na análise dos dados da pesquisa.

Considerações finais

Tivemos como objetivo investigar de que maneira são apresentados os Relatos de Experiências que constam nos anais do XI ao XVII EBEM (2005 - 2017) que versam a respeito do Ensino de Geometria. Para isso tomamos como referência os anais dos EBEM, nos limitando aos Relatos de Experiências, por serem atividades que, em grande maioria, são estudos da sala de aula, se aproximando das inquietações apresentadas no início da pesquisa.

Nos referimos ao EBEM pelo fato de ser um evento que está próximo do nosso contexto, ou seja, na Bahia. Além disso, percebemos que esse evento vem se consolidando no campo da Educação Matemática nos últimos anos. Notamos por meio de uma análise simples dos anais das setes últimas edições do EBEM na modalidade RE o crescimento de trabalhos que vêm sendo apresentados. Além disso, destacamos, também, o incentivo à produção acadêmica nos cursos de graduação em que os alunos são estimulados a publicar, por meio dos projetos de pesquisa e programas, como, por exemplo, o PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência que foi apontado em vários trabalhos, além dos Projetos de Extensão e dos Laboratórios de Matemática que desenvolvem atividades voltados para sala de aula. No que tange ao aporte teórico foi no Modelo de Van Hiele e nas Dimensões para a compreensão da Geometria que nos ancoramos para construção das categorias de análise e discussão dos resultados.

Identificamos que muitos trabalhos se apropriaram de materiais manipuláveis concretos e jogos nas aulas de matemática, o que acreditamos ser um método positivo a ser utilizado em sala desde que o educador leve a atividade com um objetivo de ensino de conteúdo geométrico e seguro do que está levando. Por outro lado, classificamos apenas dois trabalhos na categoria 3 que se referia às obras que discutiam a Geometria no processo dedutivo. Isso nos preocupou, pois inferimos ser válido que os alunos tenham a oportunidade de construir demonstrações mais formais, o que faz parte da natureza e é uma forma de validar o conhecimento em matemática.

Outra questão que destacamos refere-se à categoria 4, na qual encontramos trabalhos que não deixavam claros quais conteúdos de Geometria foram abordados e quais procedimentos metodológicos foram adotados. Entendemos que, por se tratar de um relato de experiência, esses aspectos deveriam estar mais claros, conforme indicamos as características desse tipo trabalho. Desse modo, identificamos esses apontamentos nos trabalhos que relatam apenas que foram trabalhados conteúdos geométricos. Para o leitor, não parece óbvio qual conteúdo de Geometria foi abordado, já que este é um ramo extenso da matemática, por isso, de certo modo, esses relatos não ficaram bem definidos.

De maneira geral, acreditamos que esta pesquisa pode contribuir para que outros pesquisadores busquem conhecer a real situação de como se encontra o Ensino de Geometria de maneira regional, já que apontamos um olhar nos trabalhos que abordam a Geometria e seu Ensino, por meio de um mapeamento nos anais dos EBEM, tomando como referência os Relatos de Experiências. Dessa forma, acreditamos que essa investigação poderá ser um ponto de partida para pesquisas futuras no que diz respeito ao Ensino de Geometria na Bahia, além de trazer contribuições para que professores de Matemática e estudantes de Licenciatura em Matemática possam repensar o Ensino de Geometria.

Referências

CROWLEY, M. L. O Modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. (In: LINDQUIST, Mary; SHULTE, Albert (orgs). **Aprendendo e ensinando geometria.** Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

FERREIRA, N. S. de A. As pesquisas denominadas "Estado da Arte". **Educação e sociedade**. Campinas, n. 79, Ago, 2002, p. 257-272.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos – 2 ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

JESUS, G. B. **Construções Geométricas:** Uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração em uma formação continuada**.** São Paulo, Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC/SP, 235p. 2008.

KALEFF, A. M. M. R.; REI, D. M.; HENRIQUES, A. S.; FIGUEIREDO, L. G. Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. **Bolema** (Rio Claro), Rio Claro – SP, v. 10, p. 21 – 30, 1994.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** Abordagens Qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda, 1996.

MARTINS, L. F. **Motivando o ensino de geometria**. Criciúma, Especialização em Educação Matemática. Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, 60p. 2008.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 2010.

NERY, G. de J. **Provas e demonstrações referentes ao tópico polinômios no Ensino Médio:** uma investigação em livros didáticos. Monografia. UFRB – Amargosa, 2013.

PEREIRA JUNIOR, E. F. **Estado da arte dos relatos de experiências disponíveis nos anais dos Encontros Baianos de Educação Matemática – EBEM – que abordam o Ensino de Geometria (2005 - 2013)**. Monografia. UFRB – Amargosa, 2015.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. **Revista Diálogo Educacional** (PUCPR), v. 6, p. 37-50, 2006.

RIBEIRO, E. da S.; DARSIE, M. M. P. Estado da Arte das teses e dissertações relacionando Educação Matemática e Educação de Jovens e Adultos: panorama de 10 anos da pesquisa brasileira pós DCNs para a EJA. In: XVI EBRAPEM. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2012, Canoas. **ANAIS EBRAPEM**. Canoas: Editora da ULBRA, 2012.

TÉCNICAS, A. B. de N. (ABNT), Anexo IV – Edital nº 01/2012 **– Modelo de relato de experiência** – 2012, p. 1-5.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In : lINDQUIST, M. M; SMULTE, A.P . **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Anual, 1994. p. 21-39.

Sobre os autores

Álvaro Fernandes Serafim Filho
Doutor em Ciências da Educação/Especialidade em Educação Matemática pela Universidade do Minho/Portugal (2017). Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Bahia/Brasil (2000). Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Bahia/Brasil (1998). Técnico em Eletrônica pela Escola Técnica Federal da Bahia/Brasil (1994). Possui interesse pela área de Tecnologia educacional, explorações e investigações no ensino da Matemática. E-mail: alvarofernandesserafim@gmail.com.

Edmilson Ferreira Pereira Junior
Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC. Especialista em Matemática Financeira e Estatística pela Universidade Candido Mendes – UCAM e Licenciado em Matemática pelo Centro de Formação de Professores – CFP – da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB. Professor de Matemática no Centro Estadual de Educação Profissional em Alimentos e Recursos Naturais Pio XII – CEEP PIO XII da Rede Estadual de Educação da Bahia – SEC – BA. Tem interesse nas áreas de Formação de Professores, Educação Matemática Inclusiva. E-mail: edmilson.junior@enova.educacao.ba.gov.br.

Elder Pires de Melo Teles
Licenciado em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (CFP-UFRB). Foi bolsista do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e da Residência Pedagógica (RP). Atuou como professor de reforço escolar no ensino fundamental no programa Mais Educação no município de Amargosa/BA. E-mail: elderteles.201@hotmail.com.

Elias Santiago de Assis
Doutor em Educação pela Universidade do Minho. Mestre e licenciado em Matemática pela Universidade Federal da Bahia. Professor

Adjunto da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Coordenador do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRB, biênio 2020-2022. Secretário da Câmara de Extensão da UFRB, 2020-2021. Membro da Comissão Própria de Avaliação (CPA) da UFRB, 2019-2021. Atuou como professor de matemática da Educação Básica no Estado da Bahia. Desenvolve pesquisas acerca do ensino e aprendizagem das Geometrias não euclidianas e sobre a inserção de Histórias em Quadrinhos nas aulas de matemática. E-mail: eliassantiago@ufrb.edu.br.

Felipe Fonseca dos Santos
Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), Mestre e Doutor em Matemática Pura pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Atualmente é Professor do Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). E-mail: felipefonseca@ufrb.edu.br.

Gilcilane dos Santos Rodrigues
Licenciada em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (CFP - UFRB). Foi bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) do subprojeto de Matemática e do Programa Residência Pedagógica de Matemática. Pós-graduanda *Lato Sensu* - Matemática e Física EAD pela Faculdade Dom Alberto. E-mail: lanyrodrigues8049@gmal.com.

Gilson Bispo de Jesus
Doutor e Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São de Paulo (PUC-SP). Especialista em Educação Matemática pela Universidade Católica do Salvador e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal da Bahia. Professor Adjunto IV do Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. Diretor da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional Bahia (SBEM-BA), triênio 2019-2021. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisa Educação Matemática em Foco (EMFoco). Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR). E-mail: gilson@ufrb.edu.br.

Indianara Alves dos Santos de Almeida
Professora temporária da rede municipal de Amargosa, graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB e pós-graduanda em Metodologia do Ensino da Matemática pelo Centro Universitário Internacional – UNINTER.
E-mail: naraalves18@gmail.com.

Jadson de Souza Conceição
Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Professor da Rede Estadual de Educação da Bahia. Membro do Grupo de Pesquisa e Estudos em Educação Matemática e Contemporaneidade (EduMatCon) e da diretoria da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional Bahia (SBEM-BA), triênio 2019-2022. E-mail: jadson.conceicao@enova.educacao.ba.gov.br.

Jaylson Teixeira
Formado em Licenciatura em Matemática pela USP, fez mestrado em Informática pela UFPR, doutorado em Tecnologias Educativas pela Universidade do Minho em Portugal e é membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia - GPEMAR. Trabalha com formação de professores de Matemática e em Tecnologia. Desenvolve pesquisas referentes a Uso de Tecnologias na Escola, Pensamento Computacional, Estatística, Desenvolvimento de Jogos e Gamefição. É Coordenador do Projeto de Extensão TEIA - Tecnologia no Ensino e Inovações Aplicadas. E-mail: jaylsont@ufrb.edu.br.

Jean Paixão Oliveira
Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC (2018). Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB (2017). Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB (2015). Foi Preceptor no Programa Residência Pedagógica (2018 – 2019). Atualmente é professor da Educação Básica nos municípios de Amargosa e Mutuípe. E-mail: jan26oliveira@hotmail.com.

Jérsica Moreira da Cruz
Ensino médio no curso de Magistério no Colégio Estadual de Itaberaba (2007). Tecnóloga em Análise e Desenvolvimento de Sistemas pela Universidade Norte do Paraná. Formação Técnica em Meio Ambiente pelo Instituto Federal Baiano – Campus Itaberaba. Atualmente cursa Licenciatura em Educação do Campo com habilitação em Ciências Agrárias na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. Participa do grupo de Pesquisa EEtnografAR - Etnografias da Educação, do Trabalho e da Geografia dos Povos do Campo, com a linha de pesquisa na área de Educação Escolar Quilombola, e sou agente voluntária da Comissão Pastoral da Terra. E-mail: jeucruz88@gmail.com.

Kátia Cristina Lima Santana
Professora adjunta da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), Doutora em Educação Matemática (PUC/SP), membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional Bahia (SBEM-BA), Coordenadora da área de Ensino de Ciências e Matemática da UFRB, membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR). Atuou como formadora de professores e elaboradora de Materiais Curriculares na Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, atuou como professora da Educação Básica em redes municipais e estaduais da Bahia e São Paulo. E-mail: katialima@ufrb.edu.br.

Laína Souza Costa
Licenciada em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB. E-mail: lainacosta11@gmail.com.

Leandro do Nascimento Diniz
Doutor em Ciências da Educação pela Universidade do Minho. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR) e do Grupo Educação Matemática em Foco (EMFoco). Professor do Centro de Formação de Professores da UFRB. Principais temas de pesquisa: Feiras de Matemática e Educação Estatística, Tecnologias Digitais e Modelagem Matemática na Educação Matemática. E-mail: leandro@ufrb.edu.br.

Lilian Aragão da Silva
Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), Mestre e Doutora pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências (PPGEFHC) na Universidade Federal da Bahia (UFBA) e UEFS. Desde 2013 é Docente da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), no Centro de Formação de Professores, em Amargosa, Bahia. Atualmente, é Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR). Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em Formação de professores que ensinam Matemática. E-mail: lilianufrb@gmail.com.

Luana Cerqueira de Almeida
Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM), da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), 2017. Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Cândido Mendes (UCAM), 2018. Especialista em História da África, da Cultura Afro-brasileira e Africana pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), 2017, Licenciada em Matemática pela UFRB, 2014. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e Ciências (GPEMEC). Atua na área de Educação Matemática. E-mail: luanacqra@gmail.com.

Lucineide Almeida da Silva
Concluiu o Ensino Médio em 2013 no EE- Colégio Estadual Pedro Calmon, ingressou na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia em 2015, como discente no curso de Licenciatura em Matemática. Foi bolsista do Programa Residência Pedagógica (2018 - 2019).
E-mail: lucineide2015.silva@hotmail.com.

Luís Eduardo Silva Góes
Licenciado em Matemática pelo Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Professor do Colégio Estadual Virgílio Pereira de Almeida. Tem experiência na área de Matemática com ênfase em Educação Matemática. E-mail: luis.goes5@enova.ducacao.ba.gov.br.

Manoel do Sacramento Fiuza
Licenciando em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (CFP-UFRB). Foi bolsista do Subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e da Residência Pedagógica (RP). Foi membro do Diretório Acadêmico de Matemática da UFRB. Atuou como Professor Alfabetizador do Programa Todos Pela Alfabetização (TOPA). E-mail: manuel.ufrb@outlook.com.br.

Maria Helena Martinho
Professora auxiliar no Instituto de Educação da Universidade do Minho e investigadora no Centro de Investigação em Educação (CIEd). Atualmente é diretora da Revista Portuguesa de Educação (RPE). Doutora em Didática da Matemática pela Universidade de Lisboa, seus principais interesses de investigação incluem comunicação matemática, alfabetização matemática, raciocínio matemático, práticas de professores e trabalho colaborativo. Publicou em todas essas áreas e editou vários livros e anais de conferências. Coordenou um projeto de investigação em literacia, orientou mais de 30 teses de doutoramento e dissertações de mestrado em Educação Matemática. E-mail: mem@ie.uminho.pt.

Meline Nery Melo Pereira
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Mestra em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA) e pela UEFS. Professora da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia e já atuou como coordenadora de área do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR). Atualmente coordena Projeto de Extensão envolvendo Ensino de Geometria. E-mail: melinenery@ufrb.edu.br.

Nilson dos Santos Filho
Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (CFP-UFRB). Participou, como bolsista, do Programa

Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID (2016-2018) e do Programa de Residência Pedagógica – RP (2018-2020). Atuou como Professor Alfabetizador do Programa todos pela alfabetização – TOPA (2009 –2011). E-mail: nilsonfilho914@gmail.com.

Otávio Augusto Rodrigues Melo
Mestrado profissional em Matemática pelo programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) pelo Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (CETEC – UFRB). Licenciado em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (CFP – UFRB). Foi preceptor no Subprojeto de Matemática de Residência Pedagógica (RP) da UFRB. Atua há nove anos como professor de matemática na Educação Básica do Estado da Bahia. E-mail: otavio.melo@enova.educacao.ba.gov.br.

Renato dos Santos Diniz
Licenciado em Matemática, pela Universidade Estadual da Paraíba; Mestre em Matemática Pura e Aplicada, pela Universidade Federal da Paraíba. Participou, em monitorias e projetos de iniciação à docência e científica (PIBID-PIBIC), nas áreas de Matemática Pura e Aplicada e em Educação Matemática. Atuou como professor de ensino básico, fundamental e médio, na rede pública e privada. Atualmente, é professor da universidade Federal do Recôncavo da Bahia e doutorando no Programa de Pós-graduação da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), desenvolvendo estudo em Topologia Algébrica: Grupos de Tranças e Grupos Cristalográficos.
E-mail: renatodiniz@ufrb.edu.br.

Rosivan Souza Reis
Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Especialista em Matemática Financeira e Estatística pela Faculdade Dom Alberto. Professor da Educação Básica.
E-mail: vanzinho_reis@hotmail.com.

Salvador Cardoso Silva Muniz
Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual

de Santa Cruz (UESC). Professor de Ensino Básico Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia. E-mail: umsalvadoor@gmail.com.

Thaine Souza Santana
Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana. Professora adjunta da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Formação de Professores. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR).
E-mail: thaine.santana@gmail.com.

Zulma Elizabete de Feitas Madruga
Doutora e Mestra em Educação em Ciências e Matemática (PUCRS), com período de estágio doutoral na Universidade de Salamanca (USAL), Espanha. Especialista em Educação Matemática. Especialista em Educação com ênfase em Gestão de Polos. Licenciada em Matemática e Pedagogia. Professora adjunta do Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Professora do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática do Recôncavo da Bahia (GPEMAR).
E-mail: betemadruga@ufrb.edu.br.

Esta obra reúne algumas experiências desenvolvidas por docentes, discentes e egressos do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia ao longo da última década. As atividades relatadas comtemplam práticas pedagógicas desenvolvidas tanto na sala de aula como fora dela (Trabalhos de Conclusão de Curso, Programa de Residência Pedagógica, Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, Projeto Tecnologia para o Ensino e Inovações Aplicadas, dentre outros). Tem-se como proposta propiciar ao leitor uma experiência que destaque a essencial indissociabilidade entre a teoria e a prática, pautada principalmente no diálogo e nas relações intersubjetivas, que revelam aspectos da profissionalização e profissionalidade dos licenciandos em Matemática do Centro de Formação de Professores (CFP).

Editora UFRB