

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FLUIDOS

[CONTEÚDO TEÓRICO E ATIVIDADES EXPERIMENTAIS]

ANTONIO V. L. PORTO
DARTANHAN B. FIGUEIREDO
JOÃO C. DENARDIN
JOECIR PALANDI
PAULO R. MAGNAGO

GRUPO DE ENSINO DE FÍSICA DA UFSM

[GEF – UFSM]

Santa Maria
2001

PREFÁCIO

Para o professor, o planejamento das atividades didáticas não pode ser uma tarefa meramente burocrática, uma simples cópia do sumário do livro texto, sem qualquer vínculo com a importância relativa dos conteúdos da disciplina em questão, com a carga horária disponível e com a realidade do meio em que a escola está inserida, mas sim um instrumento que contribua efetivamente para que o processo ensino-aprendizagem se estabeleça e se realize. Do nosso ponto de vista como Grupo de Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (GEF-UFSM), esperamos que este caderno dê mais consistência ao conhecimento que o professor do ensino médio tem dos fenômenos da Física dos Fluidos, ajudando-o na elaboração de um planejamento que integre atividades experimentais e teóricas e contemple uma distribuição dos conteúdos da disciplina, ao longo das horas/aula disponíveis, mais condizente com a importância relativa de tais conteúdos.

O caderno está dividido em duas partes: Fluidos Reais e Fluidos Ideais.

A primeira parte, Fluidos Reais, não se inclui normalmente nos programas da escola média, mas é muito importante para a compreensão dos fenômenos associados aos fluidos que aparecem no cotidiano. Esta primeira parte está dividida em três capítulos: Introdução, Gases e Líquidos, onde se discute propriedades como a viscosidade, a tensão superficial e a capilaridade, entre outras.

A segunda parte, Fluidos Ideais, inclui os conteúdos que normalmente fazem parte dos programas da escola média. Esta segunda parte está também dividida em três capítulos: Introdução, Hidrostática e Hidrodinâmica, onde se discute os conceitos fundamentais, os teoremas de Pascal e Arquimedes e as equações da continuidade e de Bernoulli, bem como suas aplicações.

Por outro lado, o fazer científico, como atualmente concebido, é constituído de atividades experimentais e teóricas interligadas, de modo que uma prática docente baseada apenas na teoria ou que conduz a atividade experimental em momento e lugar próprio (o laboratório) apenas para reproduzir algum fenômeno ou comprovar o valor numérico de uma ou outra constante física, apresenta a disciplina científica que procura ensinar de modo parcial e incompleto. Sendo assim, apresentamos aqui muitas atividades experimentais, várias delas com uma proposta integrativa, ou seja, com os conteúdos teóricos inseridos no próprio desenrolar da atividade experimental.

SUMÁRIO

PARTE I: FLUIDOS REAIS	03
I. INTRODUÇÃO	03
II. GASES	03
II.1. Teoria Cinética dos Gases Ideais	03
II.2. Forças Intermoleculares	04
II.3. Gases Reais	05
II.4. Viscosidade nos Gases	06
III. LÍQUIDOS	06
III.1. Modelo Cinético	06
III.2. Viscosidade nos Líquidos	07
III.3. Lei de Poiseuille	08
III.4. Lei de Stokes	10
III.5. Número de Reynolds	11
III.6. Tensão Superficial	12
III.7. Tensoativos	14
III.8. Gotas de Líquido	15
III.9. Influência de um Segundo Meio	15
III.10. Interface entre Líquido e Sólido	16
III.11. Forças na Superfície Curva de um Líquido	18
III.12. Capilaridade	19
PARTE II: FLUIDOS IDEAIS	21
I. INTRODUÇÃO	21
II. HIDROSTÁTICA	21
II.1. Pressão e Densidade	21
II.2. A Experiência de Torricelli	22
II.3. Variação da Pressão com a Profundidade	23
II.4. Variação da Pressão Atmosférica com a Altitude	25
II.5. Teorema de Pascal	26
II.6. Teorema de Arquimedes	26
III. HIDRODINÂMICA	28
III.1. Equação da Continuidade	28
III.2. Equação de Bernoulli	28

PARTE I: FLUIDOS REAIS

I. INTRODUÇÃO

As características mais notáveis dos sólidos cristalinos são a dureza, a incompressibilidade e as propriedades geométricas. Estas propriedades podem ser explicadas em termos da teoria atômica, envolvendo a idéia de um retículo ou arranjo de átomos permanentemente ordenados, ligados entre si por forças intensas. As características mais notáveis dos gases são a compressibilidade, a fluidez e a capacidade de preencher totalmente qualquer recipiente. A teoria cinética explica estas propriedades em termos de um modelo cuja característica central é o movimento desordenado de um grande número de moléculas que raramente exercem ações sensíveis umas sobre as outras. Assim, os sólidos e os gases apresentam comportamentos opostos. Os líquidos apresentam algumas propriedades que aparecem nos gases e algumas que aparecem nos sólidos: como os gases, são isotrópicos e fluem facilmente sob a ação de qualquer força e como os sólidos, são densos, relativamente incompressíveis e suas propriedades são determinadas pela natureza e intensidade das forças intermoleculares. Em relação à estrutura microscópica, o fato de os líquidos serem isotrópicos significa que não têm estrutura organizada como os sólidos, mas como têm densidades, em geral, apenas cerca de 10% menor do que as dos correspondentes sólidos, suas moléculas devem estar arrumadas com certa regularidade, não apresentando o caos associado aos gases.

II. GASES

II.1. Teoria Cinética dos Gases Ideais

Todo modelo é uma construção imaginária que incorpora apenas as características que se supõe importantes para a descrição do sistema físico em questão, características estas selecionadas intuitivamente ou por conveniência matemática. A validade de um modelo é determinada pela experimentação. O modelo da teoria cinética para um gás ideal se baseia no seguinte:

1. O gás é constituído por um número muito grande de moléculas em movimento desordenado descrito pelas leis de Newton.
2. O volume próprio das moléculas é desprezível frente ao volume do recipiente.
3. As forças intermoleculares são desprezíveis, exceto nas colisões mútuas e com as paredes do recipiente.
4. As colisões são elásticas e de duração desprezível.

A característica mais importante desse modelo é que as moléculas, na maior parte do tempo, não exercem forças umas sobre as outras, exceto quando colidem. Assim, as propriedades macroscópicas de um gás são conseqüências primárias do movimento das moléculas e é por isso que se fala em teoria *cinética* dos gases. As conseqüências mais importantes desse modelo cinético são as relações:

$$PV = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} \overline{mv^2} \right)$$

e

$$\frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{3}{2} k_B T$$

onde N representa o número de partículas e o fator entre parênteses, a energia cinética média das partículas. A primeira expressão relaciona a pressão e a segunda, a temperatura absoluta à energia cinética média de translação das moléculas. Se a pressão de um gás aumenta, a energia cinética média de suas moléculas aumenta e

também, a sua temperatura.

A distância média percorrida por uma molécula entre duas colisões sucessivas é chamada *livre caminho médio*. À medida que o volume do recipiente cresce, com a temperatura constante, o livre caminho médio das moléculas se torna cada vez maior e as forças intermoleculares se tornam cada vez menos efetivas. À medida que a temperatura cresce, com o volume constante, a energia cinética média das moléculas cresce e as forças intermoleculares se tornam cada vez menos efetivas porque o tempo de colisão diminui. Assim, o comportamento de um gás real se aproxima do comportamento de um gás ideal para baixas pressões e/ou altas temperaturas.

A alta compressibilidade de um gás é explicada pelos pequenos volumes próprios das moléculas relativamente ao espaço disponível para o seu movimento. A pressão exercida por um gás contra as paredes do recipiente é atribuída à taxa de transferência de momentum (quantidade de movimento) a estas paredes pelos impactos das moléculas.

As leis de Boyle e de Gay-Lussac valem para gases ideais. Ou seja, valem para um gás real na medida em que ele se comporta como ideal. Pela teoria cinética vimos que a pressão aumenta à medida que o volume diminui (lei de Boyle) porque as moléculas colidem com maior frequência com as paredes do recipiente, e que a pressão aumenta com o aumento da temperatura (lei de Gay-Lussac) porque a elevação da temperatura aumenta a velocidade média das moléculas e, com isso, a frequência das colisões com as paredes e a transferência de momentum. O sucesso da teoria cinética mostra que a massa e o movimento são as únicas propriedades moleculares responsáveis pelas leis de Boyle e de Gay-Lussac.

II.2. Forças Intermoleculares

As moléculas exercem atração umas sobre as outras quando separadas por distâncias da ordem de alguns angstroms e a intensidade destas forças diminui rapidamente à medida que as distâncias intermoleculares aumentam. Em outras palavras, as forças intermoleculares têm alcances muito curtos. Quando as moléculas estão muito próximas umas das outras, elas se repelem e a intensidade desta força de repulsão aumenta muito rapidamente à medida que diminui a separação intermolecular. Estas características das forças intermoleculares podem ser representadas pela curva da energia potencial de um par de moléculas em função da distância entre seus centros de massa. A Fig.1 mostra a função de *Lennard-Jones*:

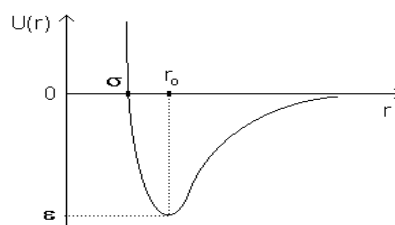


Fig. 1

$$U(r) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

usada para descrever a interação entre duas moléculas esféricas não carregadas. Nesta expressão, r representa a distância entre os centros das moléculas e o parâmetro ε representa a energia potencial mínima. O parâmetro σ pode ser tomado como o diâmetro de uma molécula porque representa a distância de máxima aproximação entre duas moléculas que colidem com energia cinética inicial zero. Na verdade, duas moléculas podem se aproximar até uma distância tal que suas energias cinéticas iniciais sejam inteiramente transformadas em energia potencial, de modo que se as energias cinéticas iniciais são positivas, esta distância pode ser menor do que σ . Assim, o diâmetro de uma molécula não é uma grandeza definida univocamente.

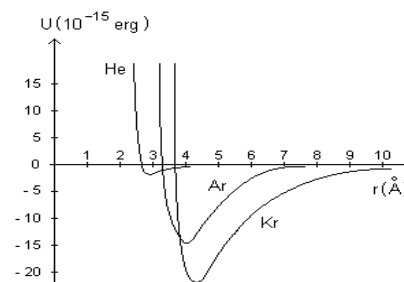


Fig. 2

A força entre duas moléculas é a inclinação (com o sinal trocado) da curva no

ponto correspondente à separação entre elas. Assim, para separações maiores do que r_0 , a força é atrativa e para separações menores do que r_0 , repulsiva.

Os valores de ε e σ dependem da natureza das moléculas que interagem e, em geral, aumentam à medida que aumenta o seu número atômico. A Fig.2 mostra as curvas de energia potencial de Lennard-Jones para três gases inertes. Como ε é da ordem de grandeza de kT para temperaturas ordinárias, a energia cinética média das moléculas é maior do que o maior valor possível da energia potencial de atração de um par de moléculas e como estas estão, em geral, muito separadas a pressões ordinárias, a energia potencial média de interação é muito menor do que a energia cinética média. Portanto, esta última é que é grandemente responsável pelo comportamento observado nos gases.

II.3. Gases Reais

No modelo cinético descrito, o volume próprio das moléculas é desprezado comparado ao volume disponível para o seu movimento e também, as forças coesivas entre as moléculas são consideradas sem efeito. Assim, os desvios das leis de Boyle e de Charles dão indicações da existência de forças entre moléculas de tamanho finito e de suas intensidades.

Se colocarmos em um gráfico a quantidade PV/RT à temperatura constante, contra a pressão, a lei de Boyle fica representada por uma linha horizontal. A Fig.3 mostra o caso de três gases a 0°C . A forma das curvas para o oxigênio e o dióxido de carbono pode ser entendida do seguinte modo. As forças intermoleculares são efetivas quando as moléculas estão relativamente próximas umas das outras e permanecem assim por um intervalo de tempo suficiente para que as forças atuem. Se as forças são efetivas, as moléculas chegam mais perto umas das outras do que no caso de não serem efetivas. A pressões baixas, as forças não são efetivas porque as moléculas estão muito afastadas. E a temperaturas elevadas, mesmo com altas pressões, as forças também não são efetivas porque as moléculas, movendo-se muito depressa, não permanecem um tempo suficiente próximas uma das outras. Para baixas temperaturas, à medida que a pressão é aumentada a partir de zero, as moléculas começam a ser comprimidas em volumes cada vez menores e as forças intermoleculares, tornando-se efetivas, agem de forma a tornar as moléculas mais próximas umas das outras. Assim, a densidade do gás cresce a uma taxa maior do que a taxa causada apenas pelo aumento da pressão. O produto da pressão pelo volume decresce porque o volume diminui mais rapidamente do que o aumento de pressão. Quando o volume próprio das moléculas começa a ficar importante frente ao volume disponível para o seu movimento, ocorre um efeito oposto. À medida que as moléculas são amontoadas em um volume cada vez menor, o seu volume próprio vai-se tornando cada vez mais significativo em relação ao volume do recipiente e o espaço disponível para o seu movimento decresce. O dobro de moléculas, por exemplo, só podem ser espremidas no que é realmente menos da metade do volume apenas por uma pressão que é mais do que duplicada, e o produto PV cresce com a pressão.

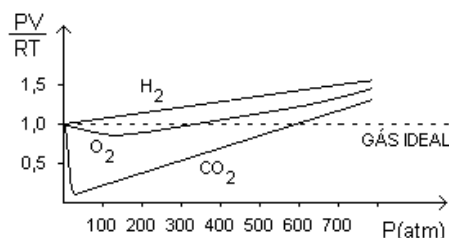


Fig.3

Deste modo, para pressões suficientemente altas e temperaturas suficientemente baixas, as forças coesivas assumem um papel dominante. Se elas vencem as tendências cinéticas das moléculas, o gás pode perder suas propriedades características e se condensar num líquido ou num sólido.

II.4. Viscosidade nos Gases

Em um gás, as moléculas estão em média longe umas das outras de modo

que as forças de coesão não são efetivas. A viscosidade do gás não vem do atrito interno, mas da transferência de momentum (quantidade de movimento) entre camadas adjacentes que se movem com velocidade relativa não nula. As moléculas que cruzam a fronteira entre as camadas partindo da camada que se move mais rapidamente transferem uma quantidade de movimento maior à camada que se move menos rapidamente do que a quantidade de movimento que as moléculas desta camada transferem àquela ao cruzarem, por sua vez, a fronteira entre as camadas. Assim, a velocidade da camada mais rápida tende a diminuir e a velocidade da camada mais lenta, a aumentar, de modo que a velocidade relativa tende a diminuir.

III. LÍQUIDOS

III.1. Modelo Cinético

Nos líquidos e nos gases, as moléculas estão em movimento contínuo e desordenado, sendo tanto a energia cinética média quanto a fração de moléculas com dado valor de energia cinética as mesmas nas duas fases, à mesma temperatura. Num líquido, porém, as moléculas estão muito mais próximas umas das outras, em média, do que nos gases, e as forças intermoleculares são muito mais efetivas, de modo que a energia potencial é menor (as forças são atrativas) e o livre caminho médio, muito menor, do que os correspondentes para as moléculas de fase gasosa. Muitos experimentos simples sugerem a existência destas forças intermoleculares de curto alcance. Uma placa de vidro, por exemplo, pode ser colocada muito perto da superfície de um líquido sem ser especialmente atraída em sua direção. Mas se a placa de vidro toca o líquido, o líquido adere à placa com surpreendentemente tenacidade. Se dois blocos acuradamente polidos são pressionados um contra o outro, forças surpreendentemente grandes são necessárias para separá-los. Uma gota de mercúrio, em vez de se espalhar como uma camada de espessura infinitesimal devido à atração gravitacional, assume uma forma quase esférica. Os processos de soldagem e caldeamento são processos que dependem da existência de forças intermoleculares.

Quando uma substância passa do estado sólido para o estado líquido, na maioria dos casos, o volume aumenta cerca de 10%. E com o aquecimento, o líquido experimenta uma expansão (dilatação) contínua. Este aumento de volume após a fusão é uma consequência do aumento da separação média das moléculas e de um ligeiro decréscimo na efetividade das forças intermoleculares.

Em um líquido (Fig.4(b)), as moléculas, em sua grande maioria, estão densamente empacotadas, mas sem a estrutura reticular dos sólidos (Fig.4(a)). No líquido, existem regiões onde os arranjos moleculares são empacotamentos densos quase perfeitos e regiões onde as moléculas têm menos vizinhos. Esta irregularidade introduz vazios que, devido ao movimento desordenado das moléculas, não têm posição, forma ou tamanho fixos. Estes vazios fazem com que a distância média entre as moléculas do líquido seja maior do que a do sólido, de modo que a correspondente energia potencial intermolecular média é também maior. Por isso, por exemplo, que se deve fornecer energia para que a substância passe do estado sólido para o estado líquido.

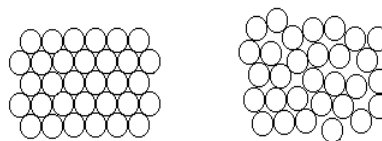


Fig.4(a)

(b)

Existem outras propriedades dos líquidos que podem ser explicadas em termos de sua estrutura desordenada. Por exemplo, a fluidez. Um sólido normalmente tem uma estrutura rígida e o líquido, uma estrutura que cede facilmente sob a ação de qualquer força aplicada. A deformação de um sólido cristalino perfeito importa em deslocar, ao mesmo tempo, planos de átomos em relação a outros planos, ou seja, romper as ligações entre um grande número de átomos. Este número diminui com o aumento do número de imperfeições no retículo cristalino. Num líquido, existe grande

número de imperfeições (ou vazios), de modo que são muitas as possibilidades pelas quais alguns átomos podem se mover simultaneamente, sendo relativamente fracas as forças intermoleculares que se opõem a tal movimento. Uma molécula pode se deslocar para um vazio vizinho deixando outro vazio para ser ocupado por outra molécula, e assim por diante.

III.2. Viscosidade nos Líquidos

A viscosidade dos líquidos vem do atrito interno, isto é, das forças de coesão entre moléculas relativamente juntas. Desta maneira, enquanto que nos gases a viscosidade cresce com o aumento da temperatura, nos líquidos ocorre o oposto. Com o aumento da temperatura, aumenta a energia cinética média das moléculas, diminui (em média) o intervalo de tempo que as moléculas passam umas junto das outras, menos efetivas se tornam as forças intermoleculares e menor a viscosidade.

Para entender a natureza da viscosidade nos líquidos, suponhamos duas placas sólidas planas, uma sobre a outra, com um fluido contínuo entre elas (Fig.5). Aplicando uma força \vec{F} constante a uma das placas, a experiência mostra que ela é acelerada o tempo necessário para adquirir uma velocidade terminal (constante) \vec{v} . Se a intensidade da força aplicada for duplicada, por exemplo, a velocidade terminal também duplica. A velocidade terminal é

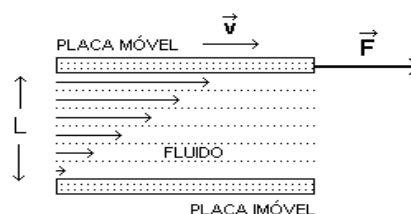


Fig.5

proporcional à força aplicada. Pensando que o líquido entre as placas se separa em lâminas paralelas, o efeito da força aplicada é o de produzir diferenças de velocidade entre lâminas adjacentes. A lâmina adjacente à placa móvel se move solidária com ela, ou seja, com velocidade \vec{v} , e a lâmina adjacente à placa imóvel está solidária com esta, ou seja, tem velocidade nula. O atrito entre lâminas adjacentes causa dissipação de energia mecânica e causa a viscosidade no líquido.

É fato experimental que o módulo da força \vec{F} , necessária para manter o movimento da placa com velocidade \vec{v} constante, é diretamente proporcional à área A da placa e ao módulo da velocidade e inversamente proporcional à distância L entre as placas. Assim, podemos escrever:

$$F = \eta Av/L$$

definindo o chamado *coeficiente de viscosidade* η do fluido, que depende do fluido e da temperatura.

Coeficientes de Viscosidade

Líquidos (poise)		Gases (10^{-6} poise)	
Glicerina (20 °C)	8,3	Ar (0 °C)	171
Água (0 °C)	0,0179	Ar (20 °C)	181
Água (100 °C)	0,0028	Ar (100 °C)	218
Éter (20 °C)	0,0124	Água (100 °C)	132
Mercúrio (20 °C)	0,0154	CO ₂ (15 °C)	145

Observe que $[\eta] = [F][L]^{-2}[s]$. No sistema cgs, a unidade correspondente é o *poise* e no SI, o *pascal.s*, de modo que $1\text{poise} = 10^{-1}\text{pascal}\cdot\text{s}$. Os coeficientes de viscosidade dos óleos lubrificantes automotivos são normalmente expressos em SAE¹.

¹ Escala estabelecida pela *Society of the Automotive Engeneering*, dos EEUU.

Um óleo cuja viscosidade SAE é 10 a 55 °C, por exemplo, possui viscosidade entre 1,6 e 2,2 poise.

Ao definirmos o coeficiente de viscosidade escolhemos o caso em que o fluido, por efeito do movimento de uma das placas, separava-se em camadas muito estreitas, com a camada em contato com cada placa tendo a velocidade desta placa e as camadas intermediárias tendo velocidades que variam linearmente de uma placa para a outra (Fig.5). Tal escoamento é chamado laminar ou lamelar.

O cociente $\tau = FA^{-1}$ é chamado tensão de cisalhamento. Então $\tau = \eta v/L$ ou, de modo mais geral:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dL}$$

mostrando a variação da velocidade das camadas de fluido com a distância à placa parada. Esta expressão representa a chamada *lei de Newton* para a viscosidade e o fluido para o qual ela é verdadeira é chamado *fluido newtoniano*. Entretanto, existem fluidos como os que são suspensões de partículas que não seguem esta lei. Por exemplo, o sangue, uma suspensão de partículas com formas características, como discos, no caso das células vermelhas. As partículas têm orientações aleatórias em pequenas velocidades, mas tendem a se orientar a velocidades mais altas, aumentando o fluxo, com a velocidade crescendo mais rapidamente do que a força.

III.3. Lei de Poiseuille

Quando a velocidade de um fluido, em qualquer ponto, é constante no tempo, o escoamento é dito estacionário ou permanente. Então, cada partícula que passa por um determinado ponto o faz sempre com a mesma velocidade. Em um outro ponto, as partículas podem passar com outra velocidade, mas aí, também, a velocidade é sempre a mesma. Essas condições podem ser conseguidas em fluidos com baixa velocidade de escoamento.

Consideremos, agora, o escoamento de um fluido viscoso através de um tubo cilíndrico, com uma velocidade não muito grande, de modo que o escoamento é lamelar e estacionário. A camada mais externa, chamada camada limite, adere à parede e tem velocidade nula. A parede exerce sobre esta camada uma força de sentido contrário ao movimento do fluido e ela, por sua vez, exerce uma força de mesmo sentido sobre a camada seguinte, e assim por diante. A camada central tem a velocidade máxima. O escoamento do fluido é como o movimento de vários tubos encaixados, cada qual deslizando com velocidade maior que o vizinho externo.

Vamos ver como varia a velocidade das camadas de fluido com o afastamento do centro de um tubo cilíndrico de raio R.

Consideremos um elemento cilíndrico de fluido, de raio r e comprimento L, coaxial com o tubo (Fig.6), que se escoa por efeito de uma diferença de pressão $\Delta P = P_1 - P_2$. A força que impulsiona o fluido tem módulo $F = F_1 - F_2 = \Delta P \pi r^2$. Esta força deve estar em equilíbrio com a força de viscosidade que atua na superfície do elemento cilíndrico considerado, com área $A = 2\pi rL$, de modo que:

$$\Delta P \pi r^2 = -\eta(2\pi rL) \frac{dv}{dr}$$

ou

$$dv = -(\Delta P / 2\eta L) r dr$$

Integrando esta expressão desde um r genérico, para o qual a correspondente

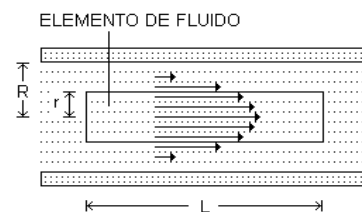


Fig. 6

camada de fluido tem uma velocidade v , até $r = R$, para o qual a correspondente camada de fluido tem $v = 0$, obtemos:

$$v(r) = \frac{1}{4\eta}(\Delta P/L)(R^2 - r^2)$$

Assim, a velocidade de uma dada camada cilíndrica do fluido é diretamente proporcional ao gradiente de pressão $\Delta P/L$ e inversamente proporcional ao coeficiente de viscosidade. Ainda, a velocidade das partículas do fluido é máxima em $r = 0$ (no centro do tubo), diminuindo até zero em $r = R$ (junto às paredes).

Considerando agora uma camada cilíndrica de fluido, com raio interno r e raio externo $r + dr$, que se move com velocidade de módulo v . No intervalo de tempo dt , o volume de fluido que atravessa uma seção reta do tubo é $dV = (vdt)(dA)$, onde $dA = 2\pi r dr$. Portanto, levando em conta a expressão acima, temos:

$$dV = \frac{1}{4\eta}(\Delta P/L)(R^2 - r^2)(2\pi r dr) dt$$

O volume de fluido que escoar através de toda seção reta do tubo de raio R durante o intervalo de tempo dt é obtido pela integração em r , desde $r = 0$ até $r = R$:

$$dV = \frac{\pi}{2\eta}(\Delta P/L) \left[\int_0^R (R^2 - r^2) r dr \right] dt = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \Delta P dt$$

A vazão, ou seja, o volume de fluido que passa através de uma seção reta do tubo por unidade de tempo, $Q = dV/dt$, é dada por:

$$Q = (\pi R^4 / 8\eta)(\Delta P/L)$$

Esta equação é conhecida como *equação de Poiseuille*. Note que a vazão é diretamente proporcional ao gradiente de pressão sobre o fluido e inversamente proporcional à viscosidade, como era esperado. Escrevendo estas expressões como:

$$\Delta P = (8\eta L / \pi R^4) Q$$

podemos interpretar a constante entre parênteses como uma espécie de resistência ao escoamento. Assim, esta equação guarda certa analogia com a equação $\Delta V = Ri$, que representa a queda de potencial elétrico através de um resistor.

Atividade Experimental 1

O objetivo desta atividade é determinar o coeficiente de viscosidade de um líquido usando a equação de Poiseuille.

Consideremos um fluido em escoamento lamelar estacionário em um tubo de seção reta circular de área $A = \pi R^2$, percorrendo uma distância L no intervalo de tempo Δt . Sendo a vazão $Q = Av$, onde $v = L/\Delta t$ é o módulo da velocidade de escoamento, a equação de Poiseuille fornece:

$$\eta = (R^2 / 8vL) \Delta P$$

Assim, dado um gradiente de pressão $\Delta P/L$ e conhecendo-se o raio do tubo, medindo-se a velocidade de escoamento do fluido pode-se determinar o seu

coeficiente de viscosidade.

Tome um tubo capilar, inclinando-o de um ângulo θ com a horizontal.

Encha o tubo capilar com água, usando uma seringa, e meça o tempo levado para que o líquido escoe através de uma distância L . Repita o processo algumas vezes e calcule o tempo médio.

Calcule a velocidade média de escoamento $v = L/\Delta \bar{t}$

Calcule a diferença de pressão do fluido através da distância L pela expressão $\Delta P = \rho gh$, com $h = L \sin \theta$.

Com um paquímetro, meça o raio interno do tubo.

Agora, com os dados obtidos, calcule o coeficiente de viscosidade da água usando a fórmula acima. Anote, também, a temperatura ambiente.

Repita o experimento para o álcool.

III.4. Lei de Stokes

Consideremos uma esfera de raio R movendo-se através de um fluido com uma velocidade constante. Então, sobre esta esfera existe uma força de resistência \vec{F} , exercida pelo fluido, cujo módulo depende do coeficiente de viscosidade η do fluido, do raio R da esfera e do módulo v de sua velocidade (se este é pequeno). Como a única maneira pela qual estas grandezas podem ser combinadas para que o resultado tenha dimensão de força é no produto $\eta R v$, temos:

$$F = k \eta R v$$

onde k é uma constante adimensional. Pela análise física deste problema, Stokes descobriu que esta constante vale 6π . Assim, o módulo da força de resistência do fluido sobre a esfera se escreve (lei de Stokes):

$$F = 6\pi \eta R v$$

É interessante notar que se as gotas de chuva provenientes de nuvens situadas a alguns quilômetros de altura não encontrassem a resistência do ar, elas seriam extremamente danosas ao atingir qualquer corpo na superfície da Terra. Isto não acontece porque elas alcançam uma velocidade terminal pequena. Para gotas de 1 mm de diâmetro, esta velocidade é cerca de 4,3 m/s e para gotas de 2 mm de diâmetro, esta velocidade é cerca de 5,8 m/s.

Atividade Experimental 2

O objetivo desta atividade é determinar o coeficiente de viscosidade de um líquido através da lei de Stokes.

Consideremos uma esfera que cai sob o efeito de seu peso \vec{P} , com velocidade constante (velocidade terminal), através de um fluido viscoso. As forças que agem na esfera são, além do seu peso, o empuxo \vec{E} e a força de resistência do fluido \vec{F} . Como a velocidade da esfera é constante $\vec{P} + \vec{E} + \vec{F} = 0$ ou, em módulo:

$$P = E + F$$

e sendo R o raio da esfera, m , sua massa, ρ_E , sua densidade, ρ_F , a densidade do fluido em questão e g , o módulo da aceleração gravitacional, temos:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_E g = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_F g + 6\pi \eta R v$$

ou

$$\eta = \frac{2g}{9v} R^2 (\rho_E - \rho_F)$$

Assim, medindo-se a velocidade terminal da esfera pode-se determinar o coeficiente de viscosidade do fluido.

Encha uma proveta com o líquido de densidade conhecida e cujo coeficiente de viscosidade deseja determinar.

Abandone uma esfera de raio e densidade conhecidas dentro do líquido, medindo o tempo que leva para percorrer uma certa distância, cuidando que a esfera tenha atingido a velocidade terminal. Calcule o módulo desta velocidade. Repita o procedimento algumas vezes e calcule o módulo da velocidade terminal média.

Agora, com os dados conhecidos e com os obtidos, calcule o coeficiente de viscosidade do líquido com a fórmula acima.

III.5. Número de Reynolds

Quando a velocidade de um fluido que escoar em um tubo excede certo valor crítico, o regime de escoamento passa de lamelar para turbulento, exceto em uma camada extremamente fina junto à parede do tubo, chamada camada limite, onde o escoamento permanece laminar. Além da camada limite, onde o escoamento é turbulento, o movimento do fluido é altamente irregular, caracterizado por vórtices locais e um grande aumento na resistência ao escoamento.

O regime de escoamento, se lamelar ou turbulento, é determinado pela seguinte quantidade adimensional, chamada *número de Reynolds*:

$$N_R = \rho D \bar{v} / \eta$$

onde ρ é a densidade do fluido, η , seu coeficiente de viscosidade, \bar{v} , o módulo da sua velocidade média de escoamento para frente e D , o diâmetro do tubo. Esta velocidade média é definida como a velocidade uniforme em toda a seção reta do tubo que produziria a mesma vazão.

Verifica-se experimentalmente que o escoamento de um fluido é lamelar se $N_R < 2.000$ e turbulento, se $N_R > 3.000$. Se $2.000 < N_R < 3.000$, o escoamento é instável, podendo mudar de um regime para outro.

Por exemplo, a 20 °C, $\eta \approx 1 \times 10^{-2}$ poise para a água e $\eta \approx 181 \times 10^{-6}$ poise para o ar. Em um tubo de 1 cm de diâmetro, os módulos das velocidades médias máximas de escoamento lamelar seriam, respectivamente:

$$\bar{v} = \frac{2.000\eta}{\rho D} = \frac{2.000(1 \times 10^{-2} \text{ poise})}{(1 \text{ g cm}^{-3})(1 \text{ cm})} = 20 \text{ cm s}^{-1}$$

e

$$\bar{v} = \frac{2.000(181 \times 10^{-6} \text{ poise})}{(0,0013 \text{ g cm}^{-3})(1 \text{ cm})} \approx 278 \text{ cm s}^{-1}$$

E o escoamento seria turbulento para uma velocidade média de escoamento acima de, respectivamente, 30 cm s⁻¹ e 420 cm s⁻¹.

Com a lei de Stokes, vimos que a força resistiva sobre uma esfera que se move em um fluido viscoso com uma velocidade não muito grande é proporcional ao módulo desta velocidade. Por outro lado, a força resistiva sobre qualquer objeto sólido que se move em um fluido viscoso com velocidades maiores é aproximadamente proporcional ao módulo da velocidade ao quadrado. Reynolds, estudando a causa destas

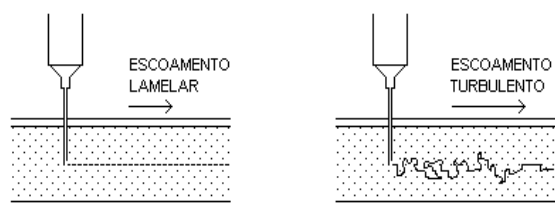


Fig.7(a)

(b)

duas diferentes leis de atrito nos fluidos, descobriu que a mudança da lei de primeira potência para a de segunda potência não era gradual, mas sim, brusca, e ocorria, para qualquer fluido dado e qualquer aparato de medida, sempre na mesma velocidade crítica. Reynolds mostrou experimentalmente que esta mudança ocorria simultaneamente com a mudança no regime do escoamento no aparato de medida, de laminar para turbulento. O experimento consistia em introduzir um fio de líquido colorido no centro de um tubo através do qual o mesmo líquido, sem corante, escoava com uma velocidade controlada (Fig.7(a)). A baixas velocidades de escoamento, o fio de líquido colorido permanecia reto e contínuo pelo comprimento do tubo e quando certa velocidade crítica era atingida, a linha colorida era violentamente agitada e sua continuidade destruída por curvas e vórtices (Fig.7(b)), revelando assim fluxo turbulento. Exatamente nesta velocidade é que a lei de atrito no fluido passava de uma lei de primeira potência para uma de segunda potência.

Atividade Experimental 3

O objetivo desta atividade é determinar o número de Reynolds para a água.

Conecte uma mangueira transparente a uma torneira.

Abra a torneira, produzido escoamento de água na mangueira.

Lentamente, com uma seringa introduza um corante no centro da mangueira e simultaneamente, abra mais e mais a torneira.

Determine, pela medida da vazão, a velocidade do fluido no instante em que o regime passa de lamelar para turbulento.

Repita várias vezes todo o procedimento para encontrar um valor médio para a velocidade do fluido.

Com esse valor médio (v) e os valores conhecidos do diâmetro da mangueira (D), da densidade da água (ρ) e do seu coeficiente de viscosidade à temperatura ambiente² (η), calcule o número de Reynolds pela fórmula $N_R = \rho Dv / \eta$.

III.6. Tensão Superficial

As forças intermoleculares nos líquidos são diretamente responsáveis por fenômenos de capilaridade tais como a subida de líquido em tubos capilares, a completa umidificação de uma toalha quando uma ponta fica mergulhada na água, etc, e também por fenômenos de superfície tais como uma agulha que flutua sobre a superfície da água, muito embora sua densidade seja muito maior do que a da água, a caminhada dos insetos sobre superfícies líquidas, violando aparentemente o teorema de Arquimedes, etc.

Consideremos um líquido em equilíbrio com seu vapor. Uma molécula no interior do líquido (Fig.8(a)) é solicitada radialmente e, em média, igualmente em todas as direções, pelas forças de atração das moléculas vizinhas, de modo que estas forças estão perfeitamente balanceadas. Em geral, esta atração é efetiva apenas por uma distância d , chamada de alcance molecular, cujo valor é da ordem de 10^{-7} cm. Para uma molécula que se encontra a uma distância da superfície do líquido menor do que d (Fig.8(b)), as forças sobre ela se tornam desbalanceadas, já que um hemisfério com esse raio, abaixo dela, está preenchido totalmente com moléculas que a atraem, e o hemisfério acima dela, por se estender além da superfície do líquido, está preenchido apenas parcialmente com moléculas que a atraem. Para uma molécula exatamente na fronteira do líquido, o desbalanceamento das forças é máximo (Fig.8(c)). Assim, existe uma forte

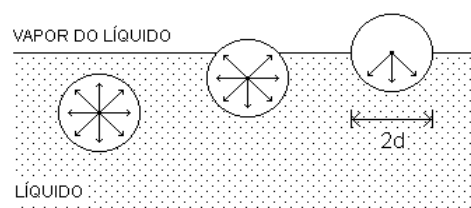


Fig.8(a) (b) (c)

² Conhecendo o coeficiente de viscosidade da água a 20 °C, $\eta = 1,005 \times 10^{-2}$ poise e para 40 °C, $\eta = 0,650 \times 10^{-2}$ poise, faça uma interpolação linear para determinar o coeficiente de viscosidade da água para a temperatura ambiente.

tendência de as moléculas que se encontram dentro de uma camada superficial de espessura d serem puxadas para o interior do líquido e por isso a superfície do líquido tende a se contrair espontaneamente nesta direção³.

Se um líquido tem uma interface com o seu próprio vapor, as moléculas da camada superficial estão submetidas a uma força dirigida para o interior do líquido. Se uma molécula da camada superficial se move para o interior do líquido, esta força realiza um trabalho positivo sobre ela. E se uma molécula se move do interior do líquido para a camada superficial, esta força realiza um trabalho negativo sobre ela. Assim, a superfície de um líquido pode ser aumentada se um certo número de moléculas passa do interior do líquido para a camada superficial e isso pode acontecer pela realização de trabalho externo. E a diminuição da superfície permite a realização de trabalho para o exterior.

Sendo dA uma variação infinitesimal da área da superfície de um líquido (a temperatura constante), o trabalho da força dirigida para o interior pode ser escrito:

$$dW = -\gamma dA$$

definindo o *coeficiente de tensão superficial* ou, simplesmente, a *tensão superficial*, γ , do líquido, para caracterizar as propriedades da camada superficial. A tabela a seguir mostra alguns valores da tensão superficial.

Tensão Superficial para Líquidos em Contato com o Ar

Substância	Temperatura (°C)	γ (dyn/cm)
Glicerina	20	63,1
Mercúrio	20	465,0
Azeite	20	32,0
Água	0	75,6
Água	20	72,8
Água	60	66,2

As moléculas da camada superficial do líquido têm energia potencial maior do que as moléculas do interior, energia esta que resulta do trabalho realizado pelas forças de atração exercidas pelas moléculas do interior do líquido sobre as que se deslocam para a superfície. E como qualquer sistema em equilíbrio está no estado, dentre os possíveis, para o qual a sua energia é mínima, um líquido em equilíbrio deve ter a menor área superficial possível, ou seja, devem existir forças agindo no sentido de reduzir esta área. Um líquido se comporta, portanto, como se existissem forças tangentes à superfície, chamadas *forças de tensão superficial*, e o coeficiente γ pode ser pensado como a força de tensão superficial por unidade de comprimento.

Atividade Experimental 4

O objetivo desta atividade é ilustrar as forças de tensão superficial.

Tomando um pedaço de arame, dê-lhe a forma de um anel. Introduza o anel de arame em uma solução de água com sabão de modo que fique recoberto com uma fina película da solução.

Coloque um laço de linha de costura sobre a película e observe a forma tomada pelo laço (Fig.9(a)). Agora, destruindo a película dentro do laço, observe a forma tomada pelo laço (Fig.9(b)).

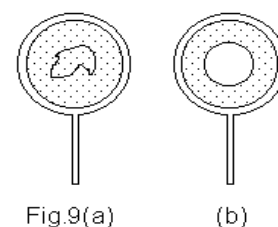


Fig.9(a)

(b)

³ Devido a esta tendência de se contrair, o interior de um líquido está sujeito a uma enorme pressão que, para a água, por exemplo, vale cerca de 10.000 atm. Contudo, não existe modo direto (hidrostático) de se medir essa pressão.

Explique a mudança de forma do laço.

Tomando um pedaço de arame mais grosso, dê-lhe a forma de um anel. Introduza o anel de arame em uma solução de água com sabão de modo que fique recoberto com uma fina película da solução. Sacuda rapidamente o arame para produzir bolhas de sabão, observando a sua forma esférica.

Explique a formação das bolhas.

Um experimento como este só pode ser conduzido com líquidos que formam películas. A habilidade de formar películas não está ligada ao valor da tensão superficial, mas à estrutura molecular. A tensão superficial de uma solução de sabão, por exemplo, é aproximadamente $1/3$ da tensão superficial da água pura, mas esta última não forma películas estáveis.

Ao se destruir a película dentro do laço, no experimento descrito acima, a forma tomada pelo laço é a de uma circunferência por efeito das forças de tensão superficial da parte restante da película, que atuam perpendicularmente à linha de costura em todos os seus pontos.

A tendência de reduzir a área superficial é característica não apenas de películas mas também de qualquer volume líquido. Se a energia superficial fosse o único fator a determinar o comportamento, qualquer massa líquida teria forma esférica, já que esta é a forma com área superficial mínima para um dado volume.

Por outro lado, com raras exceções, a tensão superficial decresce com o aumento da temperatura. Com maior energia cinética, as moléculas passam menos tempo próximas umas das outras e as forças intermoleculares perdem eficiência.

III.7. Tensoativos

A água não molha muito bem as superfícies onde é aplicada e, por isso, não lava eficientemente. Isto pode ser observado quando enchemos um copo e o esvaziamos: o recipiente fica umedecido internamente de forma irregular, apresentando áreas secas e áreas úmidas. Para aumentar a eficiência da água na remoção de manchas e sujeiras de roupas, por exemplo, adiciona-se compostos chamados *tensoativos* que diminuem a tensão superficial, favorecendo o seu espalhamento e promovendo um contato mais íntimo com a superfície a ser limpa. Estes compostos são os principais componentes dos detergentes.

Os tensoativos reduzem a tensão superficial porque suas moléculas têm uma cabeça hidrofílica (com afinidade com a água) e uma cauda hidrofóbica (com pouca ou nenhuma afinidade com a água). A primeira adere às moléculas de água, quebrando suas atrações intermoleculares e permitindo a expansão da área de contato da água com a superfície que deve molhar.

Os tensoativos também ajudam a deslocar e a dispersar as partículas de sujeira. A maior parte da sujeira é do tipo graxa. Nesse caso, as caudas hidrofóbicas das moléculas do tensoativo se fixam na sua superfície, com as cabeças hidrofílicas em contato com a água. Assim, a graxa fica isolada do tecido, podendo ser deslocada com o fluxo de água. Por outro lado, depois que as partículas de sujeira são removidas, devem permanecer dispersas. As cabeças hidrofílicas das moléculas do tensoativo, em camada ao redor das partículas de sujeira, ajudam a evitar um novo contato com a superfície do tecido.

III.8. Gotas de Líquido

Além das forças intermoleculares, que originam as forças de tensão superficial, atuam no líquido forças externas como a força da gravidade e as forças de interação das moléculas do líquido com as partículas das paredes do recipiente. A forma tomada pela massa líquida é determinada pela relação entre estas forças.

A força gravitacional, por si própria, não pode afetar a forma do líquido porque causa a mesma aceleração em todas as suas partículas. Isso explica, por exemplo, a forma esférica de um líquido em queda livre (descontando-se o leve achatamento

vertical devido à resistência do ar). Um líquido apoiado sobre uma superfície ou que pende de um tubo adquire forma esférica se a força gravitacional é pouco importante, como no caso das pequenas gotas. Nesse caso, a energia potencial superficial, e não a gravitacional, é que governa a forma.

Quando o líquido abandona um tubo, por exemplo, o tamanho da gota gradualmente aumenta até atingir um valor bem definido. Isto ocorre porque, enquanto a gota não é grande o suficiente, as forças de tensão superficial são suficientes para contrabalançar a força gravitacional e impedir a sua separação do resto da massa líquida. A gota se separa quando o seu peso fica igual a força de tensão superficial que a segura, de modo que a observação da formação de gotas permite determinar a tensão superficial do líquido em questão.

Quando da formação de uma gota, antes da sua separação do resto do líquido, um pescoço é formado cujo raio é um pouco menor que o raio do tubo (Fig.10)). A força de tensão superficial que atua ao longo da circunferência desse pescoço (Fig.11), no momento da separação, deve ter módulo igual ao módulo da força peso:

$$2\pi r\gamma = mg$$

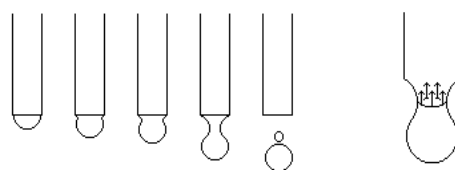


Fig.10(a) (b) (c) (d) (e) Fig.11

onde r é o raio do pescoço e m , a massa da gota. Medindo-se o peso da gota e o raio do pescoço no momento da separação, pode-se calcular a tensão superficial.

O método descrito acima para a determinação da tensão superficial dá bons resultados embora, na realidade, uma gota não se separe exatamente da forma descrita. No momento em que a gota atinge o tamanho determinado pela expressão acima, o pescoço rapidamente se torna mais estreito (Fig.10(d)) e a gota formada é acompanhada por outra gota pequena (Fig.10(e)).

III.9. Influência de um Segundo Meio

A energia superficial de um líquido depende não apenas das propriedades do próprio líquido mas também das propriedades do meio vizinho. Introduzimos, acima, o conceito de tensão superficial e o relacionamos apenas às propriedades do líquido, tendo em mente um líquido em contato com seu vapor. A energia superficial permanece praticamente a mesma se o meio vizinho for um gás qualquer a baixa pressão porque, então, a interação das moléculas do líquido com as do gás fica muito menor do que a interação entre as moléculas do próprio líquido. As coisas são diferentes quando o meio vizinho é outro líquido, um sólido ou um gás a alta pressão (centenas de atmosferas). Então, os valores da tensão superficial de um líquido vizinho ao seu próprio vapor e vizinho a outra substância mais densa diferem apreciavelmente. Na determinação da tensão superficial é necessário levar em conta as propriedades das substâncias nos dois lados da superfície.

Tensão Superficial a Temperatura Ambiente

Substância	γ (dyn cm ⁻¹)	Substância	γ (dyn cm ⁻¹)
Água	73,0	Mercúrio	490,0
Água-Benzeno	33,6	Mercúrio-Água	427,0
Água-Éter	12,2	Mercúrio-Álcool	399,0

A tabela acima fornece dados para ilustrar esta circunstância. A inspeção da tabela mostra que a tensão superficial na interface entre dois líquidos é sempre menor do que para a superfície livre do líquido. Isto é bastante natural porque as forças de interação das moléculas da camada superficial com aquelas do meio vizinho e com as suas próprias moléculas se opõem diretamente.

III.10. Interface entre Líquido e Sólido

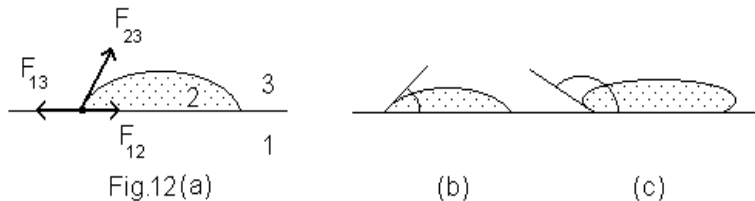
Vamos considerar as condições na interface entre um líquido e um sólido. A forma tomada pelo líquido é determinada pela relação entre três forças que nele atuam: a força de gravidade, a força de interação entre suas moléculas e a força de interação de suas moléculas com as partículas do sólido. A relação entre as duas últimas forças é caracterizada pelo ângulo de contato θ , isto é, o ângulo formado pela tangente à interface líquido-sólido e a superfície do sólido (Fig.12(a)). Este ângulo é determinado pela condição de equilíbrio: a soma das forças aplicadas em qualquer elemento de comprimento ao longo da linha de contato dos três meios deve ser nula. Em módulo:

$$F_{13} = F_{23} \cos \theta + F_{12}$$

e tomando $F_{12} = \gamma_{12} dL$, $F_{13} = \gamma_{13} dL$ e $F_{23} = \gamma_{23} dL$, temos:

$$\cos \theta = \frac{F_{13} - F_{12}}{F_{23}} = \frac{\gamma_{13} - \gamma_{12}}{\gamma_{23}}$$

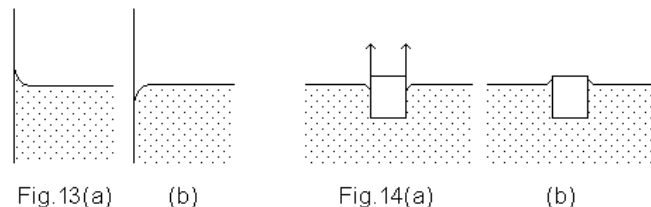
Aqui, γ_{12} , γ_{13} e γ_{23} são as correspondentes tensões superficiais. Se $\gamma_{13} - \gamma_{12} = \gamma_{23}$, ou seja, se $\theta = 0$, o líquido se espalha na forma de uma camada fina sobre a superfície do sólido. Isto também será observado quando $\gamma_{13} - \gamma_{12} > \gamma_{23}$. O fenômeno do espalhamento completo de um líquido é chamado *molhagem completa*. É



característico, por exemplo, de álcool sobre vidro limpo. O caso $\theta = \pi$ (quando $\gamma_{13} + \gamma_{23} = \gamma_{12}$) corresponde à não molhagem completa. Observa-se, por exemplo, para água sobre parafina. Casos intermediários de molhagem parcial, $\theta < \frac{1}{2} \pi$ (Fig.12(b)), ou não molhagem parcial, $\theta > \frac{1}{2} \pi$ (Fig.12(c)) são a regra.

A interação das moléculas de um líquido com as partículas de um sólido também afeta a forma da superfície de um líquido em um recipiente. Se uma grande quantidade de líquido é colocada dentro de um recipiente amplo, a forma de sua superfície é determinada pela força gravitacional que naturalmente assegura uma superfície plana e horizontal. Junto às paredes do recipiente, contudo, a superfície do líquido é curvada, formando um menisco côncavo para líquidos que molham (Fig.13(a)) e convexo para líquidos que não molham (Fig.13(b)) estas paredes.

A curvatura da superfície de um líquido associada a molhabilidade pode tornar possível a flutuação de um corpo em um líquido de menor densidade.



Para uma barra de comprimento L na direção perpendicular ao plano do desenho (Fig.14(a)), por exemplo, a força superficial sobre a seção reta é $2\gamma L$ e está dirigida para cima. Esta força é balanceada pelo peso da barra menos o empuxo. Quando o peso da barra é suficientemente pequeno, ela permanece sobre a superfície. Se o material da barra é molhado pelo líquido (Fig.14(b)), a força de tensão superficial pode fazer com que a barra mergulhe no

líquido mesmo que este tenha uma densidade maior que a da barra.

Atividade Experimental 5

O objetivo desta atividade é observar o fenômeno de tensão superficial.

Encha um copo com água até quase transbordar. Observe a forma da superfície livre da água. Então, com um conta gotas, adicione mais e mais água, até derramar. Descreva o comportamento da superfície livre da água neste processo.

Atividade Experimental 6

O objetivo desta atividade é estimar a tensão superficial da água. Coloque uma lâmina de barbear sobre a superfície livre da água contida em um copo, de modo que permaneça sobre a superfície.

Sabendo que a lâmina é feita de aço, cuja densidade é de cerca de 7 g cm^{-3} , explique porque a lâmina não afunda.

Faça uma estimativa do valor da tensão superficial.

Repita estes procedimentos com uma agulha.

Atividade Experimental 7

O objetivo desta atividade é determinar a tensão superficial de uma solução de água com sabão.

Dobre um pedaço de arame em forma retangular e, com outro pedaço, faça uma corredeira (Fig.15). Quando este sistema é mergulhado em uma solução de água com sabão, forma-se uma película que, ao se contrair, puxa rapidamente a corredeira no sentido de minimizar a área da superfície.

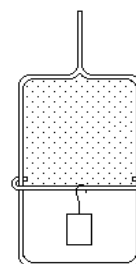


Fig.15

Suspenda um objeto na corredeira de modo que a força de tensão superficial seja balanceada pelo peso do objeto, e observe que a corredeira se mantém em repouso em qualquer posição, independentemente da área da película de líquido (desde que a temperatura seja mantida constante). Este comportamento é diferente do comportamento de uma membrana de borracha esticada, que exerce uma força tanto maior quanto maior a área da superfície.

A película de sabão possui duas camadas, cada qual com espessura de alguns diâmetros moleculares, entre as quais se encontra a massa líquida. A espessura total da película é enorme comparada com o diâmetro molecular. Quando a corredeira é puxada para baixo, a área da superfície da película aumenta, com moléculas passando do interior do líquido para a superfície, e a película fica mais fina. Portanto, a película não é esticada como uma membrana de borracha.

A tensão superficial na película é dada por $\gamma = mg/2L$ onde L é o comprimento da corredeira e m , a massa do corpo suspenso. O fator 2 aparece porque a película tem duas superfícies.

Assim, medindo m e L , calcule γ .

Atividade Experimental 8

O objetivo desta atividade é estudar qualitativamente as gotas líquidas.

Com o auxílio de um conta gotas, deposite uma gota de água sobre uma superfície de vidro bem limpa e seca. Observe e descreva a forma da gota.

Molhe a superfície de vidro e deposite uma outra gota. Observe e descreva a forma da gota.

Na superfície de vidro novamente seca, deposite uma gota de álcool. Observe com qual das duas situações anteriores esta se assemelha e tire uma conclusão.

Agora, deposite sobre a placa de vidro seca uma gota de água com sabão. Observe com qual das situações anteriores esta se assemelha e tire uma conclusão.

III.11. Forças na Superfície Curva de um Líquido

Uma superfície plana não é normal para um líquido porque, para que isso aconteça, necessita-se da ação de uma força externa, como a força gravitacional ou a força de interação das moléculas do líquido com as partículas do meio vizinho (espalhamento do líquido na molhagem). A curvatura da superfície de um líquido leva ao aparecimento de forças que agem debaixo dela. Isso pode ser visto facilmente pelas seguintes considerações. Imagine uma gota esférica de raio r (Fig.16). Quando o seu raio aumenta, a área da superfície e a energia potencial superficial também aumentam. E isso só pode ser conseguido com a realização de trabalho sobre o líquido. Inversamente, quando o raio da gota diminui, a energia potencial superficial também diminui e as forças que atuam na gota realizam trabalho. Assim, o volume de um líquido sob uma superfície esférica está sempre comprimido em certa medida, isto é, sujeito a uma pressão adicional, chamada *pressão de Laplace*, direcionada perpendicularmente à superfície.

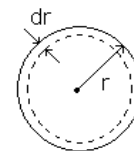


Fig.16

Para calcular a pressão de Laplace, suponhamos que a esfera líquida, de volume V , sob a ação desta pressão, tenha uma redução dV no seu volume. O trabalho de compressão do líquido é feito às custas da redução da energia superficial. O trabalho das forças de tensão superficial nesse processo ($dW = -\gamma dA$) é igual ao trabalho de compressão ($dW = -PdV$), de modo que:

$$PdV = \gamma dA$$

onde dA é a correspondente redução na área da superfície da esfera. E como $dA = 8\pi r dr$ e $dV = 4\pi r^2 dr$, temos:

$$P(4\pi r^2 dr) = \gamma(8\pi r dr)$$

de modo que a pressão de Laplace fica:

$$P = 2\gamma/r$$

A pressão de Laplace está dirigida para o centro de curvatura da superfície: numa superfície convexa, para o interior, e numa superfície côncava, para o exterior do líquido. Assim, no primeiro caso, a pressão do líquido é maior do que a pressão normal e, no segundo caso, menor.

Para bolhas de sabão, como a película tem duas faces em contato com o meio vizinho, a expressão para a pressão fica:

$$P = 4\gamma/r$$

Observe que esta pressão adicional, criada pela curvatura da superfície e que atua na direção perpendicular a esta superfície, não pode ser relacionada diretamente às forças de tensão superficiais, que são tangentes à superfície. Esta pressão aparece como resultado indireto da ação das forças de tensão superficial, que curvam a superfície do líquido (Fig.17). As forças de tensão superficial, dirigidas tangencialmente à superfície, atuam em qualquer elemento de comprimento do círculo ABCD. A resultante de tais forças aponta para o centro de curvatura e, relacionada à unidade de área da superfície, é a pressão adicional que atua no líquido sob a superfície curva.

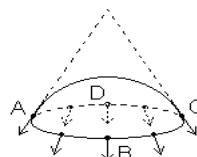


Fig.17

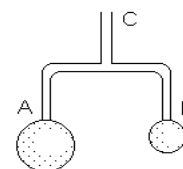


Fig.18

Atividade Experimental 9

O objetivo desta atividade experimental é observar a pressão adicional que atua no líquido sob a superfície curva e sua dependência com o raio de curvatura.

Coloque as extremidades A e B de um tubo de vidro em Y (Fig.18) dentro de uma solução de água com sabão.

Retire o tubo da solução e produza duas bolhas, soprando na extremidade C. Feche a extremidade C e observe o resultado

Devido a circunstâncias aleatórias, as bolhas terão raios diferentes e quando a extremidade C é fechada, como as bolhas não estão em equilíbrio, aquela com o raio maior se expande e a de raio menor se contrai. Isto mostra que a pressão causada pela curvatura da superfície cresce com a diminuição do raio de curvatura.

Atividade Experimental 10

O objetivo desta atividade é produzir gotas perfeitamente esféricas limitando a ação da gravidade sobre elas.

A água é mais densa e o álcool, menos denso que o óleo. Então, faça uma mistura de água e álcool com uma densidade o mais próximo possível da do óleo. Com um conta gotas, deposite gotas de óleo no seio desta mistura.

Observe a forma das gotas obtidas e tente explicar a sua esfericidade.

III.12. Capilaridade

A superfície de um líquido colocado em um recipiente tem uma certa curvatura nas proximidades das paredes, isto é, onde as forças de interação entre as moléculas do líquido e as do recipiente

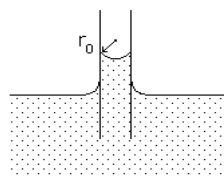


Fig.19

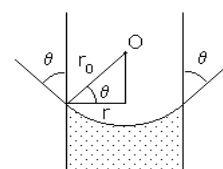


Fig.20

desempenham um importante papel. No restante do líquido, a superfície é plana por efeito da força gravitacional. Contudo, se a área total livre do líquido não é grande, por exemplo, quando o líquido está em um tubo estreito, a influência das paredes se estende a toda a superfície do líquido. Um tubo pode ser considerado estreito (tubo capilar) quando suas dimensões são da mesma ordem do raio de curvatura da superfície do líquido que contém. Os fenômenos em tais vasos são chamados fenômenos de capilaridade. E já que os capilares são caracterizados pela curvatura da superfície do líquido dentro deles, aqui a influência da pressão de Laplace é a maior possível. Um resultado direto dessa pressão é a ascensão do líquido no capilar.

Consideremos um tubo imerso em um amplo recipiente com líquido que molha as paredes do tubo capilar (Fig.19). O líquido penetra no tubo, forma um menisco côncavo e sofre a ação da pressão de Laplace.

$$P = 2\gamma/r_0$$

onde γ é a tensão superficial do líquido e r_0 é o raio de curvatura do menisco. Esta pressão aponta na direção do centro de curvatura do menisco, isto é, para cima. O líquido sobe pelo tubo capilar sob a ação desta pressão até uma altura h dada por:

$$2\gamma/r_0 = \rho gh$$

onde ρ representa a densidade do líquido e g , a aceleração da gravidade. Esta expressão determina a altura de ascensão do líquido no capilar. Não é difícil estabelecer uma relação entre esta altura e o raio r do tubo capilar. Sendo θ o ângulo de contato entre o líquido e as paredes do tubo capilar (Fig.20), podemos ver que $r = r_0 \cos \theta$. Assim, a expressão anterior fornece:

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$$

e

$$h = \frac{2\gamma}{\rho g r}$$

para um líquido que molha completamente as paredes ($\theta = 0$). Como poderíamos ter esperado, a altura de ascensão do líquido no capilar cresce com o crescimento da tensão superficial do líquido e decresce com o crescimento de raio do capilar.

Se o líquido não molha o capilar, temos a situação inversa: o menisco é convexo, o centro de curvatura está no interior do líquido, a pressão de Laplace está dirigida para baixo, o nível do líquido no capilar fica abaixo do nível do líquido no recipiente dentro do qual o capilar foi introduzido. Aqui também h , que mede a diferença de nível, é dada pelas equações anteriores.

Atividade Experimental 11

O objetivo desta atividade é determinar a tensão superficial de um líquido por intermédio do fenômeno de capilaridade.

Encha um copo com água e coloque tubos capilares de diâmetros diferentes na região central do copo. Meça as alturas das colunas de água nos diferentes capilares e os diâmetros internos dos respectivos tubos.

Sabendo que a densidade da água vale 1 g cm^{-3} e que o módulo da aceleração da gravidade vale 981 cm s^{-2} e supondo que a água molha completamente as paredes dos capilares, de modo que vale a relação acima, determine a tensão superficial da água para cada capilar e encontre o valor médio.

Compare o valor obtido com o valor tabelado: $\gamma = 72,8 \text{ dyn cm}^{-1}$ a $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

PARTE II: FLUIDOS IDEAIS

I. INTRODUÇÃO

Os fluidos são corpos cujas moléculas não guardam suas posições relativas tomando, assim, a forma do recipiente. E, em condições favoráveis, escoam. Os fluidos são constituídos por um grande número de partículas em movimento desordenado e em constantes colisões. Para ser exato na análise de qualquer fenômeno que envolva fluidos deve-se considerar a ação de cada molécula ou grupo de moléculas. Tal procedimento é adotado na teoria cinética e na mecânica estatística e é muito laborioso sob o ponto de vista matemático. Em se tratando de estabelecer relações entre grandezas macroscópicas associadas ao escoamento de fluidos, contudo, pode-se substituir o meio molecular real por um meio contínuo hipotético, facilitando o tratamento matemático. De qualquer modo, a idéia do contínuo deve ser usada apenas nos casos em que conduz a uma descrição razoavelmente aproximada dos fenômenos em questão. Por exemplo, não pode ser usada na descrição da tensão superficial porque as dimensões características do fenômeno são da ordem do livre caminho médio das moléculas que constituem o fluido. Assim, vamos-nos restringir aqui ao estudo dos fluidos ignorando os fenômenos de tensão superficial, capilaridade e viscosidade, e tomando os fluidos como incompressíveis. Em outras palavras, fluidos ideais e, quando for o caso, em regime de escoamento estacionário.

A hidrostática estuda os fluidos em repouso considerando o equilíbrio das forças que atuam em qualquer elemento de volume. A hidrodinâmica estuda os fluidos em movimento, mas como tal estudo é complexo e difícil, envolvendo matemática avançada, vamos estudar os fenômenos que podem ser descritos apenas com os princípios de conservação da massa e da energia, o primeiro levando à equação da continuidade e o segundo, à equação de Bernoulli.

II. HIDROSTÁTICA

II.1 Pressão e Densidade

Um sólido, sendo rígido, pode experimentar a ação de uma força que atue sobre um ponto. Um fluido, contudo, só experimenta a ação de uma força através de uma superfície. Assim, a grandeza relevante aqui é a pressão, definida como o cociente do módulo da força normal pela área da superfície sobre a qual atua:

$$P = F/A$$

$$\text{com } [P] = [F][A]^{-1} = \text{Nm}^{-2} \equiv \text{Pa} \quad (\text{pascal})$$

Discutir:

1. Tênis permitem um andar mais eficiente sobre areia do que sapatos de salto alto.
2. Um tijolo exerce pressões diferentes sobre um plano horizontal conforme a face apoiada no plano.
3. Outras unidades de pressão: 1 Bar = 10^7 Pa, 1 mBar = 10^{-3} Bar = 10^4 N/m² e 1 hPa = 10^2 Pa (h = hecto).

Definimos densidade (ou massa específica) de um corpo como o cociente de sua massa pelo seu volume:

$$\rho = m/V$$

com $[\rho] = [m][V]^{-1} = \text{kg m}^{-3}$ ou g cm^{-3} .

Atividade Experimental 1

O objetivo desta atividade é estudar a pressão.

Abandone um corpo de carga sempre da mesma altura, sobre pregos com pontas de áreas diferentes, verticalmente apoiados sobre uma barra de sabão (Fig.1).

Observe a distância de penetração de cada prego.

Repita o procedimento substituindo a barra de sabão por uma tábua.

Se o corpo de carga cair de alturas diferentes, a pressão sobre o sabão será diferente? O peso do corpo de prova é o mesmo, independente da altura de que é abandonado.

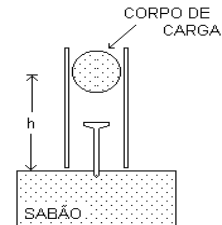


Fig.1

Atividade Experimental 2

O objetivo desta atividade é determinar a densidade da água e de alguns corpos sólidos.

Determine a massa de um balão graduado. Coloque água neste balão, anotando o correspondente volume e determine a massa do balão com a água dentro. Com os números obtidos, calcule a densidade da água.

Por outro lado, o volume de um corpo de forma regular como um cubo ou um cilindro, por exemplo, pode ser obtido pela medida direta de suas dimensões e o volume de um corpo de forma irregular pode ser determinado pelo aumento aparente do volume de um líquido onde é mergulhado.

Para cada corpo dado, determine a massa com uma balança. Para determinar o volume de cada corpo, encha uma proveta com água e mergulhe-o totalmente, anotando o acréscimo aparente de volume experimentado pela água. Com os números obtidos, calcule as respectivas densidades.

Discutir:

Em que condições as densidades assim determinadas são idênticas às densidades das substâncias de que são feitos os corpos ?

II.2. A Experiência de Torricelli

A Terra está envolvida por uma camada de ar, a atmosfera. A pressão atmosférica (P_{ATM}) é a pressão exercida sobre a superfície da Terra pelo peso da atmosfera. Um modo de medir a pressão atmosférica é a experiência de Torricelli.

Torricelli usou um tubo de vidro com cerca de 1 m de comprimento fechado em uma das extremidades, e cheio de mercúrio, emborcando-o em um recipiente contendo também mercúrio, sem que entrasse ar no tubo (Fig.2). A coluna de mercúrio no interior do tubo permaneceu com uma altura de aproximadamente 760 mm, sustentada pela pressão atmosférica na superfície livre do recipiente.

A pressão atmosférica é equivalente à pressão de uma coluna de mercúrio de 760 mm de altura, ao nível do mar, a 0°C e em um local onde a aceleração gravitacional $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Escrevemos simbolicamente $P_{\text{ATM}} = 760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm}$. A pressão atmosférica pode ser calculada por:

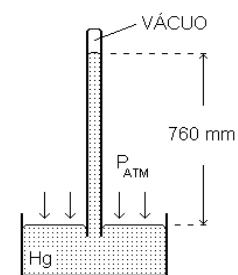


Fig.2

$$P_{\text{ATM}} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \rho gh$$

e como $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ temos, ao nível do mar:

$$P_{\text{ATM}} = (13,6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3})(9,81 \text{ m/s}^2)(0,76 \text{ m}) \approx 10^5 \text{ Pa}$$

Atividade Experimental 3

O objetivo desta atividade é medir a pressão atmosférica com o procedimento de Torricelli usando mercúrio e água.

Anote a temperatura ambiente.

Encha um tubo de vidro com cerca de 1m de comprimento com mercúrio. Atenção: o mercúrio é muito nocivo à saúde. Proteja suas mãos com luvas de borracha, use máscara e, se possível, trabalhe perto de um exaustor.

Tampando a saída do tubo, emborque-o numa proveta contendo também mercúrio. Liberte a saída do tubo e deixe o sistema atingir o equilíbrio. Meça a altura da coluna de mercúrio dentro do tubo.

Encha uma mangueira com 13 m de comprimento com água. Feche uma das extremidades e eleve-a verticalmente, colocando a outra extremidade em um copo com água. Meça a altura da coluna de água após o equilíbrio ter sido alcançado.

Discutir:

1. Unidade prática de pressão, o metro de água.
2. Sugar líquido com um canudinho adaptado a um recipiente fechado.

II.3. Variação da Pressão com a Profundidade

Para demonstrar o teorema fundamental da hidrostática que estabelece que a pressão em um fluido (com densidade constante) varia linearmente com a profundidade, vamos considerar uma porção imaginária de fluido na forma de um cilindro circular reto com seção reta de área A e altura h , com a face superior livre para a atmosfera (Fig.3). A seção superior do cilindro recebe da atmosfera uma força de módulo $F_1 = AP_{\text{ATM}}$ e a porção de fluido abaixo da base do cilindro imprime nesta base uma força de módulo $F_2 = AP(h)$, onde $P(h)$ é a pressão no interior do fluido a uma profundidade h . O cilindro imaginário tem massa $m = \rho V = \rho Ah$, onde ρ é a densidade do fluido. Como esta porção de fluido na forma de um cilindro está em repouso com o resto do fluido:

$$F_2 = F_1 + mg$$

ou

$$AP(h) = AP_{\text{ATM}} + \rho Ahg$$

e simplificando o fator comum:

$$P(h) = P_{\text{ATM}} + \rho gh$$

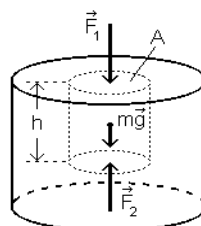


Fig.3

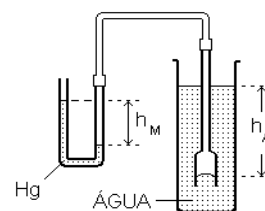


Fig.4

Atividade experimental 4

O objetivo desta atividade é verificar a linearidade da pressão com a profundidade através do arranjo mostrado (Fig.4).

Introduza o tubo na água da proveta, anote a diferença de nível do mercúrio no tubo em U para cada profundidade selecionada.

Como uma coluna de 76 cm de mercúrio corresponde a $P_{\text{ATM}} \approx 10^5 \text{ Pa}$, uma coluna de 1 cm corresponde a 1.333 Pa. Usando esta relação, complete a tabela.

h_a (cm)	h_m (cm)	$P(h_A) - P_{atm}$ (Pa)
5		
10		
15		
20		
25		

Construa o gráfico $P(h_A) - P_{atm}$ contra h_a e verifique a sua linearidade. Para confronto do resultado, determine a densidade da água.

Discutir:

1. Paradoxo hidrostático.

Consideremos recipientes de formas diferentes, mas com a mesma área de base, todos com líquido até a mesma altura (Fig.5). A força exercida pelo líquido sobre a base é a mesma em todos os recipientes, embora o peso do líquido seja diferente. Este fato resulta da igualdade das pressões exercidas sobre as bases, que só dependem da altura mencionada.

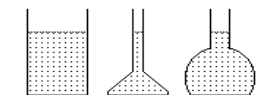


Fig.5

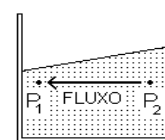


Fig.6

2. A superfície livre de um líquido é plana e horizontal.

Se a superfície livre de um líquido não fosse plana e horizontal (Fig.6), dois pontos (P_1 e P_2 , por exemplo) do fluido, estando a profundidades diferentes, estariam submetidos a pressões diferentes e, então, existiria movimento interno do fluido para anular a diferença de pressão.

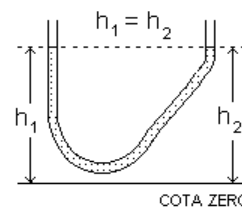


Fig.7

Atividade experimental 5

O objetivo desta atividade é determinar se dois pontos do espaço estão no mesmo nível.

A água, preenchendo sem bolhas de ar uma mangueira, apresenta-se no mesmo nível nas suas duas extremidades (Fig.7).

Tome um pedaço de mangueira transparente e encha-o com água. Cuide para que não haja bolhas de ar no líquido. Agora, saia por aí verificando o nível.

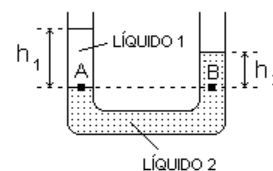


Fig.8

Atividade experimental 6

O objetivo desta atividade é determinar a densidade de alguns líquidos.

Consideremos dois líquidos não miscíveis em um tubo em U (Fig.8). Como $P_A(h_1) = P_B(h_2)$ temos, pela equação fundamental da hidrostática:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

Assim, conhecendo-se a densidade de um dos líquidos e medindo-se as alturas das colunas no tubo em U, pode-se determinar a densidade do outro líquido.

Coloque os líquidos em um tubo em U, começando pelo que você estima ser o mais denso. Ao colocar o segundo líquido, faça-o lentamente pelas paredes do tubo. Meça as alturas das colunas acima do ponto de separação dos líquidos e com os números obtidos, calcule a densidade procurada.

O procedimento acima não pode ser usado para líquidos miscíveis. Para estes,

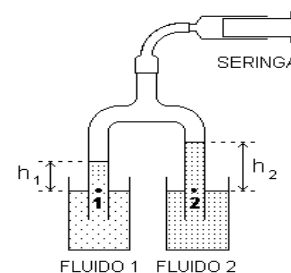


Fig.9

usa-se um tubo em Y invertido (Fig.9). Do mesmo modo que antes:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

Tomando dois líquidos diferentes, coloque-os em recipientes diferentes. Mergulhe o tubo em Y invertido com cada ramo em um dos recipientes e, usando uma seringa conectada ao terceiro ramo do tubo por uma mangueira de borracha, aspire o ar deste ramo. Adicione o correspondente líquido no recipiente cujo nível ficar mais baixo para nivelá-lo com o líquido do outro recipiente. Meça as alturas das colunas acima do nível comum e calcule a densidade procurada.

II.4. Variação da Pressão Atmosférica com a Altitude

Considerando a atmosfera como um fluido em equilíbrio (Fig.10), a uma pequena variação dh na altitude h , medida a partir do nível do mar, corresponde uma pequena variação $dP(h)$ na pressão atmosférica dada por:

$$dP(h) = -\rho(h)g(h)dh$$

onde $\rho(h)$ representa a densidade da atmosfera e $g(h)$, a aceleração gravitacional a essa altitude. O sinal negativo aparece porque $P(h)$ decresce com o aumento de h .

Considerando a atmosfera como um gás ideal, com a mesma temperatura em todos os pontos, temos $\rho(h) = k P(h)$, com k constante. A constante k pode ser calculada particularizando a expressão para $h = 0$ (nível do mar):

$$k = \frac{\rho_0}{P_{ATM}}$$

onde ρ_0 e P_{ATM} são, respectivamente, a densidade e a pressão ao nível do mar. Mas:

$$g(h) = g_0 \frac{R_t^2}{(R_t + h)^2}$$

onde g_0 é a aceleração gravitacional ao nível do mar e R_T , o raio da Terra (suposta esférica). Então, para alturas $h \ll R_T$ podemos escrever $g(h) \approx g_0$ e daí:

$$\frac{dP(h)}{P(h)} = -kg_0 dh$$

Integrando esta expressão desde $h = 0$ (nível do mar) até uma altitude h genérica:

$$\int_0^h \frac{dP(h)}{P(h)} = -kg_0 \int_0^h dh$$

resultando em:

$$\ln \frac{P(h)}{P_{ATM}} = -kg_0 h$$

ou:

$$P(h) = P_{ATM} e^{-kg_0 h}$$

A 25°C , $\rho_0 \approx 1,2 \text{ kg m}^{-3}$ e $P_{ATM} \approx 1,01 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$, de modo que:

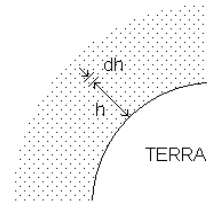


Fig.10

$$\rho_0 \approx 1,16 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1} \approx 0,116 \text{ km}^{-1}$$

Por exemplo, no topo do Everest, a cerca de 8,84 km de altitude, a pressão atmosférica é cerca de 36% da pressão ao nível do mar:

$$P(8.840 \text{ m}) \approx P_{\text{ATM}} e^{-(0,116 \text{ km}^{-1})(8,84 \text{ km})} \approx 0,36 P_{\text{ATM}}$$

A pressão atmosférica diminui exponencialmente com a altitude. A Fig.11 mostra esta dependência, juntamente com o aumento da pressão com a profundidade na água (considerada incompressível).

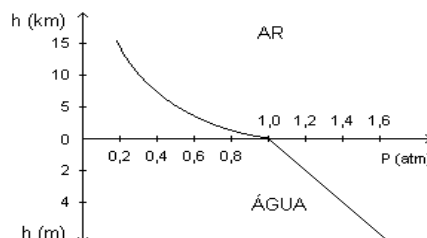


Fig. 11

Discutir:

O pulmão dos bolivianos.

II.5. Teorema de Pascal

A diferença de pressão entre dois pontos de um líquido homogêneo em repouso é constante, dependendo apenas do desnível entre esses pontos. Portanto, uma variação de pressão produzida em um ponto do fluido em repouso deve se transmitir a todos os outros pontos. Este resultado constitui o *teorema de Pascal*.

Discutir:

A prensa hidráulica como aplicação do teorema de Pascal.

Seja \vec{f} a força aplicada ao êmbolo do cilindro de menor diâmetro, de seção reta com área a , e \vec{F} , a força do fluido sobre o êmbolo de maior diâmetro, de seção reta com área A (Fig.12), como a pressão exercida pela força \vec{f} se transmite integralmente a todos os pontos do fluido, temos:

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \quad \text{ou} \quad F = \left(\frac{A}{a}\right) f$$

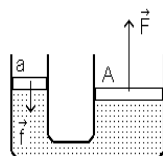


Fig.12

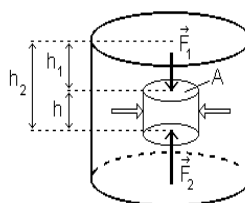


Fig.13

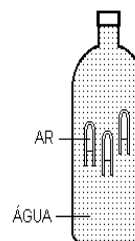


Fig.14

II.6. Teorema de Arquimedes

Considerando um corpo cilíndrico reto, com seção reta de área A e altura

h , totalmente imerso em um fluido de densidade ρ (Fig.13), a resultante das forças superficiais exercidas pelo fluido sobre o cilindro será vertical (já que por simetria as forças laterais se cancelam mutuamente) e terá módulo $E = F_2 - F_1$ ou:

$$E = A(P_2 - P_1) = A[(P_{\text{ATM}} + \rho gh_2) - (P_{\text{ATM}} + \rho gh_1)] = \rho A(h_2 - h_1)g = \rho Vg = mg$$

Como o resultado final não depende da forma do corpo, podemos supor que seja geral. Assim, como a diferença de pressão entre dois pontos de um líquido homogêneo em repouso é constante e depende apenas do desnível entre esses pontos, um corpo total ou parcialmente mergulhado em um fluido recebe deste uma força (chamada empuxo) vertical, de baixo para cima, de módulo igual ao módulo do peso do fluido deslocado. Este resultado constitui o *teorema de Arquimedes*.

Discutir:

1. O empuxo de um corpo mergulhado na água e no ar.
2. O densímetro.

Um procedimento direto para medir a densidade de um líquido é com um densímetro. O nível do líquido aponta o valor da densidade na escala do densímetro.

3. Diabretes de Descartes (Fig.14)

Coloque algumas ampolas parcialmente cheias de água com as aberturas para baixo no interior de uma garrafa plástica de refrigerante, por exemplo, completamente cheia de água e tampada. Observe as alturas das ampolas quando estas atingem o equilíbrio. Nesta situação, para cada ampola (pensada juntamente com o seu conteúdo, em parte água e em parte ar), o módulo do respectivo peso é igual ao módulo do respectivo empuxo.

Apertando a garrafa, observe que as ampolas descem e soltando a garrafa, observe que as ampolas voltam às alturas iniciais.

Apertando a garrafa, segundo o teorema de Pascal, o acréscimo de pressão chega até a abertura de cada ampola, comprimindo o ar interior e diminuindo o seu volume. Assim, mais água entra em cada ampola e o respectivo peso aumenta. Como o empuxo não mais balanceia o peso, as ampolas descem. Soltando a garrafa, o acréscimo de pressão desaparece, o ar comprimido no interior de cada ampola empurra a respectiva quantidade de água que havia entrado para fora e o peso da ampola volta a ser o peso inicial. As ampolas voltam às alturas iniciais.

Atividade Experimental 7

O objetivo desta atividade é determinar o empuxo sobre um certo corpo.

Suspenda o cilindro oco de alumínio na mola e defina o zero de referência.

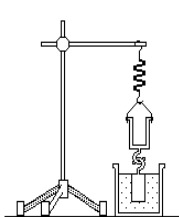


Fig. 15

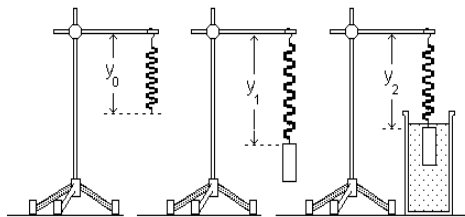


Fig. 16

Suspenda o cilindro maciço de alumínio no cilindro oco e anote a elongação da mola (Fig.15). Mergulhe o cilindro maciço num recipiente com água e anote a nova elongação da mola.

Encha com água o cilindro oco e anote a nova elongação da mola.

Com os números obtidos, determine o empuxo.

Atividade Experimental 8

O objetivo desta atividade é determinar a densidade de um corpo sólido.

Suspenda uma mola de constante elástica conhecida em um suporte (Fig.16). Meça o comprimento de equilíbrio da mola (y_0). Suspenda o corpo cuja densidade deseja determinar na outra extremidade da mola e meça o comprimento de equilíbrio (y_1). Encha uma proveta com água e mergulhe o corpo em questão no líquido. Quando o equilíbrio for atingido, meça o comprimento da mola (y_2).

O peso do corpo é $P_C = \rho_C Vg = k(y_1 - y_0)$ e o peso da água deslocada, $P_A = \rho_A Vg = k(y_1 - y_2)$, de modo que a densidade do corpo pode ser escrita:

$$\rho_C = \frac{y_1 - y_0}{y_1 - y_2} \rho_A$$

Com os valores numéricos obtidos e considerando a densidade da água como sendo 1 kg m^{-3} , calcule ρ_C .

III. HIDRODINÂMICA

III.1. Equação da Continuidade

Dizemos que um fluido escoar em regime estacionário ou lamelar se, em cada ponto do espaço, ele tem sempre as mesmas velocidade e pressão.

Consideremos um fluido de densidade ρ em escoamento estacionário numa tubulação sem derivações (Fig.17). As massas de fluido que escoam através das seções 1 e 2, de áreas A_1 e A_2 , durante o intervalo de tempo Δt são:

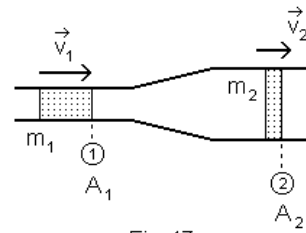


Fig.17

$$m_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t \quad \text{e} \quad m_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t$$

onde v_1 e v_2 são os módulos das velocidades nas seções 1 e 2, respectivamente. Como não existem derivações, $m_1 = m_2$, de modo que:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

ou

$$Av = \text{constante}$$

Esta é a *equação da continuidade* e expressa, na hidrodinâmica, o princípio de conservação da massa. A quantidade $Q \equiv Av = V/\Delta t$ é chamada *vazão* e representa o volume de fluido que escoar através de uma seção reta por unidade de tempo.

Discutir:

1. Filete de água na vertical.

Por efeito da gravidade, a água que sai verticalmente de uma torneira, por exemplo, tem sua velocidade aumentada. Pela equação da continuidade, a área da seção reta do jato de água diminui à medida que a velocidade aumenta.

2. Estreitamento da mangueira para que a água atinja maior distância.

Atividade Experimental 9

O objetivo desta atividade é determinar a vazão de um líquido.

Deixe escorrer na proveta um certo volume de líquido, anotando o tempo correspondente. A razão entre o volume acumulado e o intervalo de tempo é a vazão. Usando a equação da continuidade, calcule a velocidade da água na mangueira.

III.2. Equação de Bernoulli

Para um fluido em escoamento estacionário em uma tubulação (Fig.18), o teorema do trabalho-energia cinética ($W = \Delta E_C$) permite-nos escrever:

$$W_g + W_p = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2)$$

onde m é a massa de um certo volume V de fluido que entra na parte da tubulação considerada com uma velocidade de módulo v_1 e sai com uma velocidade de módulo v_2 e onde:

$$W_g = -mg(y_2 - y_1) = -\rho V g (y_2 - y_1)$$

$$W_p = -F_2 \Delta x_2 + F_1 \Delta x_1 = -P_2 A_2 \Delta x_2 + P_1 A_1 \Delta x_1 = -(P_2 - P_1) V$$

representam o trabalho devido ao desnível da tubulação e o trabalho do resto do fluido sobre a porção considerada. Substituindo na primeira equação temos:

$$-\rho Vg(y_2 - y_1) - (P_2 - P_1)V = \frac{1}{2} \rho V(v_2^2 - v_1^2)$$

ou:

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Esta é a *equação de Bernoulli*. Uma outra forma de apresentá-la é a seguinte:

$$P + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante}$$

Discutir:

Escoamento de um líquido por um orifício no recipiente que o contém.

Consideremos um vaso com água, com um orifício por onde a água escoar (Fig.19). Como aplicação da equação de Bernoulli vamos calcular o módulo da velocidade com que a água escoar pelo orifício. Tomando os pontos 1 e 2 mostrados:

$$P_1 + \rho g H + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g \left(\frac{1}{2} H + z\right) + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Considerando o volume de água como muito grande, pode-se ignorar a velocidade com que o nível de água do vaso baixa se comparada à velocidade com que a água escoar pelo orifício ($v_1 \ll v_2$), e como

$P_1 = P_2 = P_{\text{ATM}}$ temos

$$gH = g\left(\frac{1}{2} H + z\right) + \frac{1}{2} v_2^2$$

ou

$$v_2 = \sqrt{2g\left(\frac{1}{2} H - z\right)}$$

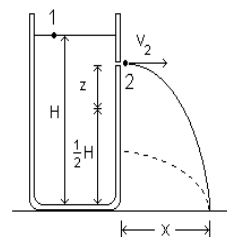


Fig. 19

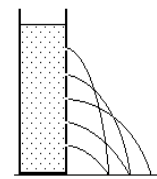


Fig. 20

Este resultado era esperado da cinemática e de estarmos tratando com fluidos ideais. Por outro lado, como o tempo de queda da água é dado pela expressão:

$$t = \sqrt{\frac{2}{g} \left(\frac{1}{2} H + z\right)}$$

a distância x (Fig.19), dada por $x = v_2 t$, fica:

$$x = \sqrt{4\left(\frac{1}{2} H - z\right)\left(\frac{1}{2} H + z\right)}$$

Este resultado mostra que existem sempre duas alturas do orifício para o mesmo alcance (Fig.20).

Atividade Experimental 10

O objetivo desta atividade é determinar o módulo da velocidade de escoamento de um líquido que escoar por um orifício no recipiente que o contém.

Encha de água um recipiente no qual existe um orifício por onde esta pode fluir. Mantenha, ao mesmo tempo, um fluxo de água para dentro do tubo, de modo a

garantir neste um nível constante.

Determine a vazão da água que sai pelo orifício e calcule o módulo da velocidade de escoamento. Compare o resultado com aquele obtido usando a equação de Bernoulli.

Discutir:

1. O chute folha seca.

Uma bola se desloca no ar com velocidade (do centro de gravidade, em relação ao ar) de módulo v e, além disso, gira ao redor do centro de gravidade com uma velocidade linear (da superfície) de módulo v_R (Fig.21(a)). Como a bola não é perfeitamente lisa, arrasta consigo uma certa quantidade de ar.

Num referencial fixo no centro de gravidade da bola (Fig.21(b)), a linha de corrente que passa pelo ponto A tem velocidade de módulo $v_A = v + v_R$ e a linha de corrente que passa pelo ponto B, uma velocidade de módulo $v_B = v - v_R$. Para estes pontos, supostos a mesma altura, a equação de Bernoulli fornece:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

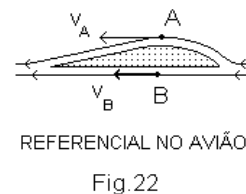
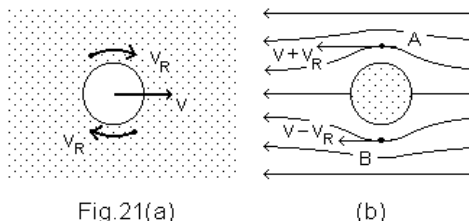
ou

$$P_B - P_A = \frac{1}{2} \rho (v_A^2 - v_B^2)$$

e como $v_A > v_B$ temos $P_B - P_A > 0$ ou $P_B > P_A$. Assim, existe uma força resultante que empurra a bola de B para A.

2. A sustentação de um avião no ar.

Quando um avião avança (Fig.22), as moléculas de ar que passam sobre a asa percorrem uma distância maior do que as que passam por baixo. Assim $v_A > v_B$. O mesmo raciocínio usado acima dá $P_B > P_A$, de modo que existe uma força resultante de baixo para cima sobre a asa do avião, que lhe dá sustentação.



3. Sopros sobre uma folha de papel.

Segure uma folha de papel na posição horizontal, na altura da boca, e sopre fortemente sobre a folha. Observe e tente explicar o ocorrido.

4. Fluxo de ar entre duas bolinhas de ping-pong.

Suspenda duas bolinhas de pingue-pongue, separadas por cerca de 3 cm, por fios de mesmo comprimento e sopre entre elas. Observe e tente explicar o ocorrido.

5. O vaporizador.

Ao se pressionar a bexiga de um vaporizador de perfume (Fig.23), por exemplo, o ar interior é projetado com certa velocidade (de módulo $v_B \neq 0$), enquanto a mistura ar e vapor de perfume, sobre o perfume líquido, permanece parada ($v_A = 0$). Ignorando a diferença de altura entre A e B, a equação de Bernoulli dá:

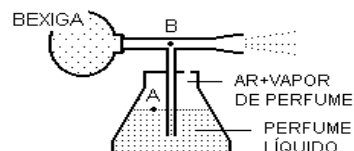


Fig.23

$$P_A = P_B + \frac{1}{2} \rho_{AR} V_B^2$$

ou

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho_{AR} V_B^2 > 0$$

ou seja, $P_A > P_B$. Por isso, o perfume líquido sobe pelo tubo e é jogado no fluxo de ar em B, pulverizando-se em minúsculas gotas que são levadas pelo ar.

6. A hidrostática como caso particular da hidrodinâmica.

Tomando-se $v_1 = v_2 = 0$, a equação de Bernoulli fica:

$$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2$$

ou

$$P_1 = P_2 + \rho g (y_2 - y_1)$$

e tomando o ponto 1 a uma profundidade h dentro de um fluido e o ponto 2, na superfície exposta à pressão atmosférica, temos:

$$P(h) = P_{ATM} + \rho g h$$

Atividade Experimental 11

O objetivo desta atividade é determinar o módulo da velocidade de escoamento de um líquido com um medidor de Venturi.

Considerando um líquido de densidade ρ escoando por uma tubulação de seção reta de área A_1 com um estrangulamento de seção reta de área A_2 (Fig.24). Entre estas posições é adaptado um tubo manométrico. No estrangulamento, o módulo da velocidade do fluido aumenta (pela equação da continuidade) e a pressão diminui (pela equação de Bernoulli).

Tomando a tubulação na horizontal, a equação de Bernoulli fica:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

e como $v_1 A_1 = v_2 A_2$, pela equação da continuidade, temos:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_2^2} \right)$$

ou

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \Delta P A_2^2}{\rho (A_1^2 - A_2^2)}}$$

Meça os raios do tubo e calcule as áreas das seções retas.

Determine várias vezes o tempo levado pela água para encher um volume de 1 litro em certo recipiente. Ao mesmo tempo, meça o desnível entre as colunas de mercúrio no tubo manométrico.

Com o resultado das medidas de tempo e a equação da continuidade, determine o módulo da velocidade de escoamento da água no tubo.

Com o resultado das medidas do desnível entre as colunas de mercúrio, determine ΔP e com a equação acima, calcule o módulo da velocidade de escoamento da água no tubo.

Compare os dois resultados.

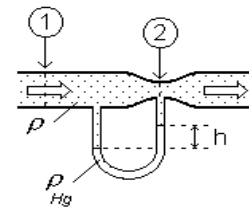


Fig.24

Atividade Experimental 12

O objetivo desta atividade é determinar o módulo da velocidade de escoamento de um fluido (ar) com um tubo de Pitot (Fig.25).

O ar, movendo-se com velocidade de módulo v , entra na abertura A (ponto de estagnação), onde é freiado até que sua velocidade se anule. Na abertura B, o módulo da velocidade do ar continua sendo v . Sendo a diferença de altura entre A e B desprezível, pela equação de Bernoulli:

$$P_A = P_B + \frac{1}{2} \rho_{AR} v^2$$

e como $\Delta P = P_A - P_B = \rho_{AGUA} gh$ temos:

$$v = \sqrt{\frac{2gh\rho_{AGUA}}{\rho_{AR}}}$$

Observe que a medida do módulo da velocidade do ar com um tubo de Pitot independe da pressão atmosférica. Com o tubo em repouso, mede-se o módulo da velocidade do ar que passa por ele e, montado em um avião, mede-se o módulo da velocidade em relação ao ar.

Com água no tubo manométrico, dirija um fluxo de ar paralelamente ao tubo de Pitot. Meça o desnível entre as colunas de mercúrio no tubo manométrico.

Calcule o módulo da velocidade do ar.

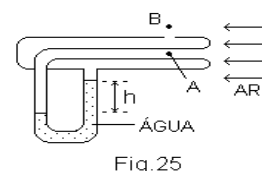


Fig. 25

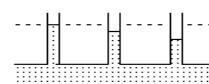
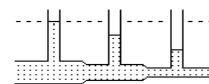


Fig. 26(a)



(b)

Atividade Experimental 13

O objetivo desta atividade é observar a queda de pressão no escoamento de água em um tubo de diâmetro constante (Fig.26(a)) e em um tubo cujo diâmetro diminui (Fig.26(b)).

Conecte uma das extremidades da mangueira no tubo de diâmetro constante e a outra extremidade na torneira. Abra a torneira de modo que o fluxo de água vá aumentando lentamente. Observe o desnível nos ramos do tubo e explique-o.

Repita o procedimento com o tubo cujo diâmetro diminui.

Compare o que se observa agora com o observado no caso anterior.